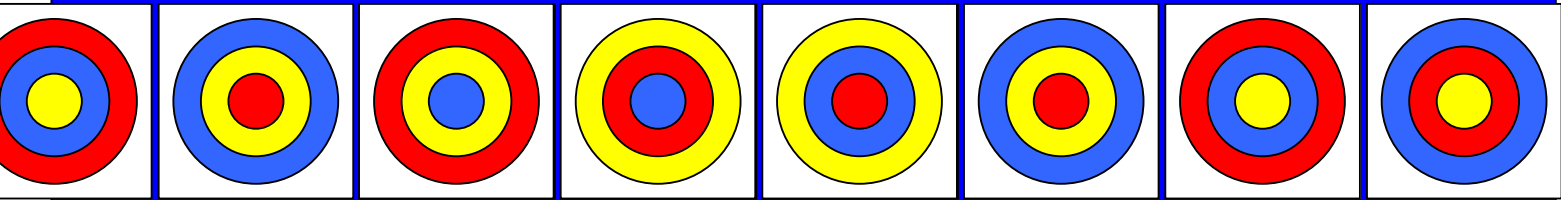


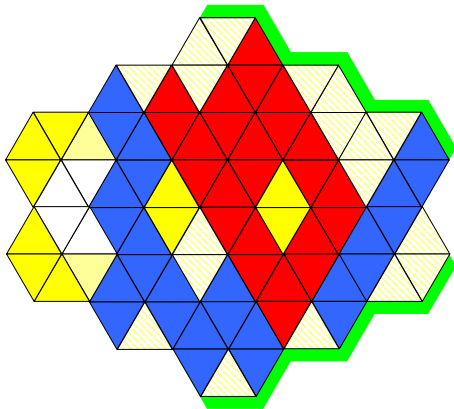
# JLOGC: VOL 1 - Parte A



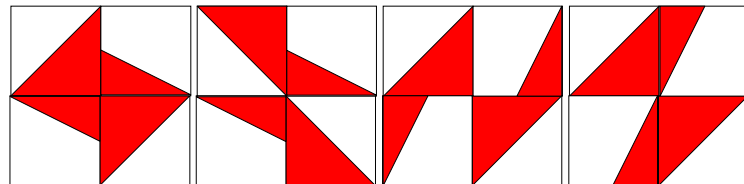
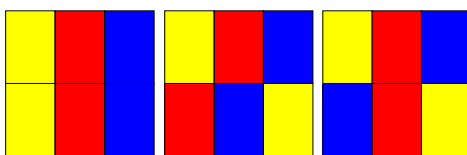
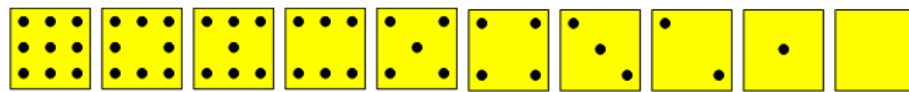
Nova Edição Revisada e Ampliada

Coleção: Jogos Para o Pensamento Lógico-Matemático

1A: Volume 1 - Parte A - JOGOS de #01 a #20

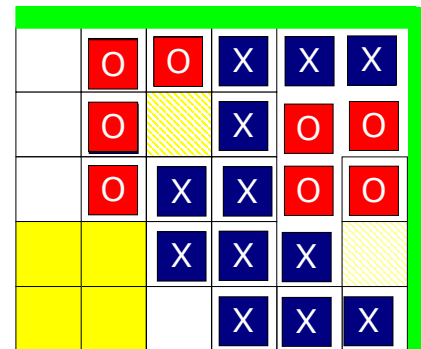
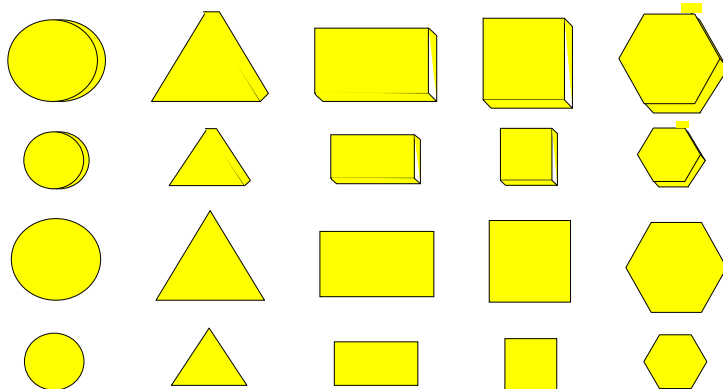


## 60 Jogos Para o Pensamento Lógico



Aury de Sá Leite

2ª Edição



Obra sob a licença  
Creative Commons

Desta Mesma Coleção:

Volume 2: 60 Jogos Para o Pensamento Aritmético

Volume 3: 60 Jogos Para o Pensamento Geométricos

Volume 4: 60 Jogos Para o Pensamento Algébrico

Leia com muita atenção:

## LICENÇA CREATIVE COMMONS PARA ESTA OBRA



# Licença Creative Commons



## Atribuição 2.5 Brasil (CC BY 2.5)



Sites para download e/ou Leitura desta obra:

[www.scribd.com](http://www.scribd.com) e [www.bookess.com.br](http://www.bookess.com.br)

Você tem a liberdade de:



**Compartilhar** — copiar, distribuir e transmitir esta obra: **40 Jogos Para o Pensamento Lógico Edição Preliminar (Draft) do Volume 1 de 4 da Coleção: Jogos Para o Pensamento Lógico-Matemático, de autoria de Aury de Sá Leite**



**Remixar** — criar obras derivadas. Os licenciados podem copiar, distribuir, exibir e executar a obra e fazer trabalhos derivados dela, desde que sejam para fins não-comerciais.

**Sob as seguintes condições:**

- **Atribuição** — Você deve creditar a obra da forma especificada pelo autor ou licenciante (mas não de maneira que sugira que estes concedem qualquer aval a você ou ao seu uso da obra).

**Ficando claro que:**

- **Renúncia** — Qualquer das condições acima pode ser renunciada se você obtiver permissão do titular dos direitos autorais.
- **Domínio Público** — Onde a obra ou qualquer de seus elementos estiver em domínio público sob o direito aplicável, esta condição não é, de maneira alguma, afetada pela licença.
- **Outros Direitos** — Os seguintes direitos não são, de maneira alguma, afetados pela licença:
  - Limitações e exceções aos direitos autorais ou quaisquer usos livres aplicáveis;
  - Os direitos morais do autor;
  - Direitos que outras pessoas podem ter sobre a obra ou sobre a utilização da obra, tais como direitos de imagem ou privacidade.

***Aviso: Para qualquer reutilização ou distribuição, você deve deixar claro a terceiros os termos da licença a que se encontra submetida esta obra.***

➔ e-mails para o autor: [aury.leite@ig.com.br](mailto:aury.leite@ig.com.br)

# Sobre as Licenças Creative Commons

Origem: Wikipédia, a enciclopédia livre.







As **licenças Creative Commons** são várias licenças de copyright, publicadas primeiramente em 16 de dezembro de 2002 pelo Creative Commons, uma organização sem fins lucrativos fundada em 2001. Várias dessas licenças, notadamente todas as licenças originais, garantem certos "direitos básicos", como o direito de distribuir obras com direitos autorais sem modificações, a custo zero.

Algumas das licenças mais recentes não garantem tais direitos. As licenças Creative Commons estão disponíveis atualmente em 43 diferentes jurisdições pelo mundo, com mais de dezenove outras sob desenvolvimento. Licenças para jurisdições fora dos Estados Unidos estão sob a tutela da Creative Commons International.

## Licenças originais

Todo o conjunto original de licenças garante os "direitos básicos". Os detalhes de cada licença depende da versão, e compreende uma seleção de quatro condições:

-  **Atribuição (BY)**: Os licenciados têm o direito de copiar, distribuir, exibir e executar a obra e fazer trabalhos derivados dela, conquanto que dêem créditos devidos ao autor ou licenciador, na maneira especificada por estes.
-  **Uso Não comercial (NC)**: Os licenciados podem copiar, distribuir, exibir e executar a obra e fazer trabalhos derivados dela, desde que sejam para fins não-comerciais.
-  **Não a obras derivadas (ND)**: Os licenciados podem copiar, distribuir, exibir e executar apenas cópias exatas da obra, não podendo criar derivações da mesma.
-  **Compartilhamento pela mesma licença (SA)**: Os licenciados devem distribuir obras derivadas somente sob uma licença idêntica à que governa a obra original.

## Combinações

Há dezesseis combinações possíveis, das quais onze são licenças válidas do CC e cinco não são. Das cinco inválidas, quatro incluem ao mesmo tempo as cláusulas "nd" e "sa", que são mutuamente exclusivas; e uma não inclui nenhuma das cláusulas. Das onze combinações válidas, as cinco que não têm a cláusula "by" foram removidas, já que 98% dos licenciadores pediam Atribuição. No entanto, elas permanecem no website para referência. Sendo assim, restam seis licenças de uso regular:

1. Somente atribuição (BY)
2. Atribuição + Uso não comercial (BY-NC)
3. Atribuição + Não a obras derivadas (BY-ND)
4. Atribuição + Compartilhamento pela mesma licença (BY-SA)
5. Atribuição + Uso não comercial + Não a obras derivadas (BY-NC-ND)
6. Atribuição + Uso não comercial + Compartilhamento pela mesma licença (BY-NC-SA)

Como exemplo, a licença de Atribuição do Creative Commons (BY) permite compartilhamento e reelaboração (derivativos), mesmo para uso comercial, desde que seja dada a atribuição.

*“Poucas pessoas se preocupam em estudar Lógica, porque todos concebem a si mesmos, como já sendo suficientemente versados na arte de raciocinar. Mas eu observo que tal satisfação limita-se a seus próprios raciocínios e não se estende àqueles dos outros seres humanos. A plena posse de nosso poder de fazer inferências é a última das faculdades que adquirimos, pois não se trata de um dom natural, mas de uma longa e difícil arte”.*

Charles Sanders Peirce

(in) Ilustrações da Lógica da Ciência

# 60 Jogos Para o Pensamento Lógico

## PREFÁCIO DA SEGUNDA EDIÇÃO – Revisada e Ampliada

*Esta coleção de livros, denominada “Jogos Para o Pensamento Lógico-Matemático”, é composta por quatro volumes que abrangem as quatro áreas básicas da Matemática Elementar: Lógica, Aritmética, Geometria e Álgebra. Todos os jogos neles apresentados estão sempre associados à idéia bastante específica dos ‘Jogos Para o Pensamento’, cujo conceito é estudado logo o início deste livro no item Leia-Me Quando Necessário #0.1. indicado como: L-MQN#0.1, Volume 1 – Parte A.*

### Sobre a Nova Edição

*Esta coleção, denominada “Jogos Para o Pensamento Lógico-Matemático”, foi planejada para ter quatro volumes que abarcassem aspectos da Lógica, da Aritmética, da Geometria e da Álgebra, na forma de Jogos Para o Pensamento. Assim, a coleção é composta por quatro volumes que abrangem as quatro áreas básicas da Matemática Elementar: este primeiro volume, intitulado “60 Jogos Para o Pensamento Lógico”- aqui em sua segunda edição, revisada e ampliada –; o segundo, “60 Jogos Para o Pensamento Aritmético”; o terceiro, “60 Jogos Para o Pensamento Geométrico” e, finalmente o quarto destes livros, denominado “60 Jogos Para o Pensamento Algébrico”. Cada um destes volumes irá se apresentar com 60 jogos cada um, e estarão divididos em três tomos contendo 20 jogos cada.*

#### **As novidades na nova edição dos Jogos Para o Pensamento Lógico**

- a) *A primeira Edição deste livro era denominada ‘40 Jogos Para o Pensamento Lógico’ e passou, após o acréscimos de mais 20 jogos, a ser denominada ‘60 Jogos Para o Pensamento Lógico’.*
- b) *Os jogos deste “Volume 1 - Parte A – de JLOGC#01 até JLOGC#20” – trazem, como anexo, páginas modelo A4 que permitem imprimir em uma impressora jato de tinta os cartões, tabelas, etiquetas e tabuleiros em verdadeira grandeza. Este material deve ser impresso em uma impressora colorida, e depois disto, deve ser prastificado e em seguida cuidadosamente recortado.*
- c) *Todos os jogos deste Volume 1 – Partes A, B e C, apresentam um novo tipo de numeração que apenas leva em conta o número do JLOGC seguido do número das páginas daquele mesmo JLOGC. Assim, por exemplo, a inscrição ‘pág 14.1’ que figura no topo da página, à direita, faz referência á primeira página do JLOGC#14, e a inscrição ‘pág 14.13’ irá se referir à última página deste JLOGC. Em seguida o leitor irá encontrar a ‘pág 15.1’, agora refferente à preimeira página JLOGC#15, e assim por diante até a ‘pág 60.27’ que é a última página do JLOGC#60.*

- d) *Trocamos a parte introdutória que existia na Primeira Edição denominada ‘Prolegômenos’ por texto denominados ‘Leia-me Quando Necessário’ (L-MQN) contendo uma série de ideias e aspectos teóricos que serviram para embasar o trabalho apresentado neste livro ‘60 Jogos Para o Pensamento Lógico’.*
- e) *O último L-MQN se constitui num Sumário em que os Jogos Para o Pensamento Lógico são listados um-a-um (desde JLOGC#1 até JLOGC#60) de forma resumida contendo pequenos textos explicativos e ilustrações.*
- f) *Há ainda três interessantes apêndices que estão em fase de redação e serão publicados oportunamente em um opúsculo:*
- *Apêndice 1: Outros Modelos de Cartões Lógicos Coloridos*
  - *Apêndice 2: Outros Modelos de Cartões Lógicos Perfurados*
  - *Apêndice 3: Uma Comparação entre a Lógica Humana e a Lógica Simbólica Matemática*

## Que Tipo de Livros São Estes?

Denominado “60 Jogos Para o Pensamento Lógico”, este é o primeiro dos quatro volumes da série ‘Jogos Para o Pensamento Lógico-Matemático’ cuja edição é aqui apresentada de forma praticamente acabada (é o que espera o autor!).

A principal característica dos quatro volumes desta série primam e primarão (ainda faltam escrever e publicar mais outros 120 jogos) por introduzir ideias práticas e teóricas sobre a criação, a geração, aplicação e uso – através de exemplos, sugestões de regras para os jogos, regras estas adaptáveis ou recriáveis pelos jogadores em 240 jogos envolvendo os diversos tipos de *Pensamento Lógico-Matemático encontráveis na Ensino Fundamental: Lógica, Aritmética, Geometria e Álgebra.*

“*Estes livros são livros didáticos?*”, perguntarão alguns. A resposta é: “Não”. “*Então seriam livros paradidáticos?*”. Outra vez, a resposta, também seria: “Não”.

NA verdade estes são quatro livros de *jogos bastante originais* que podem ser utilizados com vantagem nas escolas, mas eles não foram desenvolvidos para ser, tão somente, utilizados desta maneira.

## Onde Poderemos Utilizar ou Aplicar estes Jogos?

Todos estes jogos, sem exceção, poderão ser utilizados por todos aqueles que estejam interessados em jogar e aprender a raciocinar logicamente, ampliando este raciocínio para abranger também os conhecimentos e raciocínios matemáticos. Em outras palavras, estes livros podem ser utilizados:

- Pelos pais e seus filhos pequenos – num processo interativo de aprendizagem e de autoconhecimento muito rico para ambos;
- Por grupos de amigos ou colegas – em jogos coletivos que acabarão por provocar tertúlias<sup>1</sup> bastante positivas e disputas intelectuais interessantes;

---

1

De acordo com o Dicionário Houaiss: do espanhol ‘tertúlia’ significa ‘reunião de gente para discutir ou conversar’, do italiano ‘trastullo’, ‘jogo, divertimento, passatempo’.

- Por professores com seus alunos em momentos de aprendizagem prazerosa porque significativa que certamente envolverá desafiadores e instigantes debates intelectuais;
- Por os estudantes das escolas de Ensino Fundamental que funcionam em período de 8 horas de aulas e atividades;
- Por freqüentadores das *Escolas da Família* ou *Escolas Abertas* – escolas que funcionam aos sábados e domingos – reunindo crianças e pais residentes numa dada comunidade;
- Por educadores ou pedagogos durante processos de treinamento, capacitação, atualização ou sensibilização docente;
- Por grupos da *melhor idade* com a finalidade de aumentar a interação social;
- Grupos de pessoas que por algum motivo estejam confinadas e devam ocupar seu tempo de forma útil, pelo menos no que diz respeito à aprendizagem e sociabilização;
- Por indicação de terapeutas, quando for o caso ou quando julgado conveniente por eles, sem maiores intenções do que o de proporcionar momentos de lazer e reflexão, para seus pacientes, sejam crianças, jovens, adultos ou pessoas da terceira idade.

Não há nestes livros somente jogos para grupos de pessoas, mas há também jogos fascinantes para serem jogados individualmente – os denominados *Jogos de Paciência*.

## O Universo dos Jogos Para o Pensamento Lógico-Matemático

São quatro livros para serem lidos e relidos, pois a cada página, eles apresentam um novo jogo, *com regras que podem ser modificadas, recriadas ou até mesmo reinventadas pelos leitores* na medida em que forem compreendendo o que seja o processo de ‘*aprender a aprender*’ e o de ‘*aprender através de Jogos para o Pensamento*’.

Os textos (240 no total, dos quais apenas 120 estão prontos e publicados) destes quatro livros estão sendo escritos com o propósito de provocar discussões intelectualmente criativas, seja através de *leituras cooperativas* (grupos de crianças e adolescentes, ou adultos) interagindo com os mesmos objetivos – ler e interpretar os textos e desenhos –, seja para aprender a jogar, jogar e/ou a modificar e adaptar as regras dos jogos seja através de *reuniões colaborativas* em que, aqueles que sabem – os parceiros mais competentes –, ensinam o que já sabem aos que não sabem (os que sabem ler e interpretar os textos ensinam àqueles que não sabem ler ou não conseguem interpretar as regras dos jogos).

Há que se reiterar enfaticamente que, cada um destes livros foi e está sendo escrito para ser retomado a cada fase da vida, em momentos de lazer, de reflexão, de introspecção, de descoberta ou redescoberta sobre as formas de pensar e raciocinar em termos de Lógica e Matemática.

## Sobre a Confecção do Material

O material concreto fartamente colorido que acompanha cada um dos jogos: cartões, fichas, etiquetas e pequenos tabuleiros, podem ser impressos facilmente a partir dos arquivos contidos nos CD-R encartados em cada um destes quatro livros, via impressora jato de tinta ou laser colorida, para serem em seguida, plastificados e recortados. Isto facilitará a reposição de peças em face de desgaste ou perdas.

O material dos *Jogos Para o Pensamento Lógico-Matemático* é constituído por conjuntos de cartões, tabuleiros, tabelas e/ou fichas distribuídos em folhas do tamanho A4, no formato ‘*portable document format – pdf*’ que podem ser carregados e impressos utilizando-se o software ‘Adobe Reader’. Uma versão mais recente do Adobe Reader está disponível para download em vários sites na

Internet, sendo que o leitor mais interessado encontrará na Internet outros leitores de documentos com a extensão ‘.pdf’, tais como: o Foxit Reader, o SUMATRA pdf reader, entre outros.

Os leitores sejam do livro em seu formato impresso, ou em seu formato eletrônico – também em pdf –, poderão acessar este material:

- 1.- Para aqueles que imprimirem o Volume 1 – Parte A:** o material concreto referente aos 20 JLOGCs ali contidos trazem como anexos as folhas A4 com os cartões, tabuleiros, fichas e tabelas.
- 2.- Para aqueles que imprimirem o Volume 1 – Parte B:** o material concreto referente à maioria dos 20 JLOGCs ali contidos trazem como anexos as folhas A4 com os cartões, tabuleiros, fichas e tabelas.
- 3.- Para aqueles que adquiriram o livro:** o material está no CD-R anexo ao livro, dividido em pastas – uma para cada um dos 60 JLOGCs.
- 4.- Para aqueles que enviarem um e-mail para o autor no endereço [auryleite@ig.com.br](mailto:auryleite@ig.com.br):** em cada e-mail pode-se *fazer o pedido do material correspondente a um, e somente um*, dos jogos destes volumes. Espera-se que o pedido seja acompanhado de críticas e sugestões sobre o jogo do qual se solicita o material, em como e como será aplicado.

O material deve ser impresso utilizando-se uma impressora jato de tinta colorida ou uma impressora laser também colorida. A plastificação do material é recomendada para melhor preservar o material e o recorte do mesmo, sempre que necessário, deve ser feito cuidadosamente.

Deve-se realçar ainda que a maior das qualidades do material concreto encontrado nos quatro volumes é o seu *baixo custo* quando comparado aos materiais educativos concretos industrializados e aos materiais concretos virtuais (softwares educacionais que simulam os materiais concretos físicos).

***Gostaria de receber críticas, bem como sugestões de novos jogos, modificações nas regras aqui apontadas, bem como sobre a criação de novos materiais, justamente aqueles criados por você.***

Um grande abraço,

Aury de Sá Leite  
Professor Assistente Doutor Aposentado  
Departamento de Matemática  
UNESP- Guaratinguetá/SP – de 1988 a 2008  
e-mails para o autor [auryleite@ig.com.br](mailto:auryleite@ig.com.br)



## **ATENÇÃO**

---

A numeração das páginas dos quatro livros desta coleção não é sequencial como num livro comum, a numeração das páginas é composta por dois números 'mn' e 'pq' separados por um ponto: 'mn.pq' onde 'mn' indica o número do Jogo Para o Pensamento Lógico-Matemático (JPPL-M) e 'pq' é o número da página daquele jogo, ou seja: esta numeração deve ser entendida como sendo: *'Jogo mn - 'página pq'*.

---

## L-MQN# 01 - LEIA-ME QUANDO NECESSÁRIO #01

### OS JOGOS PARA O PENSAMENTO

*Neste L-MQN nós iremos apresentar o que são os Jogos Para o Pensamento e suas diversas modalidades, de acordo com a concepção Hans G. Furth, Harry Wachs e James (Jim) Youniss. Este conceito é fundamental para o entendimento da forma com que os Jogos Para o Pensamento Lógico-Matemático são elaborados e que suas regras são estabelecidas: jogos que envolvem o uso de material concreto - cartões, tabuleiros, tabelas, blocos unitários de madeira, dados de jogar – e das regras básicas que podem ser modificadas ou recriadas pelos jogadores.*

## 01.- Os Jogos Para o Pensamento

Como foi dito no Prefácio, este é o primeiro de uma série de quatro livros sobre *Jogos Para o Pensamento Lógico-Matemático*. Mas o que seriam estes *Jogos Para o Pensamento*?

A seguir o leitor irá saber o que são estes tipos de jogos e mais, saberá ainda que pode haver além dos *Jogos Para o Pensamento Lógico-Matemático* – que são o foco desta série de livros – muitos outros tipos destes jogos.

### 01.1.- A Origem do Nome “Jogos Para o Pensamento”

A primeira vez que tomei contacto com o nome ‘*Jogos Para o Pensamento*’ foi no início da década de 80 em um livro traduzido do inglês, de autoria de Hans G. Furth e Harry Wachs, publicado nos Estados Unidos em 1974 pela Oxford University Press, Inc com o ótimo título: “*Thinking Goes to School: Piaget's Theory in Practice*” (“*O raciocínio vai à Escola: a Teoria de Piaget na Prática*”) – livro com 316 páginas –, foi publicado em 1979 no Brasil rebatizado como: “*Piaget na Prática Escolar*”, pela Editora IBRASA – livro com 200 páginas.

Nesse livro, os autores mencionam o seguinte no prefácio: “[...] com o colega *Jim Youniss*, introduzimos, também *pela primeira vez*, um ‘jogo para o pensamento’ o jogo lógico símbolo-figura, para crianças surdas”.

Ao longo de mais das 200 páginas deste livro, os autores apresentam um total de 175 ‘*Jogos Para o Pensamento*’, que permitiriam ao educador melhor compreender a *Teoria do Desenvolvimento de Jean Piaget*, através da prática, ao aplicá-las em sala de aula, sendo que já na capa do livro podiam ser lidas, entre outras coisas, o seguinte:

***“A Criatividade no Currículo Escolar:***

***Como animar o impulso criativo na criança;***

***Um currículo inteiro baseado em Piaget;***

***175 jogos ajudam a formar a criança;***

***Atividades mentais e físicas;***

***A Escola que dá liberdade com estrutura.”***

Na contracapa, se prometia muito mais: ***“Pais, educadores, todos quantos se preocupam com a saúde intelectual da criança, encontrarão nesta obra um auxiliar e guia valioso. O propósito deste livro é mostrar como as crianças podem ser preparadas para desenvolver todo seu potencial como seres humanos que ‘pensam’ ”.***

## **01.2.- Jogos na Vida e na Escola**

Durante os anos de 1979 a 1984, quando ministrei Cursos de Capacitação para educadores da Pré-Escola e do Ensino Básico da Rede Municipal de Ensino de São José dos Campos, junto à Secretaria de Educação Municipal, eu indiquei na bibliografia, entre outros, o livro de Hans G. Furth e Harry Wachs. Aqueles que adquiriram o livro, e que tiveram oportunidade de jogar com seus alunos alguns daqueles jogos, puderam trazer, para os nossos encontros semanais, relatos bastante interessantes sobre os resultados conseguidos com os alunos, não somente em termos de interesse e participação entusiasmadas, mas de aprendizagens verdadeiramente significativas.

### **01.2.1.- Os Muitos tipos de Jogos Para o Pensamento**

O livro *“Piaget na Prática Escolar”*, como já se afirmou, abrange 175 jogos dos mais variados, intitulados *Jogos Para o Pensamento*. Estes jogos, que são baseados nas na *Teoria do Desenvolvimento de Jean Piaget*, estavam divididos em oito categorias:

(i) ***Movimentos Gerais Para o Pensamento;***

(ii) ***Pensamento Para o Movimento Discriminativo;***

(iii) ***Jogos Para o Pensamento Visual;***

(iv) ***Jogos Para o Pensamento Auditivo;***

(v) ***Jogos Para o Pensamento das Mãos;***

(vi) ***Jogos Para o Pensamento Gráfico;***

(vii) *Jogos Para o **Pensamento Lógico**;*

(viii) *Jogos Para o **Pensamento Social**.*

Estes jogos são de grande abrangência, como pode ser inferido a partir da lista acima, apontariam sempre como local preferencial para a sua prática, *as salas de aulas e os pátios escolares.*

### **01.2.2.- Nós e os Jogos Para o Pensamento Lógico-Matemático**

Como o nosso intento é o de apresentar *Jogos Para o Pensamento Lógico-Matemático* para espaços que vão muito além dos ambientes escolares através da coleção formada por quatro livros dedicados respectivamente aos pensamentos: Lógico, Aritmético, Geométrico e Algébrico, exige-se que esclareçamos o seguinte:

- *Os ‘nossos’ Jogos Para o Pensamento Lógico-Matemático devem ser jogos para quaisquer idades, para a vida toda, e não devem ser vistos apenas como jogos escolares.*
- *Mesmo que partindo das escolas, estes jogos devem ser levados para casa pelos estudantes, divulgados e ensinados para os membros do seu grupo parental, bem como para as crianças suas amigas na vizinhança e clubes dominicais, enfim, espalhados pelas comunidades, como centros de interesse, aprendizagem e lazer.*
- *Os jogos se apresentam com regras básicas que podem ser ampliadas, melhoradas e mesmo recriadas pelos educadores, aplicadores e/ou jogadores.*

## L-MQN#02 – LEIA-ME QUANDO NECESSÁRIO #02

---

### OUTROS LIVROS CORRELATOS AO NOSSO TRABALHO

---

*Neste L-MQN nós iremos apresentar sugestões de leitura de alguns livros correlatos/complementares ao nosso trabalho, ou seja, livros que mesmo não mencionando diretamente os Jogos Para o Pensamento Lógico-Matemático o fazem sobre o uso de Materiais Concretos destinados à aprendizagem.*

---

## 02.- Alguns Livros Correlatos Muito Interessantes

Além do livro de Furth e Wachs, anteriormente mencionado (CFIT#0.1), há outros livros que tratam de assuntos correlatos ou até mesmo complementares aos textos dos nossos quatro livros *da série ‘Jogos Para o Pensamento Lógico-Matemático’*.

Nos itens a seguir o leitor interessado poderá tomar conhecimento destes livros e, em particular, ler um breve comentário acerca daquilo que mais nos chamou a atenção em cada um deles.

### 02.1.- CORES-FUROS: Um livro Nascido da Experiência

As experiências junto a muitos outros cursos de Capacitação para Docentes da Pré-Escola e do Ensino Básico, ministrados por mim a partir dos anos 80, me permitiram desenvolver um material muito interessante que denominei Cores-Furos, constituído por cartões coloridos e com perfurações simétricas (veja detalhes no JLOGC#07). A partir da experimentação exaustiva com este material junto às escolas da Rede Municipal de São José dos Campos, que escrevi o livro “*Cores Furos – Um material Concreto Piagetiano*”, publicado pela Editora Manole em 1988, com uma tiragem de 6000 volumes. Hoje ele só pode ser encontrado através de pesquisas na Internet, e assim mesmo, ofertado por alguns sebos (vide na Internet: [www.estantevirtual.com](http://www.estantevirtual.com)).

O livro “*Cores Furos*” é um livro paradidático dedicado a educadores – pais ou professores – que queriam trabalhar com jogos para o pensamento baseados na *Teoria do Desenvolvimento Humano de Jean Piaget* (Construtivismo) - o texto apresenta uma parte teórica (*Psicologia Cognitivista e Entrevista Piagetiana*) e uma parte prática (*Jogos Para o Pensamento*). Possui um material cartonado encartado na parte interna da contracapa (os cartões lógicos destinados às atividades educacionais previstas no texto e planificações que permitem montar dados hexagonais contendo especificações dos atributos). Os jogos eram apresentados de forma organizada partindo-se daqueles destinados a crianças da Pré-escola até a 5ª série do Ensino Fundamental. A parte externa da contracapa do livro trazia o seguinte texto:

## **CORES FUROS**

*Um original livro de lógica para crianças e adultos, onde aprendemos a entender o pensamento lógico-matemático infantil.*

*Como nunca: Jean Piaget, o concreto, a criança e o adulto, em atividades profundamente inteligentes e fascinantes, se encontram neste texto:*

- *Jean Piaget, suas idéias, as técnicas de trabalho com o concreto.*
- *Jogos e atividades envolvendo uma nova dimensão do pensamento lógico-matemático.*
- *Inédito material concreto pronto para ser aplicado por educadores em atrativas e envolventes atividades com as crianças.*

*O editor.*

## **02.2.- HOMO LUDENS: O Jogo Como Elemento Cultural**

O livro escrito em 1944 por J. Huizinga, "*Homo Ludens - A study of the Play-Element in Culture*" da International Library of Sociology, foi editado por John Rex, Holanda. Para nossa sorte há uma tradução bastante boa deste livro para a língua portuguesa: "*Homo Ludens – O Jogo como elemento da Cultura*" da editora Perspectiva, sem a data de publicação.

Este livro é bastante inspirador para todos aqueles que acreditam na possibilidade de se aprender brincando. E é assim que muitos dos conceitos devidos a Huizinga, estão presentes nos nossos livros da série *Jogos Para o Pensamento Lógico-Matemático*. Vejamos na tabela a seguir a correspondência entre aqueles conceitos e os conceitos presentes nesta coleção de livros:

	<b>Segundo Huizinga no livro "Homo Ludens – O Jogo como elemento da Cultura"</b>	<b>Nos Livros da Coleção: Jogos Para o Pensamento Lógico-Matemático</b>
1.	"O jogo é voluntário e instintivo. As crianças brincam para aprender sobre o mundo 'adulto', mas continuam a fazê-lo por ser divertido".	Aprender a raciocinar logicamente, bem como aprender a utilizar os conceitos da Matemática através de jogos, é dentre as forma de aprendizagem, uma das mais agradáveis.

<p>2.</p>	<p>"Jogar é uma função significativa, dotada de sentido".</p> <p><i>Tomar estas palavras com as seguintes conotações:</i></p> <p style="text-align: center;"><i>significado = valor</i></p> <p style="text-align: center;"><i>sentido = objetivo</i></p>	<p>O <i>valor</i> (significado) destes jogos é conferido pelos conceitos teórico-práticos da Lógica, da Matemática e da Pedagogia, neles envolvidos. O <i>objetivo</i> (sentido) dos jogos destes livros é o de oferecer às pessoas várias oportunidades de aprendizagem interativa, através de atividades cooperativas e/ou colaborativas.</p>
<p>3.</p>	<p>"O jogo lança sobre nós um feitiço: é 'fascinante', 'cativante'. Está cheio das duas qualidades mais nobres que somos capazes de ver nas coisas: o ritmo e a harmonia".</p>	<p>Todos os jogos foram desenvolvidos para veicular, de forma lúdica, idéias lógico-matemáticas. A partir disto, além do ritmo e da harmonia, há os conceitos destas duas ciências transmitidos de forma subliminar.</p>
<p>4.</p>	<p>"A civilização contemporânea sofre de 'formalização de jogos': quanto mais estruturados, menos jogos são".</p>	<p>Os jogos são apresentados com algumas regras básicas, mas o jogador é instado a buscar modifica-las, e mais, a criar suas próprias regras.</p>
<p>5.</p>	<p>"O jogo é uma atividade ou ocupação voluntária, exercida dentro de certos e determinados limites de tempo e de espaço, segundo regras livremente consentidas, mas absolutamente obrigatórias; dotado de um fim em si mesmo, acompanhado de um sentimento de tensão e de alegria e de uma consciência de ser diferente da 'vida quotidiana'."</p>	<p>Todo o material concreto – composto de cartões, tabuleiros e tabelas –, apresentado nos quatro livros da coleção, podem ser impressos em papel sulfite comum no tamanho A4, plastificados e recortados. De baixo custo, o material permite que pessoas que não possam acessar outras formas mais dispendiosas de aprendizagem – livros ou computadores – sintam de perto a tensão e a alegria de assimilar novas idéias, apenas jogando.</p>

6.	“Já há muitos anos que vem crescendo em mim a convicção de que é no jogo e pelo jogo que a civilização surge e se desenvolve”.	Esta é uma certeza antiga do autor que percebeu que não se pode ensinar Matemática sem associá-la ao <i>Raciocínio Lógico</i> , e que se deve ensinar o Lógico, antes do Matemático, pelo menos numa primeira etapa, e de forma lúdica.
----	--	---

### **02.3.- INVETING KINDERGARTEN: A invenção do Jardim de Infância**

O livro *'Inventing Kindergarten'*, de Norman Brosterman, pretende resgatar e divulgar – o que foi conseguido em grande estilo pelo autor – a obra do fundador do Jardim de Infância, Friedrich Froebel (1782-1852). Este é um dos mais belos livros que li na minha vida de professor. Publicado em 1997 nos Estados Unidos, se encontra hoje fora do prelo (“out of print”), ou seja, está esgotado. Infelizmente, este belíssimo livro nunca foi traduzido para o português, apesar da sua notável importância educacional ou, justamente por isto.

Sobre este livro, há uma curiosidade: mesmo aqueles que nada sabem da língua inglesa, podem admirar as fotografias e figuras, algumas em preto e branco e muitas delas, profusamente coloridas, que fazem parte do livro e documentam a história do Jardim de Infância a partir de seu nascedouro.

Por outro lado, os educadores interessados, mas que não tenham a possibilidade de ter acesso ao livro, podem recorrer ao site: <http://www.theiff.org/oexhibits/kindy01.html>, acessado por mim em 02/04/2010, onde são apresentados os objetos da coleção particular de Norman Brosterman, numa exposição organizada pelo *'The Institute For Figuring – IFF'* cuja curadora é a diretora do instituto, Margaret Wertheim. O site apresenta fotos e detalhes da exposição realizada entre 13 de outubro e 7 de janeiro de 2007. Vale a pena vasculhar as diversas páginas e as mais de 70 fotos e gravuras ali apresentadas. Entre estas fotos há preciosidades que merecem ser admiradas.

### **02.4.- PSICO-ARITMÉTICA e PSICO-GEOMETRIA: Livros Fundamentais**

Entre os muitos livros publicados ao longo da vida de Maria Montessori, dois são os meus preferidos: *'Psico-Aritmética'*, do qual tenho uma edição em italiano, e *'Psico-Geometria'*, que durante algum tempo busquei incessantemente pela Internet, mas inutilmente, em vários vendedores de livros usados, em praticamente todo o mundo.



Finalmente em abril de 2011 o livro foi publicado numa versão em inglês, 'Psychogeometry', pela *Association Montessori International/USA* – Vol 16b, The Montessori Series, Montessori-Pierson Publishing Company –, traduzido do italiano e editado por Benedetto Scoppola (vide site <http://amiusa.org/products-page/books/psychogeometry-hardcover/>).

Há muitos sites na Internet de fornecedores do material educacional criado por Maria Montessori, somente com um pequeno agravante para aqueles que não sabem ler inglês: todos eles se utilizam da língua inglesa. A quantidade e a variedade do material educativo são surpreendentes. Possivelmente, só nestes quatro endereços, a seguir apresentados, podem-se encontrar mais de 20.000 tipos de manipulativos<sup>1</sup> concretos.

- O site do 'ETA/Cuisenaire': [www.eta-cuisenaire.com/](http://www.eta-cuisenaire.com/), oferece mais de 8.000 manipulativos concretos que podem ser escolhidos em seus catálogos virtuais, disponíveis para consultas interativas;
- O site do 'Nienhuis Montessori': [www.nienhuis.com/](http://www.nienhuis.com/), tem uma apresentação gráfica e fotográfica primorosa, mas a navegação não é simples;
- O site do 'Bambini Montessori Materials': [www.bambini-montessori.com/](http://www.bambini-montessori.com/), tem a vantagem de trazer as fotos dos materiais acompanhadas da descrição e os objetivos do uso dos materiais;
- O site do 'Bruins Montessori': [www.bruinsmontessori.com/](http://www.bruinsmontessori.com/) possui fotos muito ilustrativas e que podem ser ampliadas, no entanto, não traz nenhuma informação sobre a forma de utilização dos materiais.

## **02.5.- NÚMEROS EM COR: Concretizando Operações Aritméticas**

As barrinhas numéricas, mais tarde intituladas Barrinhas de Cuisenaire, foram criadas por Georges *Cuisenaire* Hottelot(1891-1980), um professor belga. O trabalho começado por Cuisenaire permaneceu relativamente desconhecido durante mais de vinte anos, até que em 1953, ele encontrou, em uma conferência, o Doutor Caleb Gattegno, matemático e pedagogo da Universidade de Londres, que reconheceu o valor daquele material. Eles fundaram uma empresa que se encarregou de divulgar o material em todo o mundo.

---

<sup>1</sup> Os manipulativos podem ser classificados como concretos e virtuais. Os manipulativos virtuais são programas computacionais que geralmente reproduzem os materiais manipulativos concretos, se bem que com algumas perdas.

O livro escrito pelos dois é o seguinte: *“Numbers in Color: A new method of teaching the process of arithmetic to all level of the Primary School”*, publicado em 1954, pela Hienemann/London, hoje se encontra esgotado.

Os educadores interessados encontrarão na Internet muitos artigos em português sobre o assunto, bem como nos sites da Amazon: [www.amazon.com](http://www.amazon.com) ou na Alibris: [www.alibris.com](http://www.alibris.com), livros recentes sobre os “Numbers in color”, escritos por Gattegno ou outros autores.

## L-MQN#03 – LEIA-ME QUANDO NECESSÁRIO #03

---

### JEAN PIAGET E O PENSAMENTO LÓGICO-MATEMÁTICO

---

*Neste L-MQN nós iremos dar a conhecer a concepção devida a Jean Piaget sobre as Áreas do Conhecimentos Humano: Conhecimentos Físicos, Conhecimentos Lógico-Matemáticos e Conhecimentos Social-Arbitrários. Aqui também iremos falar sobre a Entrevistas Clínicas Piagetianas, mais tarde substituída totalmente pelas Entrevistas Críticas Piagetianas.*

---

### 03.- O Pensamento Lógico-Matemático

Já vimos o que são os *Jogos para o Pensamento*. Agora iremos responder à questão: *O que são os Pensamentos Lógico-Matemáticos e, por extensão: Existe algum tipo de conhecimento que poderia ser intitulado Lógico-Matemático?*

#### 03.1.- A Teoria do Desenvolvimento Humano de Jean Piaget

O Jean Piaget (Suíça - 1896/1980), um Psicólogo Cognitivista, é o criador da *Epistemologia Genética* – parte da Psicologia que tem por objeto a verificação de como o ser humano adquire, acomoda em sua estrutura mental e aplica os conhecimentos em geral, ou seja, busca o entendimento científico da aquisição e perpetuação do conhecimento assimilado, e a partir disto ampliados e aplicados pelos seres humanos, bem como de sua evolução cognitiva.

Os primeiros contatos com o mundo – e a conseqüente aprendizagem advinda disto –, se dá segundo Piaget, em função da riqueza de estímulos proporcionados pelo ambiente em que a criança esteja inserida e, em particular, ainda em função de sua interação com o seu grupo parental: mãe, pai, irmãos, avós, tios, primos etc. A aprendizagem, nesta fase, está associada ao desenvolvimento do sistema nervoso central e ocorre, *acreditava ele, dentro de uma mesma seqüência de estágios para todas as crianças do mundo*, seja qual for o aspecto de aprendizagem ou desenvolvimento considerado: motor, habilidades com a fala, sociabilidade, raciocínio lógico-matemático etc. E mais, ele asseverava que mesmo as crianças com necessidades especiais passavam pelos mesmos estágios de desenvolvimento somente que, com um espaço de tempo maior do que as crianças sem algum tipo de limitação. Ele citava, ainda como exemplo, que as crianças surdas se desenvolviam mais rapidamente que as crianças cegas. A privação da visão é um ônus maior do que a privação da audição/fala quando se trata de superar os estágios do desenvolvimento propostos por Piaget.

A *teoria do desenvolvimento humano* de Jean Piaget, no que tange à aprendizagem, é voltada principalmente para a verificação de *como (e quando)* se estabelece o conhecimento, ela é uma teoria

sobre o desenvolvimento cognitivo dos seres humanos. Para os seguidores de Piaget que aplicam a sua teoria na educação, as crianças não devem ser ensinadas, mas serem levadas a aprender partindo da experimentação, passo a passo, sobre o concreto, para em seguida caminhar para as abstrações, é exatamente disto que nos fala Papert na formulação de sua teoria, que nos leva ao *Construcionismo através dos Micromundos (L-MQN#0.7)*.

### **03.2.- Assimilação, Equilbração e Acomodação dos Conhecimentos**

Com relação à aprendizagem, Piaget afirmava que a *assimilação* de conhecimentos, e a conseqüente *acomodação* destes à estrutura mental pré-existente, seriam processos internos ao indivíduo que, na maioria das vezes, não são observáveis publicamente. A tensão que venha a existir entre estes dois processos mentais – *assimilação* e *acomodação* – é resolvida pela *equilbração*, o processo que permite o rearranjo dos conhecimentos na mente do indivíduo que aprende.

Sabedor de que sua teoria poderia ser confundida com uma teoria pedagógica, Piaget declarava não ser um educador ou pedagogo, e sim um psicólogo, pois seu interesse maior estava em descobrir como a aprendizagem se dava a partir do uso de alguns tipos particulares de materiais concretos *estruturados logicamente* que lhe permitissem a formulação perguntas envolvendo hipóteses baseadas no desenvolvimento dos ‘jogos livres’ com estes materiais, levados a efeito por crianças, sendo que ele não estaria interessado em ensinar ou fazer com que elas aprendessem alguma coisa.

### **03.3.- Piaget e as Áreas do Conhecimento Humano**

Para Jean Piaget – um Psicólogo Cognitivista - a aprendizagem se dá e se prende tão somente a três grandes áreas de conhecimento:

- 1) *físicos*,
- 2) *lógico-matemáticos*
- 3) *social-arbitrários*

Não pretendemos aqui definir cada uma destas áreas de conhecimento, mas caracterizá-las através de exemplos que envolvem algumas áreas de estudo e algumas das disciplinas e conteúdos escolares relativos a cada uma destas três áreas de conhecimento:

- 1) **Conhecimentos físicos:** Biologia, Zoologia, Física, Eletricidade, Mecânica Aplicada, Geografia, Ciências, Ginástica, Educação Física, Musculação, Prática de Esportes, Canto Orfeônico, Dança, Corte e Costura, Digitação ou Manutenção de Computadores entre outros.
- 2) **Conhecimentos lógico-matemáticos:** Matemática (Teoria dos Conjuntos, Aritmética, Álgebra, Geometria, Cálculo Integral, etc), Lógica Matemática, Estatística, Física.

**3) *Conhecimentos social-arbitrários:*** Língua Pátria, Línguas Estrangeiras, Filosofia, Religião, História, Culinária, Educação Cívica, Economia Doméstica, Mitologia entre outras.

Muitos testes de verificação da superação de estágios nessas três áreas de conhecimento foram propostos por Jean Piaget e seus seguidores. Esses testes devem ser tomados tão somente como verificações e devem ser levados a termo sob a forma de *entrevista clínica piagetiana*, como a seguir será descrita.

### **03.4.- Querendo Saber Como os Seres Humanos Aprendem**

Uma das questões centrais da Teoria de Jean Piaget é que os testes tradicionais (como os testes de verificação do QI – testes destinados aferição quantitativa da inteligência, denominado Quociente de Inteligência ), por estarem interessados, tão somente, nas respostas corretas, não proporcionam o mesmo tipo de exploração que os testes piagetianos permitem. O que deve ser ressaltado é que esses testes piagetianos, devem ser aplicados segundo as idéias de uma *entrevista crítica piagetiana* – onde e quando o ‘examinador’ ou aplicador deverá estar preocupado tanto com as respostas corretas ou ‘pertinentes’ quanto com as respostas incorretas ou ‘não pertinentes’, e utilizar a contra-sugestão como elemento fundamental para a confirmação do raciocínio do ser humano que aprende.

“A *entrevista clínica que tínhamos primitivamente pedido emprestada aos psiquiatras*”, conforme relatado pelo próprio Piaget, foi substituída mais tarde pela “*entrevista crítica*” que acrescentava à elaboração de hipóteses lógicas e de conversação pura e simples, a utilização de materiais concretos (objetos e artefatos logicamente estruturados) que, deveriam poder ser manipulados pelos indivíduos durante as entrevistas.

### **03.5.- Quem Pode ou Deve Avaliar o Conhecimento?**

Assim como os psiquiatras e os médicos, os pedagogos e os psicólogos, bem como outros tipos de terapeutas cognitivos, constantemente realizam avaliações altamente especializadas no seu trabalho diário. Do ponto de vista legal, estas avaliações – de acordo com as suas especialidades e inerentes a elas – devem ser realizadas por eles, pois somente por eles, as respostas emitidas ou os resultados conseguidos podem ser interpretados e avaliados. Estes profissionais normalmente realizam avaliações sobre habilidades visuo-motoras, entre elas, a avaliação da capacidade de discriminação visual, auditiva, gustativa, olfativa, tátil e sinestésica que podem ser agrupadas sob o nome de *discriminação sensorial*, bem como realizam avaliações de habilidades cognitivas, como a capacidade de formar conceitos, descobrir e aplicar regras, enfim, de resolver problemas.

Normalmente, esses testes são realizados em entrevistas que envolvem o indivíduo e o avaliador, os quais trabalham sobre objetos concretos ou, geralmente, sobre figuras representando estes

objetos ou com conjuntos de cartões contendo símbolos abstratos. Modernamente, vêm-se utilizando os computadores para apresentar esses conjuntos de testes. Os testes de discriminação exigem que o indivíduo seja capaz de ‘descobrir’ diferenças, semelhanças, analogias, igualdades ou relacionamentos entre os objetos a ele apresentados, e podem se estender, exigindo que ele, a partir destas ‘descobertas’, organize, associe, sequencie ou classifique estes elementos. Existem muitos tipos de testes padronizados para a realização destas avaliações.

*No caso específico dos educadores e dos professores*, lançam-se mão de entrevistas, diálogos, testes objetivos, provas escolares mensais e/ou bimestrais, manipulações usando materiais concretos, resolução de quebra-cabeças, simulações, auto-avaliações etc., aplicados de acordo com a idade das crianças e o nível de escolaridade, para verificar a aprendizagem, infelizmente algumas destas técnicas têm, por questões práticas, seus resultados emitidos de forma quantitativa ao invés de qualitativa – através de notas (de 0 a 10) ou de conceitos (A, B, C, D ou E, ou ainda: Suficiente, Insuficiente).

Por outro lado, para a Psicologia Cognitivista, no entanto, os resultados quantitativos inevitáveis, obtidos em alguns destes processos de verificação da aprendizagem, devem ser considerados um mero componente de um processo maior de verificação do conhecimento, que deve envolver outras formas de sondagem e avaliação do conhecimento. O ideal neste caso está voltado para as avaliações qualitativas do conhecimento.

### **03.6.- Jean Piaget Não Era Educador, Nem Era Pedagogo**

Sabedor de que sua teoria poderia ser confundida com uma teoria pedagógica, Jean Piaget afirmava não ser um educador ou pedagogo, e sim, um psicólogo. Seu interesse maior não estava no ‘ensino’ ou em ‘fazer com que as crianças aprendessem alguma coisa’, estava em descobrir como a aprendizagem se dava, se fixava e se ampliava quando da recomposição destes com os conhecimentos pré-existentes na estrutura cognitiva do indivíduo.

Ele utilizava, em suas entrevistas com as crianças, materiais concretos logicamente estruturados, propondo situações concretas (problemas) a serem resolvidos, e, a partir de hipóteses baseadas nas ações das crianças sobre estes materiais concretos, elaborava seus relatórios.

## L-MQN#04 – Conjunto de Fundamentos & Ideias Teóricas #04

### **SOBRE AS ENTREVISTAS PIAGETIANAS**

*Neste L-MQN nós iremos apresentar algumas das idéias de Barry J. Wadsworth sobre a Teoria da Aprendizagem de Jean Piaget em que falamos sobre os tipos de Entrevistas Piagetianas. O leitor deve ficar atento ao seguinte: esse L-MQN complementa o L-MQN#03.*

#### **04.- Piaget de Acordo com Barry J. Wadsworth**

Mencionamos no L-MQN anterior que os *testes tradicionais (como os testes de aferição do QI)*, estão somente interessados nas respostas corretas. Por outro lado os testes piagetianos estabelecem que o ‘examinador’ ou aplicador deverá estar preocupado tanto com as respostas corretas quanto com as *respostas não pertinentes*, fazendo o uso de contra-sugestões como elementos fundamentais para a confirmação das hipóteses aventadas por ele, sobre o raciocínio da criança.

Uma excelente forma de se avaliar qualitativamente a aprendizagem, ou ainda, o conhecimento adquirido num dado processo de aprendizagem, é um tipo de entrevista denominada por Piaget: "entrevista crítica" – leia atentamente no L-MQN anterior sobre a distinção que Piaget estabeleceu entre a ‘entrevista clínica’ e a ‘entrevista crítica’.

A *entrevista crítica piagetiana* se caracteriza por estabelecer que o avaliador deverá estar preocupado tanto com as respostas corretas ou "pertinentes", quanto com as respostas *não esperadas* ou "não-pertinentes", e deve utilizar a contra-sugestão como elemento fundamental para a confirmação do raciocínio daquele que aprende a partir dos materiais concretos estruturados logicamente.

Segundo Wadsworth<sup>1</sup>, uma *Entrevista Crítica Piagetiana* tem por objetivo verificar se o indivíduo:

- 1) É capaz de fazer um julgamento 'correto';
- 2) É capaz de justificar logicamente aquele julgamento;
- 3) Consegue resistir com sucesso à contra-sugestão verbal do entrevistador;
- 4) Consegue ter um bom desempenho em uma tarefa comportamental relacionada.

<sup>1</sup> Wadsworth, Barry J. *Piaget para o Professor da Pré-Escola e 1º Grau*. São Paulo: Pioneira, 1984.

Observar que: se o entrevistador não for suficientemente habilidoso ou extremamente cuidadoso ao aplicar os critérios aqui sugeridos, é bem possível que as crianças acabem por emitir respostas completamente destituídas de significado, ou mesmo de compreensão, para elas.

#### **04.1.- O Método das Ciências**

É interessante registrar que este tipo de entrevista, a Entrevista Crítica Piagetiana, guarda certa proximidade com a Metodologia da Pesquisa Científica.

A Lógica das Comprovações Científica, mais conhecida como Metodologia Científica, compreende passos ou etapas sucessivas que visam descobrir e validar relações entre fenômenos de certo ramo científico ou descobrir aspectos ainda não revelados destes fenômenos.

(1º passo) Formular questões ou propor problemas.

(2º passo) Realizar observações.

(3º passo) Registrar os dados e/ou catalogar e organizar os fatos ou ocorrências observados (Estatística Descritiva que pode envolver pesquisa quantitativa – dados numéricos –, e/ou qualitativa – fatos ou ocorrências).

(4º passo) Analisar os dados coletados tendo como base as especificidades do espaço amostral e/ou classificar e analisar os fatos ou ocorrências à luz do contexto social, histórico e/ou político, entre outros, intervenientes naquele momento (Inferência Estatística).

(5º passo) Responder às questões formuladas ou encontrar soluções para os problemas ou, pelo menos, encaminhar sugestões que possam resolver minimamente ou temporariamente os problemas propostos, caso nada disto ocorra ou não seja satisfatório o que se obteve, sugere-se ir para o 6º passo;

(6º passo) Refazer um ou todos os passos anteriores, do 1º até o 4º, de acordo com a necessidade: o primeiro passo (reformulando as questões ou os dados dos problemas), o 2º, o 3º e o 4º passos (observando com mais cuidado, coletando, classificando e analisando mais dados e/ou os fatos e/ou ocorrências observando tudo de forma mais acurada).



## L-MQN#05 – LEIA-ME QUANDO NECESSÁRIO#05

### A TEORIA DA SÓCIO-APRENDIZAGEM DE VYGOTSKY

*Neste L-MQN nós iremos apresentar as concepções de Lev Vygotsky sobre a Sócio-Aprendizagem. Vamos introduzir ainda, os conceitos e Parceiro mais competente e o de fala Interior.*

## 05.- Sobre a Sócio-Aprendizagem

O nome de Vygotsky (Lev Semynovich Vygotsky - Rússia, 1896/1934) está ligado ao conceito de sócio-aprendizagem e à necessidade fundamental de contextualização sócio-histórica daquilo que se oferece à aprendizagem. O primeiro conceito, a sócio-aprendizagem, se refere a um processo de aprendizagem em que o indivíduo é considerado capaz de organizar o seu próprio conhecimento, mas deve ser auxiliado por um parceiro mais competente. Com relação ao segundo conceito, a sócio-historicidade, Vygotsky afirma que a educação deve levar em conta o contexto social do indivíduo e, através de uma linguagem “científica” ou “cultura”, integrá-lo o mais rapidamente ao processo histórico em desenvolvimento naquela sociedade.

A seguir é feito um sumário das principais idéias das teorias de Vygotsky [Vygotsky 1978] sobre a aprendizagem e o desenvolvimento mental. As idéias são as seguintes:

- 1) Os seres humanos são capazes de organizar seu próprio conhecimento;
- 2) O conhecimento não é apenas construído, mas é também co-construído, isto é, a aprendizagem pode envolver e envolve, de forma bastante natural, outros seres humanos (é denominada: *sócio-aprendizagem*);
- 3) O processo de aquisição de conhecimento quando *intermediado* por outros seres humanos, *os parceiros mais competentes*, se torna mais efetivo e rápido;
- 4) O “*aprender a aprender*” pode acelerar o desenvolvimento mental, isto é, é importantíssimo e necessário que os seres humanos sejam instruídos e assistidos no uso de estratégias e de formas de aquisição de conhecimento que permitam estimular suas capacidades mentais;
- 5) A aprendizagem deve guiar o desenvolvimento mental, isto é, a aprendizagem é que deve influenciar o desenvolvimento mental e não o contrário;
- 6) A linguagem desempenha o principal papel no desenvolvimento mental.

- 7) A aprendizagem, (bem como o conseqüente desenvolvimento mental advindo daí) não pode ser separada do contexto social, isto é, a aprendizagem tem que estar ligada a parâmetros da sociedade à qual o indivíduo pertença;
- 8) O momento histórico é que guia o social que, por sua vez, guia o desenvolvimento mental, isto é o que se denomina atualmente *aprendizagem inserida no contexto sócio-histórico*.

### **05.1.- Ações do Parceiro Mais Competente**

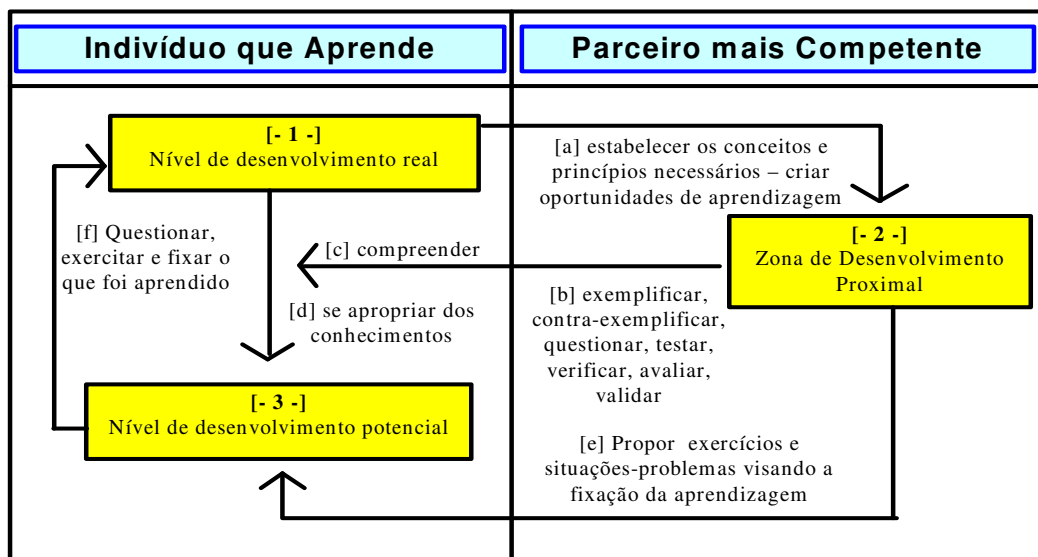
Para Vygotsky, o nível de conhecimento ou de aprendizagem que o ser humano é capaz de exibir sem o auxílio de outro ser humano é denominado *nível de desenvolvimento real* (ou *nível de desempenho independente*). Neste nível o conhecimento do indivíduo existe de forma consolidada. O nível de conhecimento ou aprendizagem que o ser humano ainda não domina, mas que tem potencialidade de realizar auxiliado por alguém, é denominado *nível de desenvolvimento potencial* (ou *nível de desempenho assistido*). Na teoria de Vygotsky o mediador deste processo de crescimento cognitivo é denominado *parceiro mais competente*.

Um *parceiro mais competente* é, portanto, aquele que é capaz de *auxiliar* um aprendiz a realizar a passagem de um determinado nível de conhecimento menos amplo para um nível de conhecimento mais amplo. Mas deve-se levar em conta que *o papel deste parceiro* deve ser sempre o mais sutil possível, não intervencionista, sendo que sua ação deva apenas ser sentida pelo aprendiz quando absolutamente necessária ou quando solicitada. O parceiro mais competente deve agir sempre de maneira comedida, sensível e limitada, com o intuito de propiciar ao aprendiz, e somente a este, a possibilidade do raciocínio ou a iniciativa intelectual que o leve daquele primeiro nível para o seguinte.

A *zona de desenvolvimento proximal* é a distância entre o *desenvolvimento real* e o *potencial*, ela deve conter aquilo que precisa ser dominado pelo aprendiz, segundo *o parceiro mais competente*, para que ele passe de um *nível de desenvolvimento real* para o *nível de desenvolvimento potencial*. Cabe ao *parceiro mais competente* questionar, exemplificar, contra-exemplificar ou propor exercícios visando a transmissão, a aprendizagem e a fixação do conhecimento. A aprendizagem e fixação dos conhecimentos previstos na *zona de desenvolvimento proximal* é que permitirá o salto qualitativo em termos de conhecimento, isto é, a passagem do *nível de desenvolvimento potencial* para o *nível de desenvolvimento real*. É através da fixação que o *nível de desempenho assistido* passa a ser um *nível de desempenho independente*, e todo o processo pode ser reiniciado.

Na figura apresentada a seguir, para melhor entender: (i) a seqüência das ações do *parceiro mais competente* e as do *aprendiz*, para os níveis/zona de desenvolvimento: basta seguir a numeração e

(ii) seguir a sequência alfabética: a, b, e: para entender as ações do parceiro mais competente; (iii) e a sequência, c, d, f: para as ações do aprendiz.



### 05.2.- Linguagem, Metalinguagem e Fala Interior (Inner Speech)

A linguagem é um meio mais ou menos convencional de comunicação de ideias ou sentimentos entre indivíduos através de signos, sons, gráficos, gestos etc., ou seja, algo que possa ser percebido pelos diversos órgãos dos sentidos. As linguagens de modo geral podem ser visual, auditiva, tátil, gráfica ,etc.

Já a metalinguagem é um tipo de linguagem que, podendo ser natural ou artificial, se presta à descrição *uma outra linguagem ou de qualquer sistema de significação, natural ou artificial.*

*Línguas naturais distintas podem ser utilizadas uma como sendo a metalinguagem da outra, como no caso de um Dicionário Escolar português/Inglês – Inglês/português, havendo ainda o caso em que uma língua natural pode ser usada como sua própria metalinguagem, como no caso de uma Gramática da Língua Portuguesa escrita em português.*

A Psicologia Cognitivista, pelas suas próprias características, reconhece a existência de uma *linguagem interna ao indivíduo* e adotou o termo "discurso interior" ou "linguagem interior" (em inglês: "inner speech") para caracterizar a conversa silenciosa que cada indivíduo mantém consigo mesmo, considerando este fenômeno como importantíssimo quando se discute a relação entre o pensamento e a linguagem falada.

Para Vygotsky a linguagem pensada só pode existir a partir da linguagem falada, por isto a importância dos *Jogos Para o Pensamento*, onde a linguagem interior determina ou dirige as ações a cada etapa destes jogos.

## L-MQN#06 – Conjunto de Fundamentos & Ideias Teóricas #06

### A ORIENTAÇÃO NÃO-DIRETIVA DE CARL ROGERS

---

*Neste L-MQN nós iremos apresentar alguns tópicos da Teoria de Carl R. Rogers, um importante psicólogo humanista criador da Abordagem Centrada na Pessoa e a Orientação Não-Diretiva que ao ser assimilada pela Pedagogia, passou a ser denominada por especialistas como sendo: Pedagogia Centrada no Aluno.*

---

#### 0.6.- A Orientação Não-Diretiva de Carl Rogers

Carl Ransom Rogers (1902-1987), psicólogo norte americano, é tido como um dos fundadores da Psicologia Humanista. Ele se tornou muito famoso por desenvolver um método psicoterapêutico que recebeu o nome de *Terapia Centrada no Cliente*, mas também bastante divulgada com o nome mais abrangente de: *Abordagem Centrada na Pessoa*.

O conceito de *Abordagem Centrada na Pessoa* passou a influenciar diversos campos do trabalho interpessoal e não somente pela Psicologia Clínica e na Psicoterapia, mas também, o Aconselhamento Psicológico, o Aconselhamento Pastoral, a Educação e a Pedagogia, a Psicopedagogia, a Orientação Educacional.

*Abordagem Centrada na Pessoa* ao ser assimilada pela Pedagogia, passou a ser denominada por professores como sendo: *Pedagogia Centrada no Aluno*, e no caso dos orientadores educacionais e orientadores profissionais: *Método da Orientação Não-Diretiva*.

A *Orientação Não-diretiva* e a *Abordagem Centrada na Pessoa* é fortemente indicada para o trabalho colaborativo e/ou cooperativo desenvolvido através de Grupos de Encontro, Grupos de Trabalho, Gestão Humanista de Empresas, Gestão Humanista de Recursos Humanos, de Mediação de Conflitos Sociais, Políticos ou Raciais, dentre outros.

Carl Rogers publicou vários livros que marcaram época, sendo que, em particular, os livros "Tornar-se Pessoa" – um livro de divulgação de suas idéias para leigos –, "Um Jeito de Ser" – que é praticamente uma autobiografia – e "Terapia Centrada no Cliente" – um livro para especialistas, foram os mais divulgados.

Em 1987 Rogers foi indicado para o Prêmio Nobel da Paz.

### **0.6.1.- Os Jogos Centrados nas Pessoas**

De Carl Rogers, gosto muitíssimo de uma idéia muito particular, extraída de um de seus livros,:

*“A questão é saber se podemos permitir que o conhecimento se organize no e pelo indivíduo, em vez de ser organizado para o indivíduo”.*

A resposta que eu tenho para esta questão é: *“devemos permitir que o conhecimento se organize no e pelo indivíduo a partir de algum tipo de orientação não- diretiva”.*

Esta minha concepção – que na verdade eu devo a Rogers – é representada de maneira enfática pela forma que os livros desta coleção – Jogos Para o Pensamento Lógico-Matemático – foram pensados para que através de jogos, cujas regras que devem ser tomadas como meras sugestões, podem ser adaptadas, modificadas ou até mesmo recriadas pelos leitores/jogadores. Eles são Jogos Centrados no Pensamento das Pessoas.

## L-MQN#0.7 –Leia-Me Quando Necessário #0.7

---

### OS MICROMUNDOS E OS MICROMUNDOS EDUCATIVOS

---

*Neste PROLEG nós iremos estudar em detalhes algumas das ideias de Seymour Papert: o Construcionismo e os Micromundos.*

---

#### 07.- O que se pretende com este livro

Enquanto o livro de Furth e Wachs está ligado a idéias abrangentes, porém básicas, de uma “Educação Piagetiana”, ou mais exatamente, *levar até a escola, e aplicar “pedagogicamente”, algumas das concepções de Piaget*, o nosso texto estará ligado a um tipo de pensamento que irá permitir ao indivíduo testar, experienciar e internalizar *Conhecimentos Lógico-Matemáticos*, através de construções concretas e sensibilizadoras que envolverão uma nova forma de se *pensar sobre o pensamento*: o pensar sobre o Pensamento Lógico-Matemático.

#### 07. – O Construcionismo: Seymour Papert

Jean Piaget, ao utilizar materiais concretos em seus experimentos sobre a aprendizagem, estava tão somente interessado em saber sobre como os seres humanos assimilavam e retinham seus conhecimentos (denominados por ele, processos de *assimilação* e *acomodação* – mediada pela *equilibração*). Por outro lado, Seymour Papert, um pesquisador do MIT – Massachusetts Institute of Technology, propôs que os materiais concretos logicamente estruturados – os micromundos (vide item 07.1., a seguir) – fossem utilizados para que, através de manipulação, em jogos livres ou explorações organizadas, pudessem conduzir o aprendiz: *a algum tipo de conhecimento significativo e duradouro, através da descoberta das propriedades lógicas e/ou matemáticas subjacentes aos componentes do material (seus atributos, suas conexões e interdependências), bem como permitissem a comprovação destas propriedades e, conseqüentemente, levassem ao estabelecimento de regras e/ou de estratégias ótimas ou heurísticas específicas que dariam sentido aos jogos ou a novas descobertas neste micromundo.*

O LOGO, criado por Papert, é um software educativo programável por crianças, que permite a descoberta de propriedades geométricas notáveis. Este software permite que uma tartaruga virtual caminhe pela tela do computador deixando um rastro – formado por segmentos de reta ou arcos – que de acordo com comprimentos, angulações, rotações, permitem construir figuras geométricas das mais

notáveis, sendo possível ‘programar a tartaruga’ para que ela realize automaticamente uma sequência de movimentos.

A editora Brasiliense publicou em 1985, em português, o livro “*Logo: Computadores e Educação*” de autoria de Papert, traduzido do inglês por José Armando Valente, Beatriz Bitelman e Afira Vianna Ripper, uma referência para todos aqueles que trabalharam e ainda trabalham com a Linguagem de Programação Logo e suas derivadas. Também de Papert, há um livro muito mais abrangente que aborda o uso dos computadores por crianças, intitulado muito apropriadamente, “*A Máquina das Crianças - Repensando a Escola na Era da Informática*”, publicado inicialmente em 1994 pela ArtMed, foi relançado 2008, numa edição revisada para incorporar os progressos da área.

### **07.1.- O Construcionismo e os Micromundos**

Papert denominou *Construcionismo*, ao processo que envolve a manipulação de objetos de aprendizagem (Learning Objects) em um micromundo, para dali, se poder extrair e assimilar conhecimentos. Para Papert, o Construcionismo – entendido como construção do conhecimento a partir de descobertas pessoais – estaria ligado necessariamente à interação do indivíduo com objetos de aprendizagem, mediada por uma linguagem de programação, como é o caso do Logo, mas este mesmo efeito poderá ser conseguido por materiais concretos logicamente e/ou matematicamente estruturados, mediante explorações livres ou controladas por objetivos, como no caso dos Blocos Lógicos (vide JLOGC#06 neste livro). E é sobre isto que este livro trata: *os micromundos constituídos por materiais concretos*.

O livro “Constructionism – Research Reports and Essays, 1985-1990 by the Epistemology & Learning Research Group” do MIT Media Laboratory, editado por Idit Harel e Seymour Papert em 1991, pela Ablex Publishing Corporation, relata uma série de experiências realizadas pelos cientistas do MIT dentro desta perspectiva teórica – o *Construcionismo* – e sobre o ‘pensar sobre o pensamento’, focando em particular a aprendizagem com o uso da programação de computadores através do: Logo, Lego/Logo, Artificial Life, Multilogo.

### **07.2.- Os Micromundos e os Micromundos Educativos**

No Capítulo 3 do livro de Seymour Papert “*Connected Family*” – Logstreet Press, 1996 – na página 59, nós encontramos abaixo do título “Two Kinds of Learning”, o seguinte sobre o que ele denomina micromundo: “*A imagem que se pode fazer de um micromundo é a de um "mundo" limitado o bastante para ser completamente explorado e completamente compreendido. É o tipo de local apropriado para aprender a usar conhecimentos que exijam um profundo domínio*”.



Já do nosso ponto de vista, entendemos como sendo *'micromundo educativo'* certos tipos de materiais manipulativos, *concretos* ou *virtuais* (computacionais), logicamente estruturados, constituídos por *objetos de aprendizagem* ('learning objects'). O conjunto destes objetos, normalmente se apresenta com atributos (qualidades lógicas) perceptíveis – que permitem discriminar, selecionar, agrupar e classificar estes diversos objetos.

Assim, pode-se entender que os micromundos, de modo geral, devam ser ambientes interativos, concretos ou virtuais, que devem encorajar os estudantes a aprender através do estabelecimento de hipóteses – que possam ser testadas e comprovadas –, que permitam o estabelecimento de ações e estratégias que levem à elaboração de regras de ação.

A manipulação dos objetos concretos ou virtuais pertencentes ao micromundo deve permitir, entre outras coisas:

A realização de agrupamentos, a partir da escolha de rótulos – generalização – (formação de conceitos);

- A escolha de vários tipos de rótulos que permitirão reagrupamentos distintos para um mesmo conjunto de objetos;
- A descoberta de propriedades estruturais que permitam relacionar, diferenciar, sequenciar, hierarquizar ou integrar rótulos, bem como os próprios objetos;
- A descoberta de regras que possibilite 'jogar' com o material;
- A descoberta de estratégias ou heurísticas que permitem ao usuário "sobreviver naquele 'mundo' e chegar à vitória";
- O estabelecimento de regras que permitem ao usuário criar os seus próprios jogos;
- A descoberta das limitações ou restrições das possibilidades daquele mundo;
- A busca de alternativas intelectuais ou técnicas que possibilitariam a ampliação daquele micromundo visando modificar ou ampliar sua estrutura e/ou suas características lógicas. Normalmente, devido às suas qualidades intrínsecas, um 'micromundo educativo' pode ser enquadrado também entre os denominados 'jogos para o pensamento'.

### **07.3.- Micromundos Completos, Fechados, Estáveis**

Um micromundo pode ter algumas propriedades notáveis: completude, fechamento operacional, estabilidade lingüística, estabilidade gráfica (ou imagética) e estabilidade genética. Examinemos estas idéias:

1. **Micromundo Completo:** a completude diz respeito à impossibilidade de que haja outros elementos naquele micromundo além daqueles já existentes, ou seja, o micromundo contém todos os elementos distintos possíveis de serem obtidos com aquela ‘quantidade’ de atributos e nenhum mais poderá ser acrescentado sob pena de ser este uma repetição exata de um dos elementos já pré-existentes. Assim, como há micromundos completos, pode haver micromundos incompletos, aqueles em que novos elementos distintos dos preexistentes possam ser criados.
  
2. **Micromundo Fechado:** o conceito de fechamento de um micromundo está fortemente associado ao conceito de completude deste micromundo. Se todas as possibilidades de geração de seus elementos, de acordo com os atributos, foram esgotadas uma a uma (completude), isto garante que todas as transformações de um elemento para outro pela supressão ou acréscimo de atributos, se façam sem a possibilidade de extravasamento para além dos elementos do micromundo. Isto quer dizer que: o resultado daquela operação é encontrada entre os próprios elementos daquele conjunto.

O fechamento é uma propriedade ‘operacional’ que diz respeito a qualquer operação que exija a passagem de um elemento do micromundo para outro mediante modificações específicas (algum tipo de ‘mutação genética’ dentro dos limites de possibilidades do micromundo). Cabe esclarecer que há casos em que micromundos não completos podem ser fechados com relação a algumas operações e não com relação a outras – vide JLOGC#28 e JLOGC#29.

### 3. **Micromundos Estáveis:**

- **Micromundo Linguisticamente Estável:** (regularidade lingüística) este é o caso em que os seus elementos – completamente distintos entre si –, se apresentam com uma estrutura lógica uniforme, tal que os conceitos presentes neles podem ser reconhecidos por rótulos lingüísticos simples e estáveis – ou seja, rótulos lingüísticos padronizados e inteligíveis. Como exemplo deste tipo de micromundo vide o JLOGC#01

Um micromundo é linguisticamente instável quando há a necessidade de uma metalinguagem para fazer referência às suas propriedades ou

atributos. Um exemplo deste tipo de fenômeno pode ser visto com relação aos elementos (cartões) do JLOGC#40.

- **Micromundo Graficamente Estável:** esta é uma propriedade especificamente observável no caso dos cartões lógicos em que o grafismo apresentado em cada um destes cartões é exatamente o mesmo, ou seja, a quantidade e a disposição dos elementos gráficos se mantém constante de um elemento para outro, sendo que as alterações se dão em termos de cor, por exemplo.

Encontramos muitos exemplos de cartões lógicos graficamente estáveis e graficamente instáveis neste livro. Escolhendo apenas os 10 primeiros de nossos jogos lógicos podemos citar como micromundo graficamente estáveis: JLOGC#02, JLOGC#03, JLOGC#04 e JLOGC#05, JLOGC#09 e JLOGC#10. Os exemplos de micromundos graficamente instáveis, dentre aqueles mesmos 10 jogos lógicos são os seguintes: JLOGC#01, JLOGC#06, JLOGC#07, JLOGC#08.

- **Micromundo Geneticamente Estável:** sabe-se que a genética é o ramo da biologia que estuda as leis da transmissão dos caracteres hereditários nos indivíduos, e das propriedades das partículas que asseguram essa transmissão. No caso dos cartões lógicos isto pode ser observado em termos da transmissão dos atributos (acréscimo ou supressão de caracteres físicos ou gráficos) de um cartão para outro, sendo que este tipo de transmissão será garantido pela propriedade da completude do micromundo.

Este tipo de transmissão de caracteres permite a observação da quantidade ou da qualidade de mutações de um cartão para outro, permitindo-nos jogar o Dominó das Diferenças de forma ‘fechada’. Estude o Dominó das Diferenças JLOGC#01.

## L-MQN# 08 - LEIA-ME QUANDO NECESSÁRIO #08

---

### Sobre as Descobertas Acidentais: A Serendipidade

---

#### 08.- Ideias Matemáticas: Criação ou Descoberta?

Muito se discutiu e ainda se discute sobre a seguinte questão filosófica: *‘As ideias Matemáticas e/ou a Lógico-Matemáticas são criações ou são descobertas?’*.

A partir de minha experiência como professor de Matemática e como pesquisador em Educação Matemática eu poderia dizer que tudo pode ocorrer durante uma pesquisa de ideias científicas: criação, descoberta ou as duas coisas ao mesmo tempo, sem contar com as coincidências fortuitas e com a sorte.

O que me proponho aqui é discutir estas ideias, mas vou encaminhar esta discussão a partir de minhas experiências atuais, adquiridas ao me propor escrever e publicar na Internet (sites: [issuu.com](http://issuu.com) – onde você pode ler o livro e no site [escribd.com](http://escribd.com), onde você pode, além de ler o livro, imprimí-lo) bem como acessar os quatro volumes da série de livros sobre *os Jogos Para o Pensamento Lógico-Matemático*, quando tive muitas oportunidades de me defrontar com descobertas acidentais que muitos autores denominam *‘serendipidade’* que é a arte de reconhecer e aproveitar as descobertas acidentais.

#### 08.1.- Sobre a Serendipidade

A palavra serendip ou serendib vem do sânscrito Simhaladvipa "Ilha Morada dos Leões", passada para o árabe como Sarandib que é o antigo nome do Ceilão (atualmente Sri Lanka), já a palavra *‘serendipidade’* foi sugerida pela primeira vez pelo escritor inglês Horace Walpole (1717-1797) em carta datada de 28 de janeiro 1754 enviada a Horace Mann., em que ele afirmava que a criara a partir da leitura de um conto de fadas denominado “Os três príncipes de Serendip”, onde os personagens por sorte ou sagacidade, sempre faziam descobertas inesperadas e felizes ou se defrontavam por acaso com experiências notáveis.

*Serendipity* consiste na capacidade de perceber e tirar proveito de uma ocorrência ou ideia fortuita promissora, exige uma mente alerta, atenta, aberta e flexível, bem como algum tipo de conhecimento na área em que se realiza a prospecção ou busca. Não se deve descartar estas ocorrências inesperadas como inúteis ou impertinentes.

O que não se pode afirmar é que serendipidade seja apenas algum tipo de sorte, pois esta capacidade de perceber e tirar proveito das oportunidades reveladas de forma inesperada está ligada à curiosidade do indivíduo, bem como, à sua criatividade.

## 08.2.- Sobre os tipos Serendipidade

A Teoria Piagetiana realça que, no processo de resolução de problemas, as respostas apresentadas mesmo que ‘erradas’, ou seja, quando se constituem em respostas inesperadas ou não pertinentes, são as que geralmente revelam mais do que as respostas corretas, exatas ou pertinentes sobre o pensamento daquele que tenta resolver o problema.

Em resumo, no caso de um de seus alunos encontrar inesperadamente uma solução não esperada para um dado problema, não deve o educador desprezá-la, tentando descobrir o porque de alguém tê-la apontada como correta. Com isto o educador que se depara com uma resposta não pertinente deverá avaliar o que causou o ‘ruído’ – falha na comunicação, falha na interpretação, ou aquilo que causou ou provocou esta resposta.

Há vários tipos de descobertas acidentais (serendipidade). das quais escolhemos as seguintes:

1. A descoberta de algo inesperado mesmo quando não estejamos procurando, ou seja, você tropeça em algo extremamente novo e interessante para o seu trabalho ou pesquisa;
2. Estar atento na busca de algo e descobrir sem querer uma ou mais alternativas inesperadas válidas;
3. Descobrir uma aplicação inesperada para algo que se estava pesquisando ou algo com o que se deparou sem querer.

## 08.3.- Processo de Criação e Descobertas em Cartões Lógicos

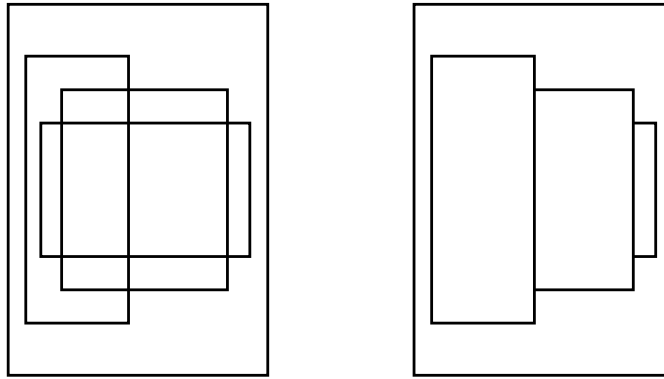
Vamos exemplificar a seguir o processo de criação de um cartão lógico destinado a servir de suporte para alguns Jogos Para o Pensamento Lógico. A diversas etapas serão descritas de forma sucinta remetendo os leitores a cada um dos JLOGCs em que as ideias foram registradas.

### 08.3.1.- Os Cartões dos Retângulos em 3 Níveis

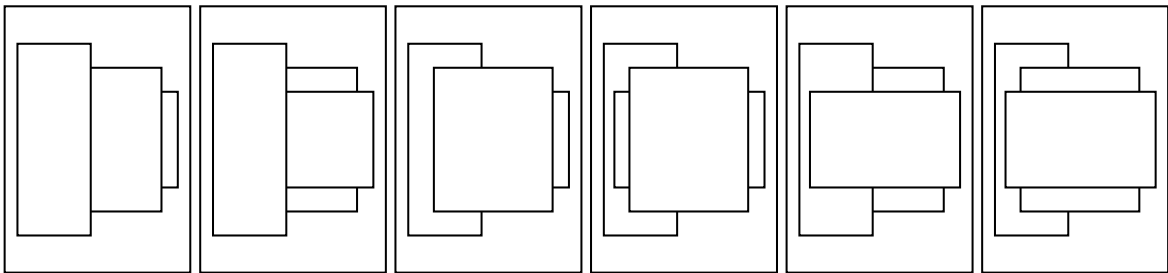
Vamos tomar o modelo de cartão criado e estudado no JLOGC#41 intitulado *Jogo dos Retângulos* em 3 Níveis (vide JLOGC#46):

#### 08.3.1.1.- Comentando os passos da Criação dos Cartões (Baralhos)

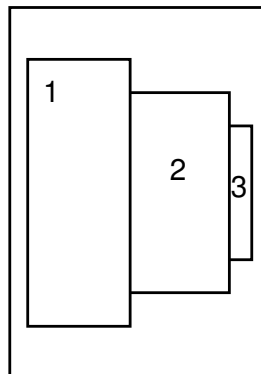
1. A intenção era simular que figuras geométricas poderiam ser deslocadas de forma a dar a impressão que elas poderiam ocupar 3 níveis de profundidade, ou seja, criar a impressão de profundidade e sobreposição entre as figuras.
2. O primeiro desenho mostra linhas auxiliares que permitem antever que as figuras geométricas – retângulos de três tamanhos disitintos – estão interligadas de forma a poderem, ao ser preenchidos simular sobreposições de uma com relação às outras:



3. Todas as formas de sobreposição foram estudadas exaustivamente são mostradas abaixo:



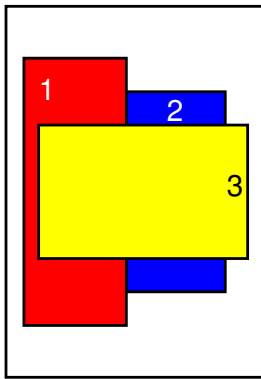
4. A segunda figura mostra uma disposição dos diversos retângulos que virão a ser numerados a partir dos seus tamanhos relativos, como mostramos a seguir:



5. Esta numeração nos permitiu criar um código de referência sobre a ordem das sobreposições bem como a distribuição das cores escolhidas para colorir estes cartões sem repetição das cores:

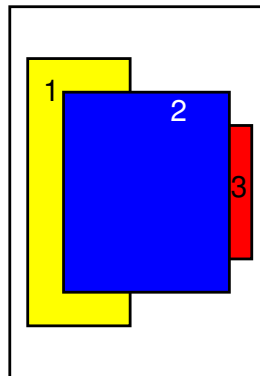
$$\begin{aligned}
 & (\mathit{Frente}, \mathit{Interm\u00e9dio}, \mathit{Fundo}) + (\mathit{Grande}, \mathit{M\u00e9dio}, \mathit{Pequeno}) = \\
 & = (\mathit{n\u00famero}_1, \mathit{n\u00famero}_2, \mathit{n\u00famero}_3) + (\mathit{cor}_1, \mathit{cor}_2, \mathit{cor}_3)
 \end{aligned}$$

6. A Notação ‘(3,1,2) + (vm,az,am)’ corresponder\u00e1 ao seguinte cart\u00e3o:



**Profundidade = (pequeno, grande, médio)**  
**+**  
**Cores = (Grande = vm, Médio = azul, Pequeno = amarelo),**

A Notação '(2,1,3) + (am,az,vm)' corresponderá à seguinte carta do baralho:



### 08.3.1.2.- Observações Importantes

O processo de criação destes cartões/baralhos não foi algo que se deu de forma direta. Nem sempre todas as ideias vieram juntas, mesmo a criação do modelo de cartão demandou uma série de tentativas até se encontrar uma modelagem adequada. A numeração foi uma forma de matematizar o processo, permitindo individualizar cada um dos cartões através de um código.

O livro '60 Jogos Para o Pensamento Lógico' foram apresentados aos leitores não somente de forma acabada, mas fizemos questão de mostrar o processo criativo – criação dos modelos, o estudo das possibilidades gráficas, a escolha das cores, o cálculo combinatório, e finalmente a forma de geração de cada família de cartões, além da criação de tabuleiros e tabelas, quando necessário (vide o exemplo a seguir e o JLOGC#57. Como sempre, em todos os JLOGCs, o autor sempre deixou sempre em aberto a possibilidade do leitor exercer a sua criatividade na criação de novas regras que permitam usar estes cartões de forma mais interessantes ou segundo as suas necessidades.

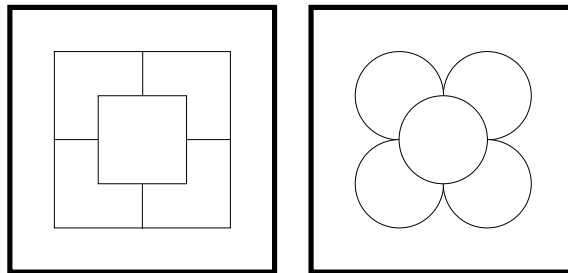
Sugere-se ao leitor buscar a inspiração, através da retomada de outros JLOGCs entre os 60 Jogos apresentados neste Volume 1, A, B e C.

### 08.3.2.- OS CARTÕES COM SOBREPOSIÇÃO DE FIGURAS

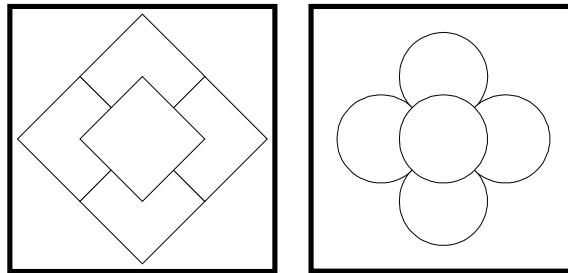
A partir do processo de criação dos *Cartões dos Retângulos em 3 Níveis* acima comentados, pretendíamos a criação um modelo de cartão mais complexo que o anterior, visando ampliar a quantidade de cartões distintos entre si. Os cartões foram denominados Cartões com Sobreposição de Figuras.

#### 08.3.1.- Comentando os passos da Criação dos Cartões

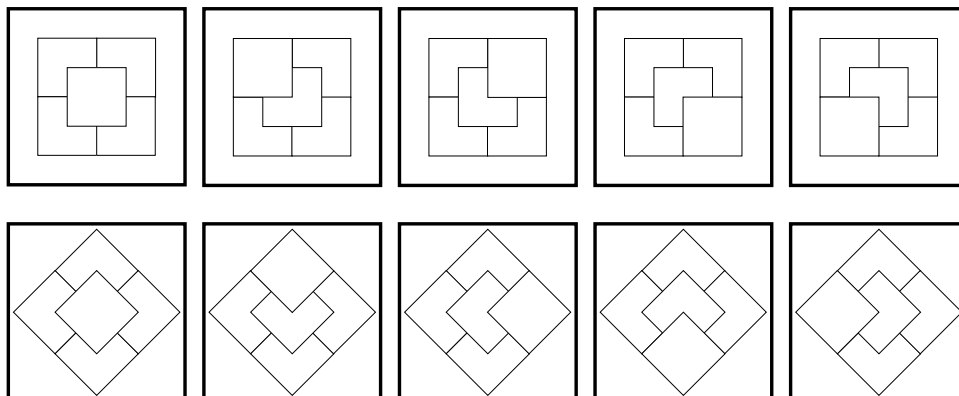
1. Escolhemos sobrepor dois tipos de figuras geométricas: 5 quadrados ou 5 círculos:



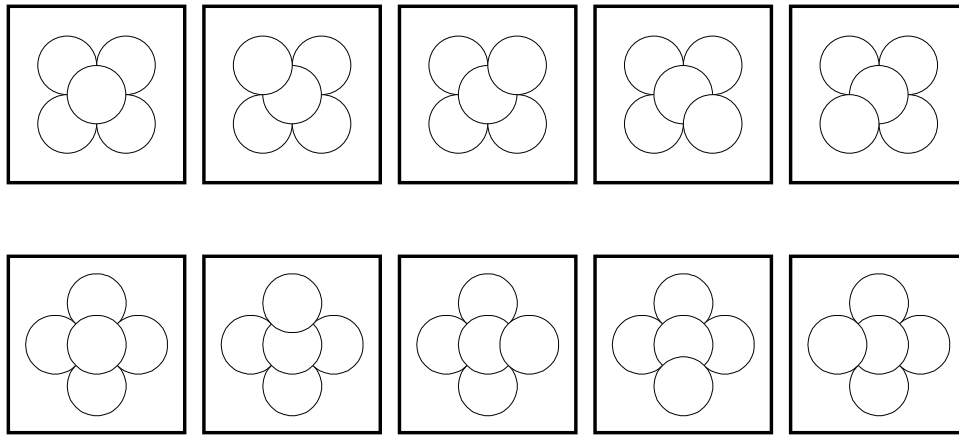
2. As figuras foram ainda giradas de 45° criando mais duas possibilidades de colocá-la no cartão (suporte) quadrado:



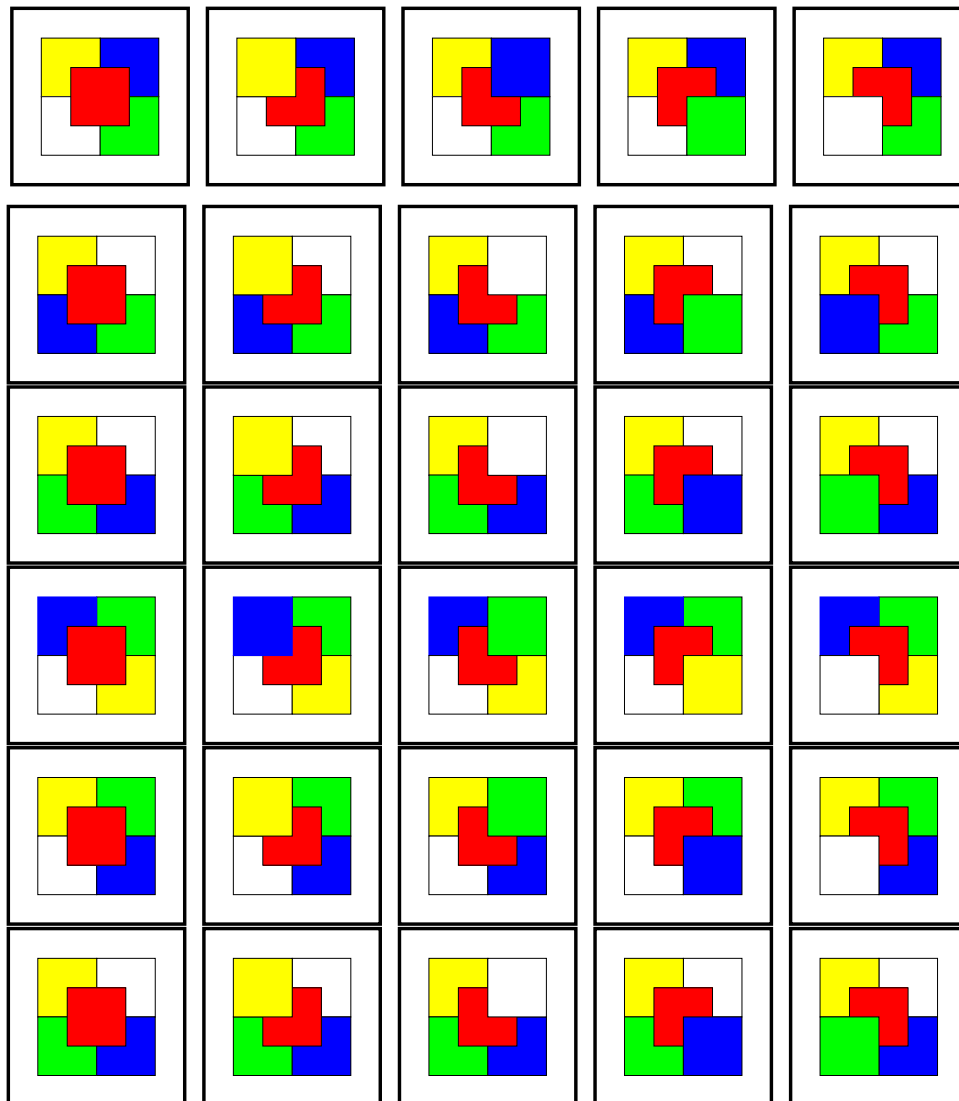
3. De acordo com a ideia de simular que um dos elementos do desenho passam a figurar como sobreposto aos demais estabelecemos os seguintes cartões, considerando que a simetria desapareceria quando do colorimento destes cartões:



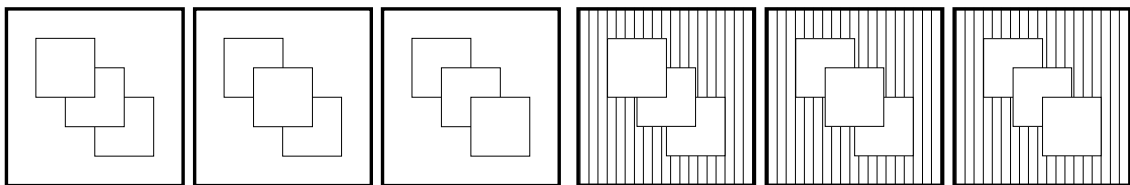




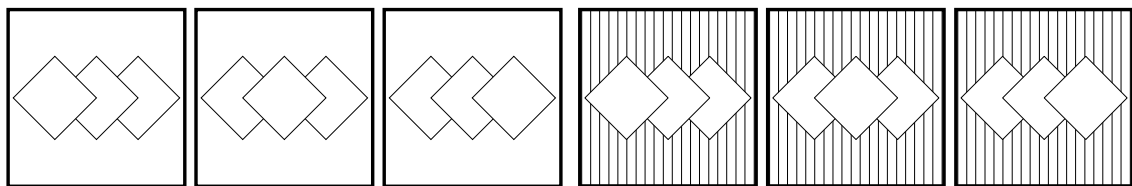
4. Nós escolhemos 5 cores para o colorimento dos quadrados e dos círculos através do seguinte cálculo combinatório:  $PC(4) = 3! = 3 \times 2 \times 1 = 6$ , escolhendo um cor para ser fixada na figura do centro. Somente aí já teremos 30 cartões, que são aqueles mostrados abaixo cujo centro é vermelho, circundado pelas outras demais 4 cores:



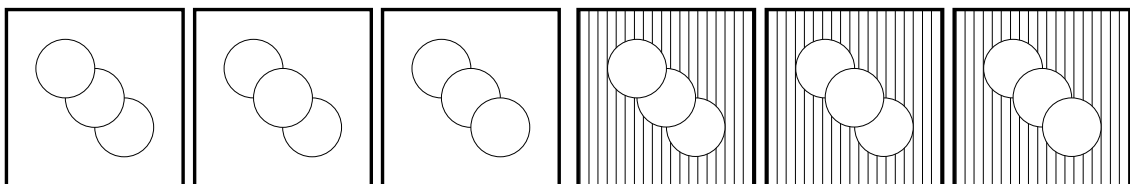
5. Estas 30 possibilidades deverão agora ser multiplicadas por 5, que é cada uma das figuras que passarão a figurar no centro do desenho. Portanto teremos 150 cartões. No entanto temos os desenhos em diagonal que permitirão gerar mais 150 cartões, perfazendo 300 cartões distintos entre si.
6. Repetindo o mesmo processo para os cartões com figuras circulares obteremos mais 300 cartões distintos. Finalmente conseguimos gerar 600 cartões distintos, o que seria uma quantidade supostamente exagerada.
7. Assim nós fomos induzidos a buscar um tipo de cartão baseado no anterior, mas que pudesse gerar uma quantidade menor de cartões, para somente a partir disto repensar-se um novo modelo com vistas à ampliação da quantidade de cartões.
8. O novo Modelo foi denominado Modelo #1, e são mostrados com quatro características distintas, a saber: desenho na diagonal (D) ou desenho na horizontal (H); fundo branco (b) ou fundo hachurado(h):
- 9.



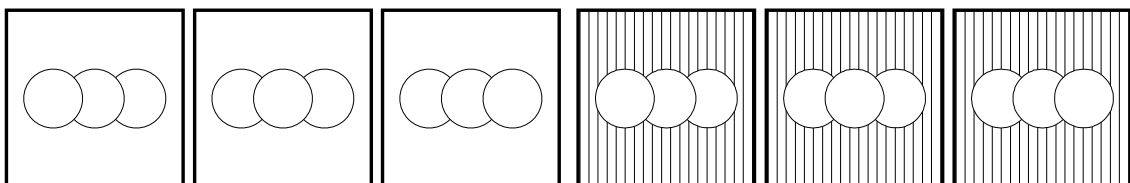
Modelos #1.QDb e #1.QDh com as sobreposições de um dos quadrados



Modelos #1.QHb e #1.QHh com as sobreposições de um dos quadrados



Modelos #1.CDb e #1.CDh com as sobreposições de um dos círculos

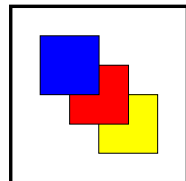


Modelos #1.CHb e #1.CHh com as sobreposições de um dos círculos

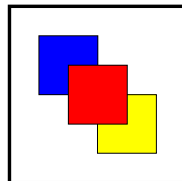
10. Uma tabela de codificação foi criada para facilitar a identificação destes cartões:

TABELA DE CODIFICAÇÃO DOS CARTÕES #1					
Nº	Formas	Posições	Cores do Fundo	Figura central	Figura em relevo
#1	Quadrado: Q Círculo: C	Diagonal: D Horizontal: H	Fundo Branco: b Fundo Hachurado: h	az, vm, ou am	az, vm, ou am

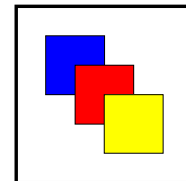
11. Os cartões a seguir foram codificados de acordo com a tabela mostrada logo acima:



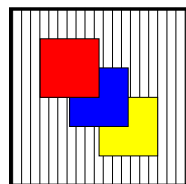
#1.QDb,vm,az



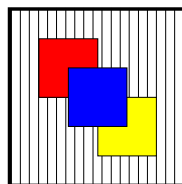
#1.QDb,vm,vm



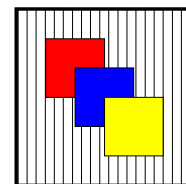
#1.QDb,vm,am



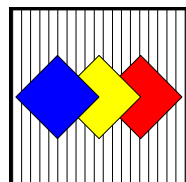
#1.QDh,az,vm



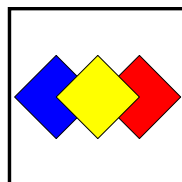
#1.QDh,az,az



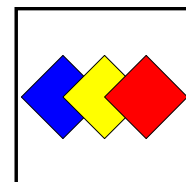
#1.QDh,az,am



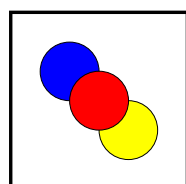
#1.QHh,am,az



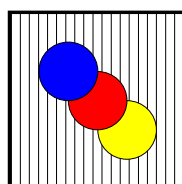
#1.QHb,am,am



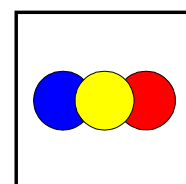
#1.Qb,am,vm



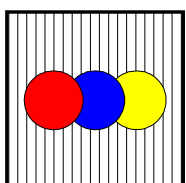
#1.CDb,vm,vm



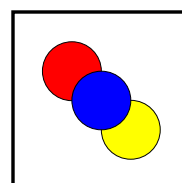
#1.CDh,vm,az



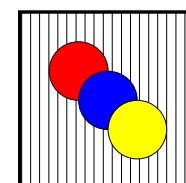
#1.CHh,am,am



#1.CHh,vm,vm



#1.CDb,az,az

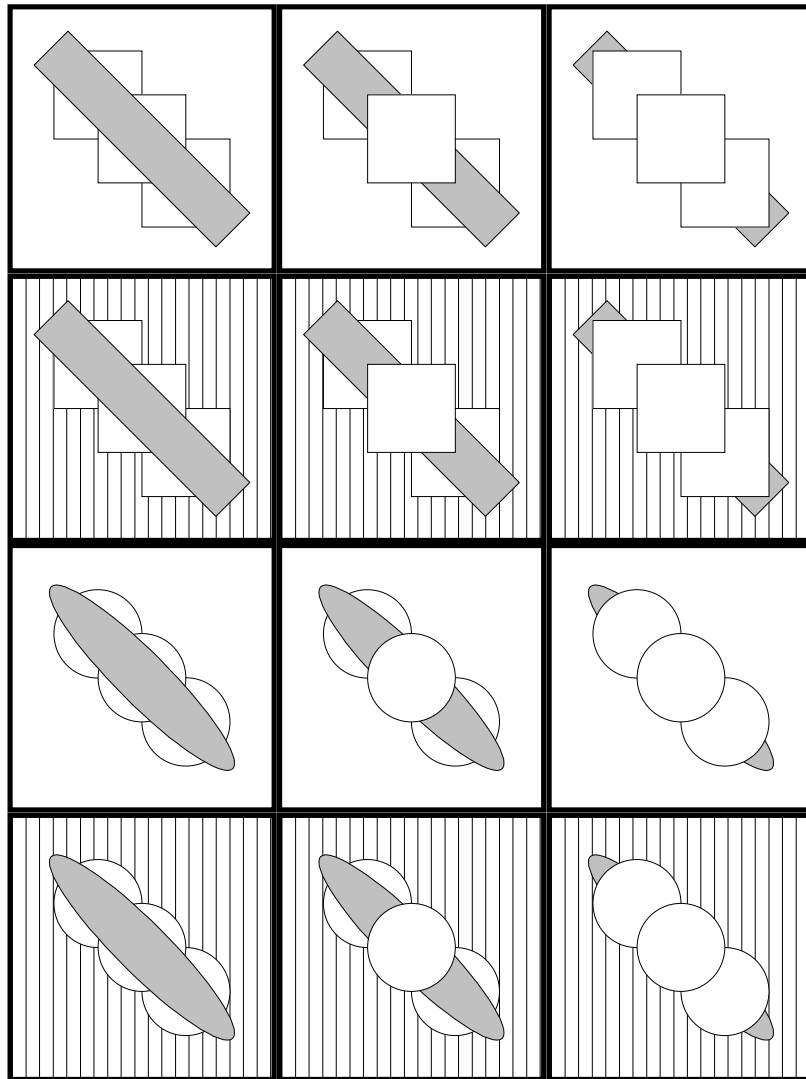


#1.CDh,am,az

12. A quantidade de cartões distintos entre si que podem ser gerados é 72.

13. Aproveitando os desenhos dos cartões anteriores propusemos o seguinte: os cartões anteriores deveriam receber respectivamente: o de figuras quadradas, um retângulo cinza sobre o desenho e os de figuras circulares, uma elipse cinza sobre o desenho, como mostrado abaixo. O que

surpreendentemente foi tornado possível com a escolha destas figuras alongadas colocadas sobre a figura anterior, foi descobrir que poderíamos aloca-las em profundidades que foram numeradas como 1, 2, ou 3. :

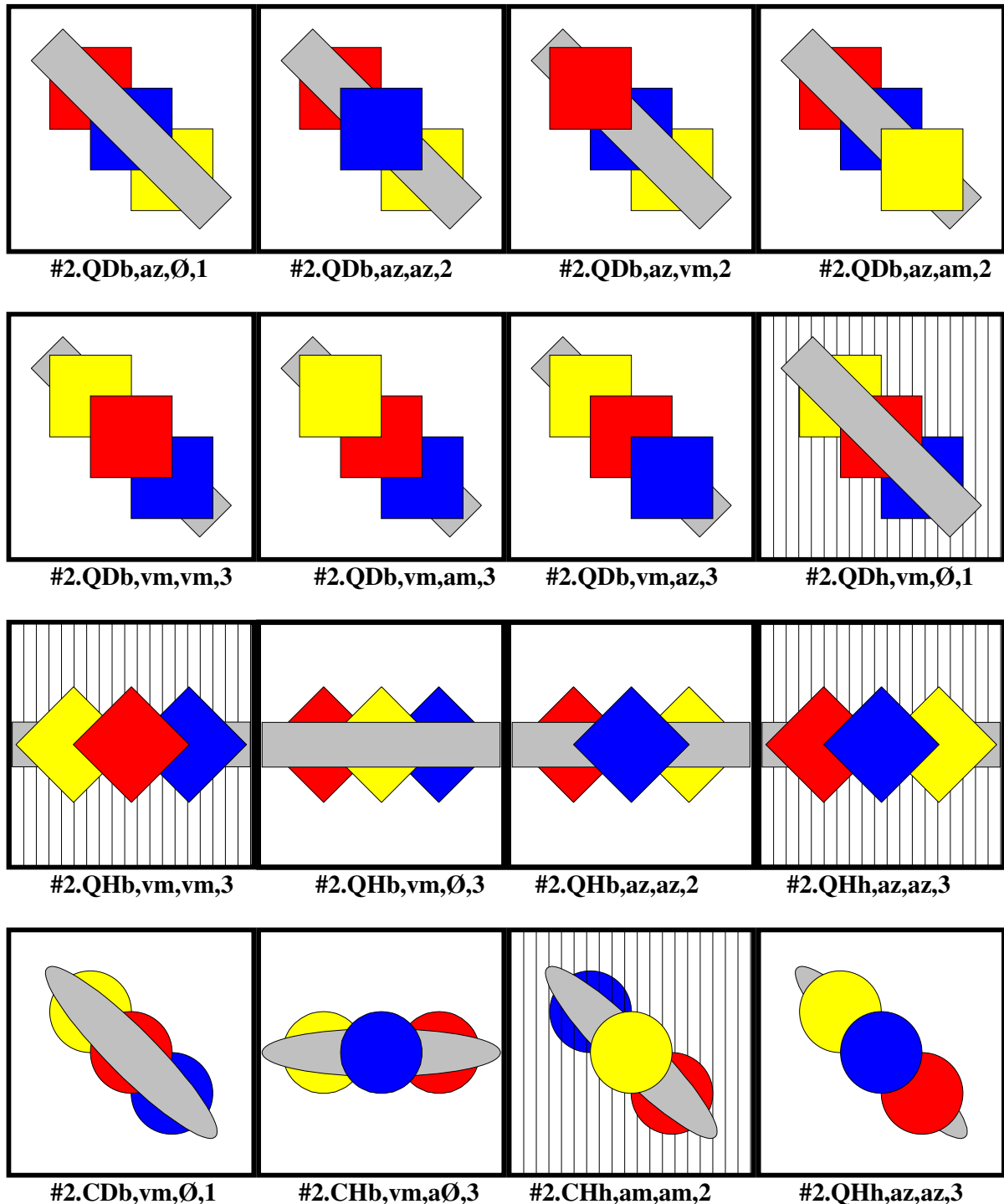


Estes modelo de cartão permitirá a geração de uma nova família de cartões.

14. Abaixo a tabela de codificação destes novos cartões:

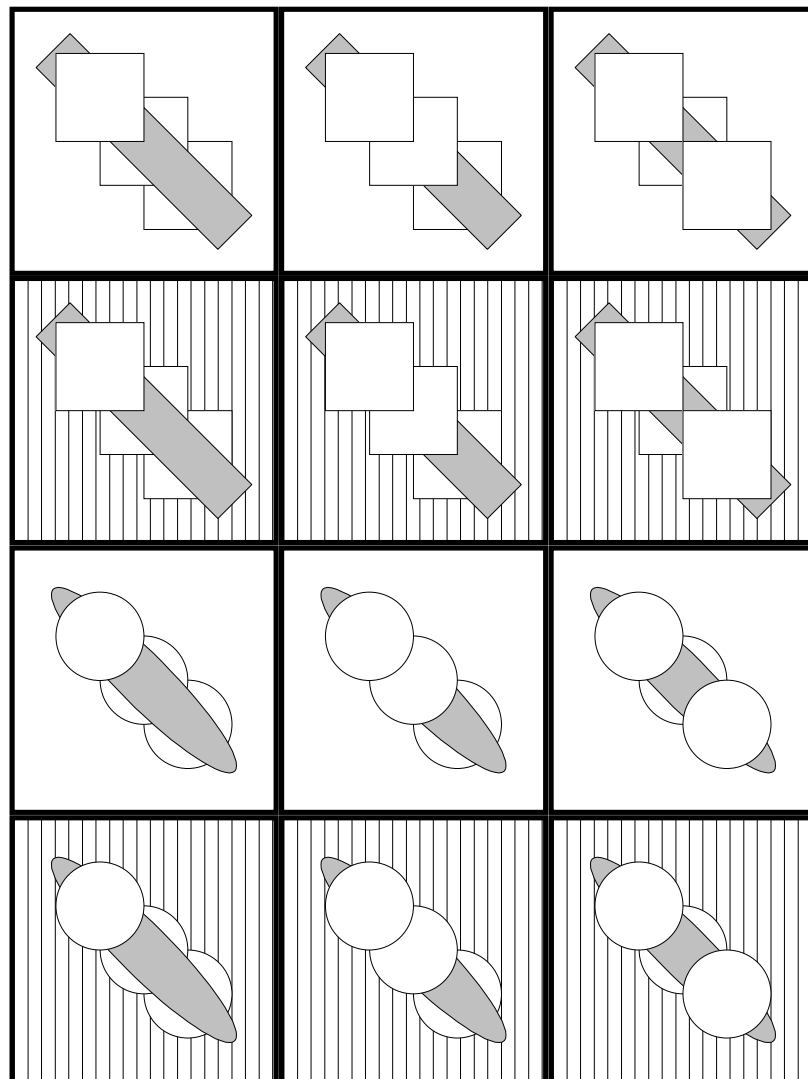
<b>Tabela de Codificação dos Atributos dos Cartões #2</b>						
<b>Nº</b>	<b>Formas</b>	<b>Posições</b>	<b>Cores do Fundo</b>	<b>Figura central</b>	<b>Figura em relevo</b>	<b>Nível da figura cinza</b>
#2	Quadrado: Q Círculo: C	Diagonal: D Horizontal: H	Fundo Branco: b Fundo Hachurado: h	az, vm, ou am	az, vm, am ou Ø	1, 2 ou 3

15. Os cartões abaixo são alguns exemplos já codificados:



16. A quantidade de cartões assim gerados será exatamente  $72 \times 3 = 216$  cartões distintos entre si.

17. Um detalhe que havia passado despercebido e pode ser denominado um caso de descoberta por acaso (um excelente exemplo de serendipidade - *aptidão, faculdade ou dom de atrair o acontecimento de coisas felizes ou úteis, ou de descobri-las por acaso*).



### 08.4.- Comentários

Os leitores interessados devem não somente imprimir, plastificar e recortar o material que agora vem encartado nos JLOGCs de #01 até o #40. O importante seria acompanhar o estudo que cerca o processo de criação e as descobertas feitas ao longo das pesquisas feitas pelo autor.

## L-MQN#09 – Fundamentos & Ideias Teóricas #09

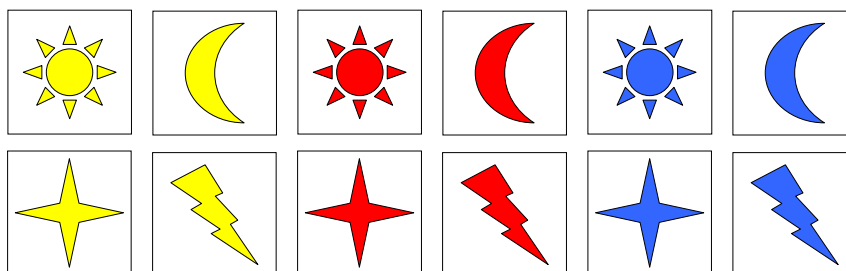
### SOBRE OS JOGOS DESTE VOLUME

*Neste Leia-Me Quando Necessário (L-MQN) nós iremos apresentar um resumo ilustrado contendo um breve comentário descritivo de cada um dos Jogos Para o Pensamento Lógico constantes do Volume 1 – Partes A, B e C, ou seja, apresentamos aqui um guia sintético para os 60 JLOGCs, desde o JPLOGC de #01 até o JLOGC#60.*

#### 0.9.- Os JLOGCs do VOL1- Partes A, B e C: JLOGCs de #01 a #60

A seguir iremos apresentar algumas das principais características dos 60 jogos que figuram neste Livro Para o Pensamento Lógico: VOLUME 1 - Partes A, B e C – de JLOGC #01 até JLOGC#60. A numeração das páginas dos quatro livros desta coleção não é sequencial como num livro comum, a numeração das páginas é composta por dois números ‘mn’ e ‘pq’ separados por um ponto: ‘mn.pq’ onde ‘mn’ indica o número do Jogo Para o Pensamento Lógico-Matemático (JPPL-M) e ‘pq’ é o número da página daquele jogo, ou seja: esta numeração deve ser entendida como sendo: ‘Jogo mn - ‘página pq’.

##### **JLOGC#01 – Jogos com Cartões Lógicos Cores-Formas**

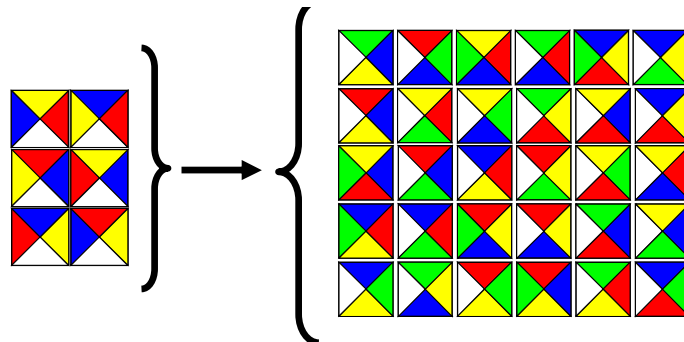


Os Cartões Lógicos Cores-Forma são numa espécie de base para uma série de Jogos Para o Pensamento Lógico. Com eles iremos introduzir as regras para as várias formas de jogar utilizando os cartões lógicos. Os cartões aqui apresentados possuem atributos (qualidades) que são facilmente reconhecidos por crianças bem pequenas: as cores utilizadas são o amarelo, o azul e o vermelho, e as formas que receberão estas cores, também bastante simples, são: estrela, lua, sol e raio. Os cartões Lógicos Cores-Formas são bastante próximos daqueles criados, e amplamente estudados e testados, no livro “Cores-Furos – Um Material Concreto Piagetiano” [Sá Leite 1988, Editora Manole], cuja base são os Blocos Lógicos de ‘Dienes’, blocos estes que serão estudados mais adiante no JLOGC#6.

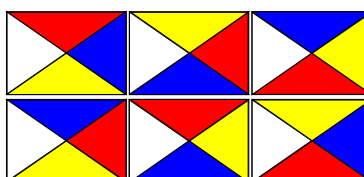
##### **JLOGC#02 – Dominós Quadrados 4-Cores e 5-Cores**

Ao contrário dos dominós tradicionais em que o casamento entre as peças somente pode ocorrer, no máximo de duas maneiras, os dominós quadrados permitem quatro possibilidades de casamento com outros dominós deste mesmo tipo. Jogar dominó utilizando-se das seis peças do

Dominó Quadrado com Quatro Cores é algo trivial, pois cada uma das peças contém todas as quatro cores, o que torna sempre possível os casamentos entre as peças. É preciso que criemos mais algumas peças neste dominó para que, ao jogarmos com elas, os desafios se tornem mais interessantes. Com o simples acréscimo de mais uma cor neste conjunto de 4 cores, passa-se a ter cinco cores a serem combinadas 4 a 4, o que permitirá ampliar este conjunto de 6 para 30 dominós distintos entre si.

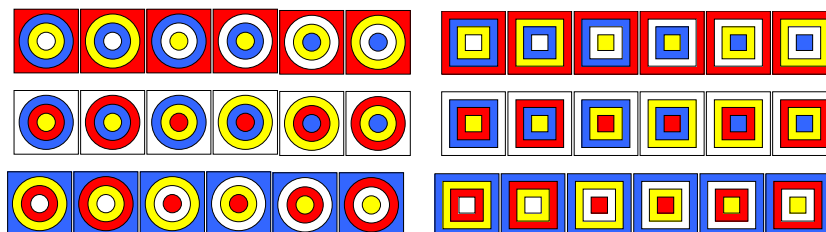


**JLOGC#03 – Dominós Retangulares 4-Cores**



Vamos transferir o que aprendemos até agora para um novo desafio. O que acontecerá se ao invés dos cartões quadrados com 4,5 cm por 4,5 cm, adotados no JLOGC#02, nós os transformarmos em cartões retangulares cujas medidas serão 4,5 cm por 6,5 cm, mantendo as 4 cores originais?

**JLOGC#04 – Dominós Quadrados com Figuras Concêntricas**



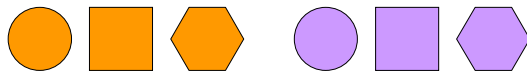
Os conjuntos de cartões deste JLOGC#04 diferem daqueles apresentados nos JLOGC#01, JLOGC#02 e JLOGC#03, que possibilitavam o jogo tradicional de dominós, aquele em que se buscam casamentos de padrões idênticos. Aqui, as características dos cartões, adicionarão alguns tipos de dificuldades que tornam o jogo de dominós, muito mais interessante, por que mais exigente quanto ao casamento de padrões.

**JLOGC#05 – Dominós Quadrados 7-Cores**

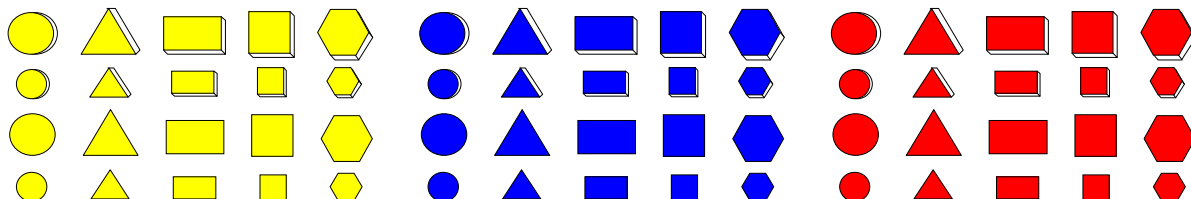
Os Cartões Lógicos 7-Cores serão gerados a partir dos Cartões Lógicos denominados Dominós Quadrados 5-Cores, apresentados no JLOGC#02 (vide acima), pelo acréscimo de três figuras centradas nos mesmos (círculo, quadrado, hexágono) em duas novas cores laranja ou lilás (ou roxo). Com isto aqueles 30 dominós, passarão agora a ser 180 dominós, distintos entre si. Uma nova forma de jogar –



híbrida – será possível com estes novos cartões, em que além do casamento de padrões, será exigido ainda o casamento de figuras ou cores distintas, ou seja, com estes cartões jogaremos o *Jogo das Diferenças* entre figuras e cores centradas nos cartões 5-Cores e iremos, como anteriormente fazíamos no *JLOGC#02*, casar os padrões dos cartões que servem de suporte a estas novas figuras e cores.

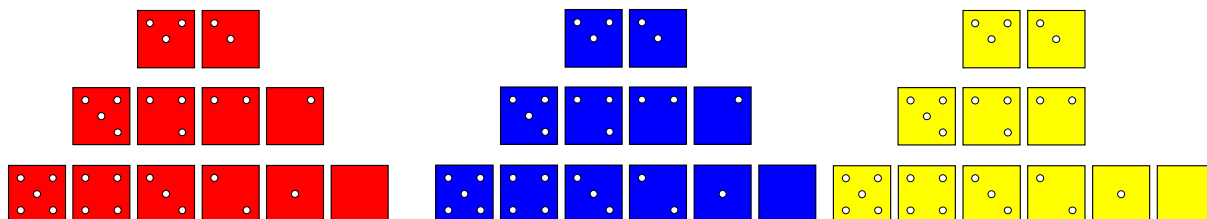


**JLOGC#06 – Blocos Lógicos ou Blocos Atributos**



Os Blocos Lógicos ou Blocos Atributos é um notável conjunto de manipulativos concretos. Anteriormente utilizados por Vygotsky e por Hull em experimentos sobre a aquisição de conceitos, com Dienes, passa a ser utilizado como suporte para jogos Lógico-Matemáticos muito próximos daqueles apresentados em *JLOGC#01*. Os Blocos Lógicos ou Blocos Atributos são apresentados ao leitor sob a forma de cartões lógicos – denominados *Cartões Blocos-Símbolos* – e também sob a forma de *Planiblocos*. No entanto, caberá aos leitores interessados buscar nas diversas obras apresentadas no item 6.2.1. deste texto, as formas de uso deste material, bem como as regras para mais de uma centena de jogos lógicos possíveis com os Blocos Atributos.

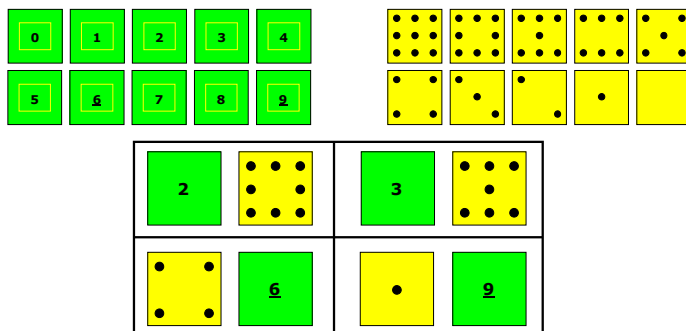
**JLOGC#07 – Cartões Lógicos Cores-Furos e Cores-Minicírculos**



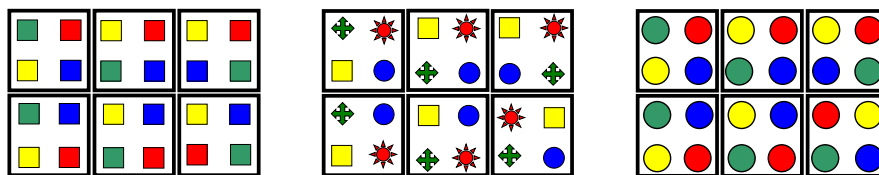
Aqui serão apresentados os *Cartões Cores-Furos*. Baseadas nas concepções de Jean Piaget quanto à utilização de materiais concretos, durante as *Entrevistas Críticas*, este micromundo é bastante diferente dos *Cartões* apresentados nos *Jogos Lógicos* de #01 até #05, bem como dos *Blocos Lógico* (*JLOGC#06*), pois se apresentam com dois novos tipos de atributos, bem mais complexos que aqueles estudados anteriormente, como cores, formas, espessuras e tamanhos, ou seja, os novos atributos são os seguintes: a quantidade e a posição dos furos dispostos sobre o suporte físico quadrado, e o fundo cujas cores podem variar de um conjunto para outro.

**JLOGC#08 – O Jogo da Memória - Complemento de Uma Ideia**

O jogo da memória é um jogo bastante conhecido. Aqui ele será apresentado numa versão diferente da usual. Ele será visto como o *Jogo do Complemento de uma Ideia*, em que os de cartões não serão buscados pela identidade, sendo que os pares de cartões deverão ser formados pela complementaridade das ideias neles contidas. Veja acima alguns exemplos de pares a serem formados no jogo *Complemento de 10*.

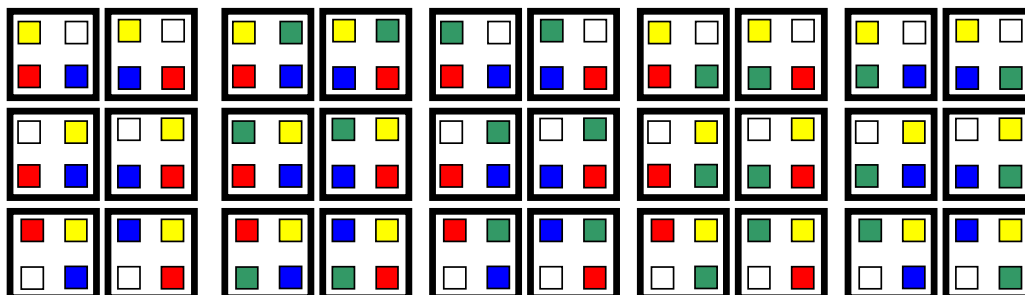


**JLOGC#09 – Dominós Quadrados 4-Formas Coloridas**



O dominó comum é constituído por 28 pedras retangulares, cada uma delas com duas possibilidades de casamento de padrões, desde que estes padrões sejam idênticos. Retomam-se aqui as ideias de alguns dos JLOGC anteriores em que se utilizavam os dominós quadrados ou retangulares com 4 ou 5 cores, com a finalidade de ampliá-las: estes novos dominós também apresentam quatro possibilidades de casamento ao se juntarem cada um de seus quatro lados, isto é, os quadraminós podem ser casados por um dos lados com outro quadraminó mediante a coincidência de dois dos quatro elementos que neles figuram. O nosso estudo se estenderá dos Dominós 4-Quadrados Coloridos, passando pelos Dominós 4-Figuras Coloridas, para abranger os Dominós 4-Círculos Coloridos e outros mais, envolvendo os hexágonos e o octógonos regulares, também coloridos, a serem estudados nos próximos JLOGC.

**JLOGC#10 – Dominós Quadrados com 4-Formas e 5-Cores**

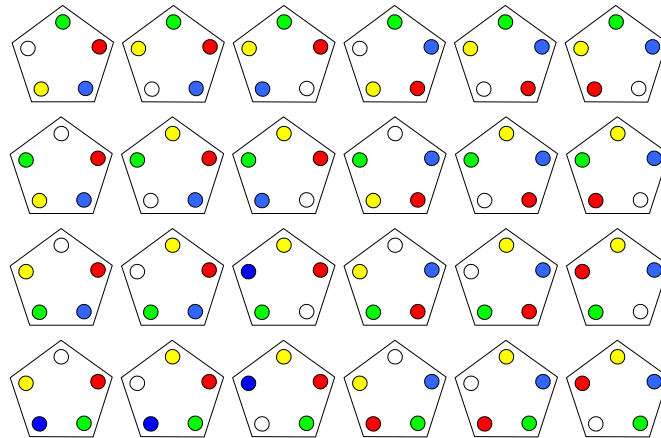


O leitor que acompanhou a geração das peças do Dominó Quadrado com 4-Formas Coloridas no JLOGC#09 vai tomar contacto agora com a estratégia teórico-prática que possibilitará a geração de um dominó, ainda quadrado, onde iremos utilizar cinco cores tomadas quatro a quatro. Quem aprendeu Análise Combinatória no Ensino Médio irá ficar espantado com a relativa dificuldade deste problema que parece tão simples, mas não é.

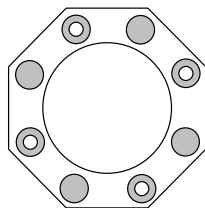
**JLOGC#11 – Dominós Pentagonais 5-Cores**

Tão Natural como o cálculo da quantidade de Dominós 4-Formas Coloridas (JLOGC#09) e dos Dominós Quadrados com 4-Formas e 5-Cores (JLOGC#10) – que têm respectivamente 6 e 30 dominós



– é o cálculo da quantidade deste Dominó Pentagonal 5-Cores. Temos aqui uma Permutação Circular de 5 elementos, cujo resultado é  $4!$ , ou seja,  $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$  dominós.



**JLOGC#12 – O Dominó Octogonal com 4 Cores Intercaladas**

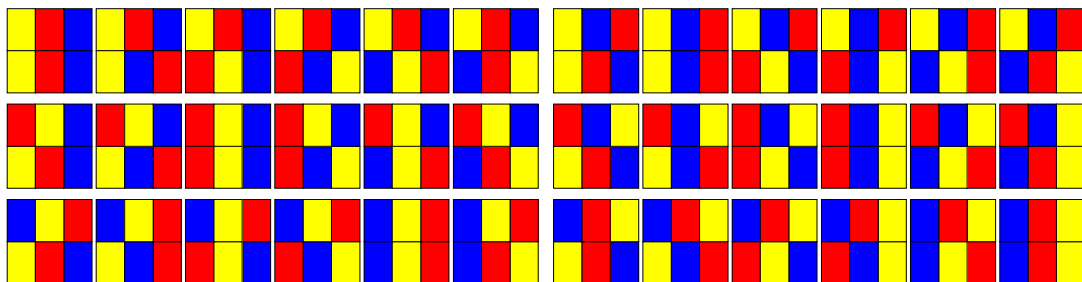


**Legenda:**

-  - círculo
-  - coroa circular

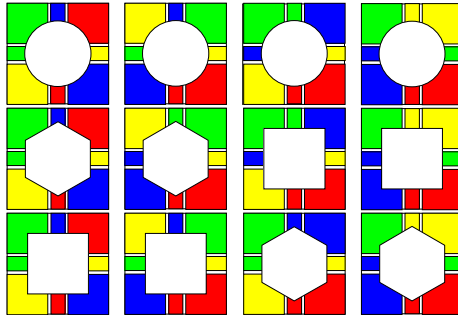
Para criar os Cartões Octogonais com 4 Cores são combinadas as estratégias de criação de cartões dos JLOGC#09 e JLOGC#10. Vale a pena procurar entender o processo de criação destes cartões, em que dois tipos de figuras (círculo e coroas circulares) são intercaladas para possibilitar a criação de um micromundo com 36 cartões e não como os 5040 cartões que seriam produzido por uma Permutação Circular com 8 elementos.

**JLOGC#13 - Jogo dos Dominós 2 X 3**



Os cartões deste jogo – o Jogo dos Dominós  $2 \times 3$  – são cartões quadrados que permitirão, dependendo da escolha do lado, o casamento de dois ou de três cores idênticas, ou seja, o casamento de 2 ou de 3 dos padrões – as cores. No entanto, estes dominós não servirão apenas para este tipo de jogo, mas podemos sugerir aqui outros jogos como: o dominó das cores cruzadas (invertidas) e o jogo do preenchimento de tabuleiros em que algumas peças tenham sido, antecipadamente, distribuídas sobre ele.

**JLOGC#14 – *Jogo Dos Dominós Complexos***

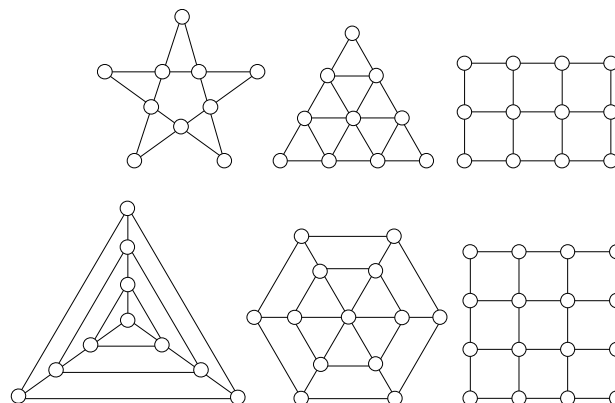


Este é um cartão para Jogos de Dominó com casamentos de padrões bastante complexos. Somente para dar dois exemplos das possibilidades destes jogos, pode-se jogar o jogo em que se exigirá o exato casamento de 3 cores na mesma posição, mas também se pode optar por casamentos em que as posições das cores se apresentem cruzadas. Quanto às figuras centrais – um quadrado, um círculo ou um hexágono – pode-se exigir, ou não, que figuras diferentes se alternem a cada jogada. Há ainda a proposta do Jogo das Diferenças, em que as diferenças dizem respeito apenas às laterais dos dominós a serem casadas (vide nomenclatura no item 14.2.) no tocante às cores ou a disposição das mesmas, com a possibilidade de se incluir aí as diferenças centrais. Os cartões distintos entre si dos denominados Dominós Complexos totalizam 128, dos quais apenas 12 eles são mostrados na figura acima, como exemplos.

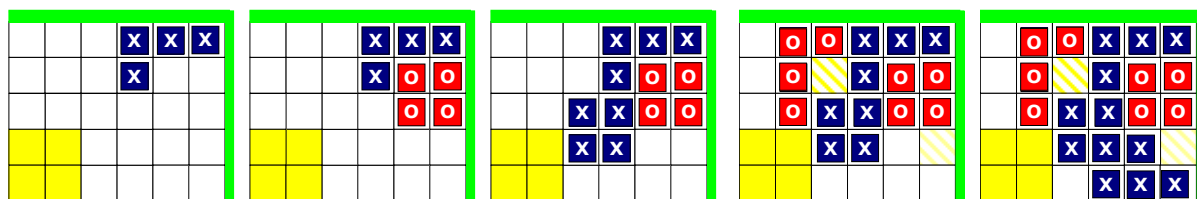
**JLOGC#15 – *Estudando O Jogo da Velha e Jogos Semelhantes***

X	O	
O	O	X
X	X	O

O Jogo da Velha é um jogo tradicionalmente jogado por duas pessoas utilizando uma simples folha de papel e cada uma delas portando um lápis ou uma caneta. Aqui iremos tomar contacto com este jogo e estudá-lo em detalhes, bem como iremos dar exemplo de outros jogos bastante semelhantes a ele, cujas estratégias precisam ser estudadas pelos leitores.

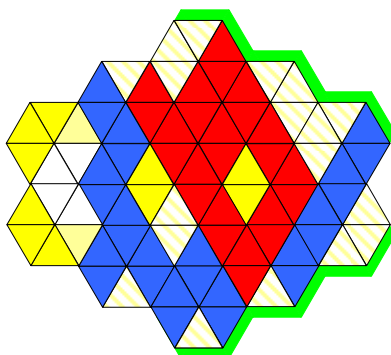


**JLOGC#16 – Um Novo Tipo de Jogo da Velha**



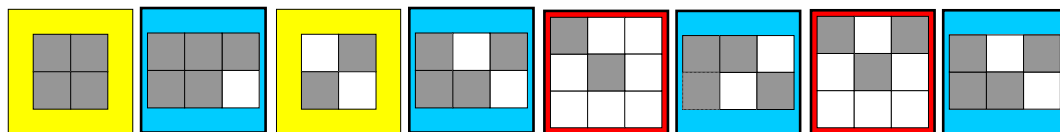
Este é um novo tipo de Jogo da Velha, os tabuleiros e os objetivos do jogo são distintos dos jogos apresentados no JLOGC#15. Os símbolos ‘O’ e ‘X’ continuam a ser utilizados, mas a meta do jogo é estabelecer uma espécie de caminho que tem início na borda superior ou lateral direita objetivando forçar o oponente a invadir uma área proibida do tabuleiro – pintada de amarelo. O jogador que for obrigado a invadir esta área proibida, na sua vez de jogar, perderá o jogo. Uma forma ótima para este jogo se dá quando cada jogador deva alocar 4 de seus símbolos no tabuleiro a cada jogada.

**JLOGC#17 – O Jogo dos Diamantes**



A partir do estudo do Jogo da Velha que realizamos no JLOGC#15, pudemos criar um ‘Novo tipo de Jogo da Velha’ e este curioso ‘Jogo dos Diamantes’. Novamente, este é mais um Jogo Para o Pensamento Lógico, em que o autor sugere que o leitor recrie ou modifique as regras estabelecidas, bem como, sugere ao leitor mais ousado que crie seus próprios tabuleiros para o jogo. Aí é que estarão, de fato, os Jogos Para o Pensamento Lógico. A Figura acima mostra as pedras do jogo na forma de losangos (os diamantes) e um tabuleiro com uma partida deste jogo já finalizado.

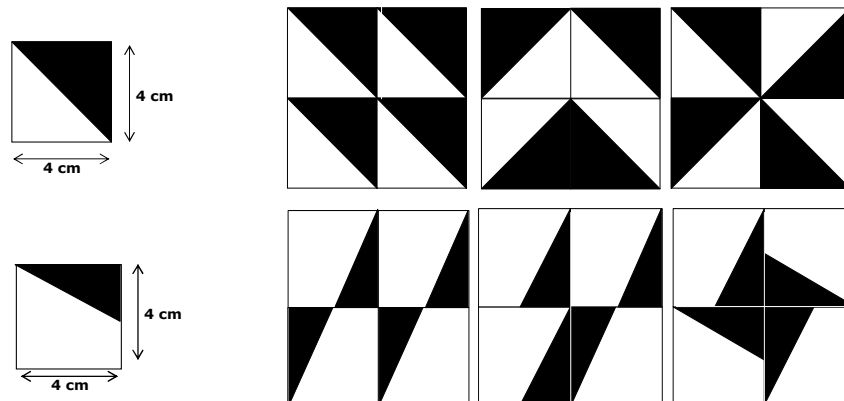
**JLOGC#18 – Jogo Das Malhas Axadrezadas**



Os cartões denominados malhas (ou matrizes) axadrezadas têm diversos atributos, tais como: malhas quadriculadas com 4, 6 ou 9 celas, dispostas respectivamente nos formatos 2x2, 2x3 e 3x3; cores de fundo (amarelo, azul e vermelho) que permite identificar respectivamente a quantidade das celas nas malhas; quantidades e distribuição de veladuras (na cor cinza) que permite contrastar as celas vazias das celas ocupadas. Pode-se jogar com estes cartões: Jogos Exploratórios denominados Jogos Livres ou Jogos das Descobertas; o Jogo da Complementação; o Jogo da Identidade; o Jogo da

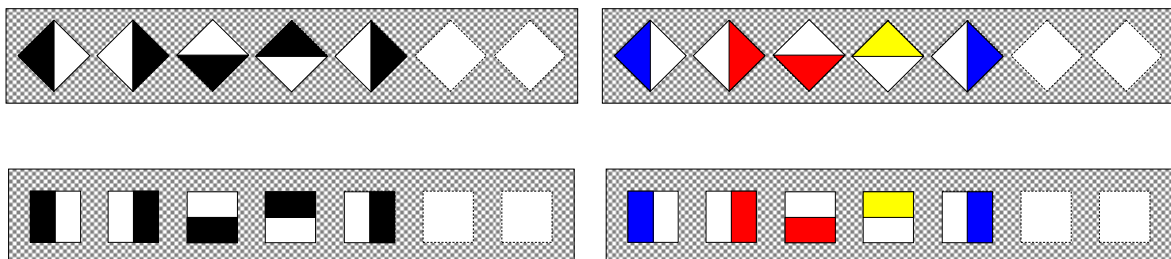
Inclusão (‘contido em’ e ‘contém’); o Dominó das Diferenças. A figura acima mostra alguns exemplos de matrizes axadrezadas 2x2, 2x3 e 3x3.

**JLOGC#19 – A Gestalt e os Cartões Gestálticos**



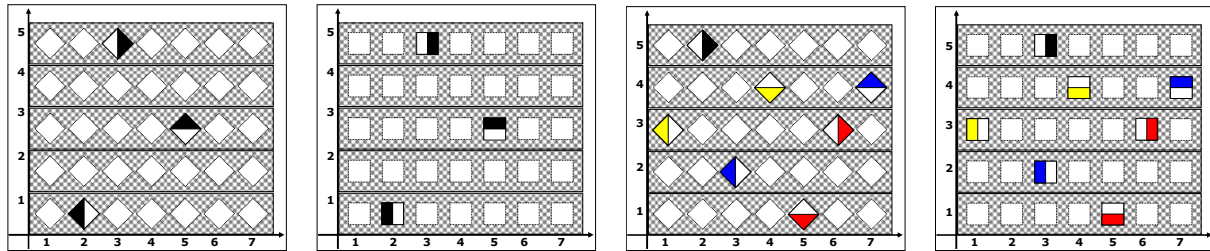
A Gestalt é uma Teoria Psicológica cujas concepções se ampliaram para dar origem, no campo da filosofia, à Teoria da Forma. O conceito de gestalt (‘boa forma’) e o de insight (‘iluminação súbita’) são aqui abordados. A partir de cartões logicamente neutros e idênticos – denominados cartões gestálticos –, são dados alguns exemplos de conjuntos ‘bem formados’ (gestalts) obtidos pela justaposição destes cartões. O leitor ainda será convidado a empreender jogos de paciência, utilizando vários modelos de cartões gestálticos, a fim escolher a melhor gestalt dentre as que ele mesmo produziu. As figuras acima mostram dois módulos básicos destes cartões e algumas matrizes gestálticas 2x2, construídas com eles.

**JLOGC#20 - Jogos com Cartões Vetoriais**



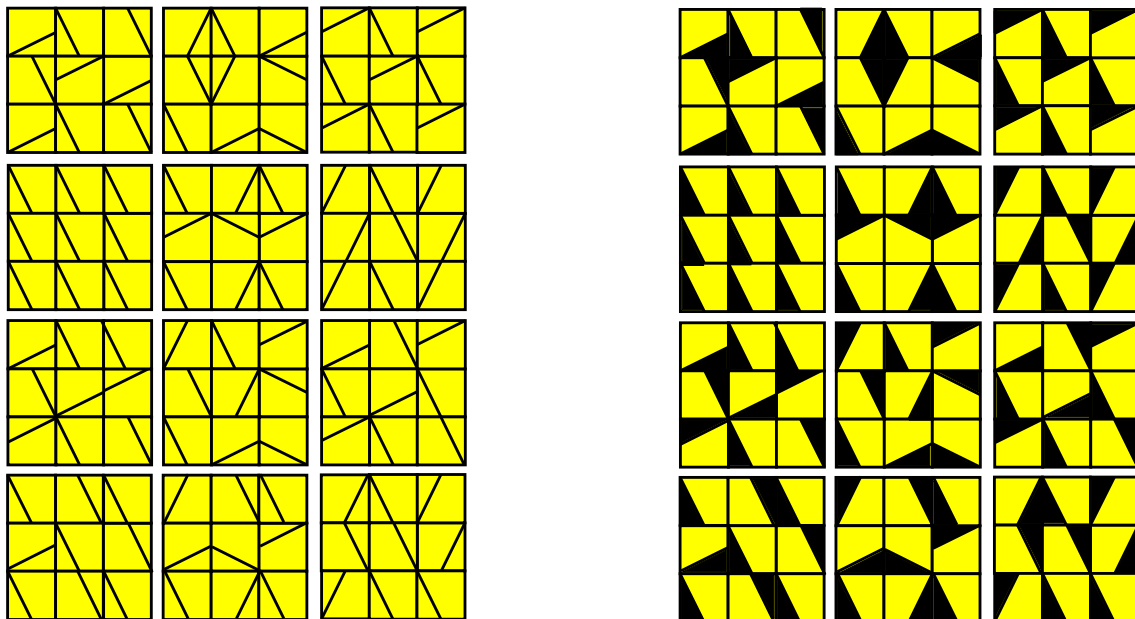
Vamos apresentar uma aplicação bastante interessante dos cartões gestálticos. Eles serão utilizados como vetores – indicativos de direção e sentido – a serem utilizados na fase de pré-alfabetização. As figuras acima mostram dois mapas solução para o ditado seguinte: “Para a esquerda; Para a direita; Para baixo; Para cima; Para a direita; Para baixo; Para a esquerda”. Os ditados poderão ainda, além de incluírem direção, sentido e/ou coordenadas, podem incluir a escolha de cores para estes vetores entre o azul, amarelo e vermelho.

Um mapa de coordenadas cartesianas poderá ser utilizado ainda no Ensino Fundamental, conforme mostrado a seguir, onde o ditado agora irá incluir além dos sentidos o local onde os vetores deverão se posicionados, como por exemplo: “direita, – 3 e 5”, onde 3 será a coordenada a ser selecionada no eixo horizontal e 5 a coordenada a ser selecionado no eixo vertical, como mostrado no mapa a seguir. Há ainda outros dois vetores cujos dados são: “cima, – 5 e 3” e “esquerda, – 2 e 1”.

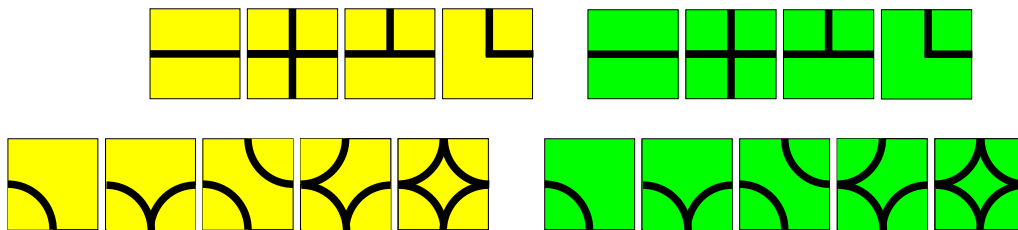


**JLOGC#21 – Matrizes Gestálticas**

O material apresentado no JLOGC#18 (os cartões gestálticos) será utilizado aqui, para a elaboração de outros tipos de configurações (gestalts) muito mais complexas. Escolhido um módulo gestáltico, ele servirá para a elaboração de matrizes distintas entre si, construídas no tamanho de 3 cartões por 3 cartões, formando uma configuração bastante complexa, denominada: matriz gestáltica. As matrizes gestálticas se destinam a Jogos Para o Pensamento Lógico que envolvem o casamento de padrões.

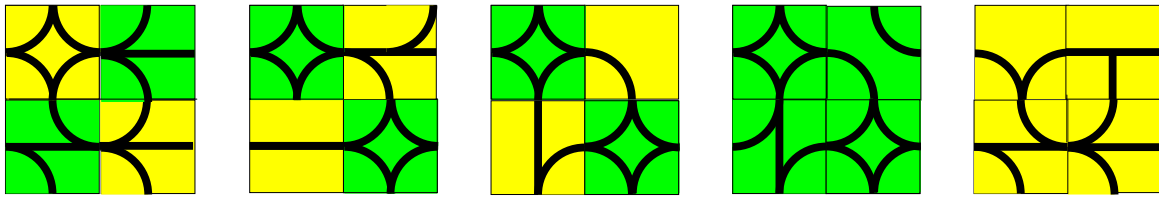


**JLOGC#22 – Jogos com os Cartões Gestálticos Multicaminhos**

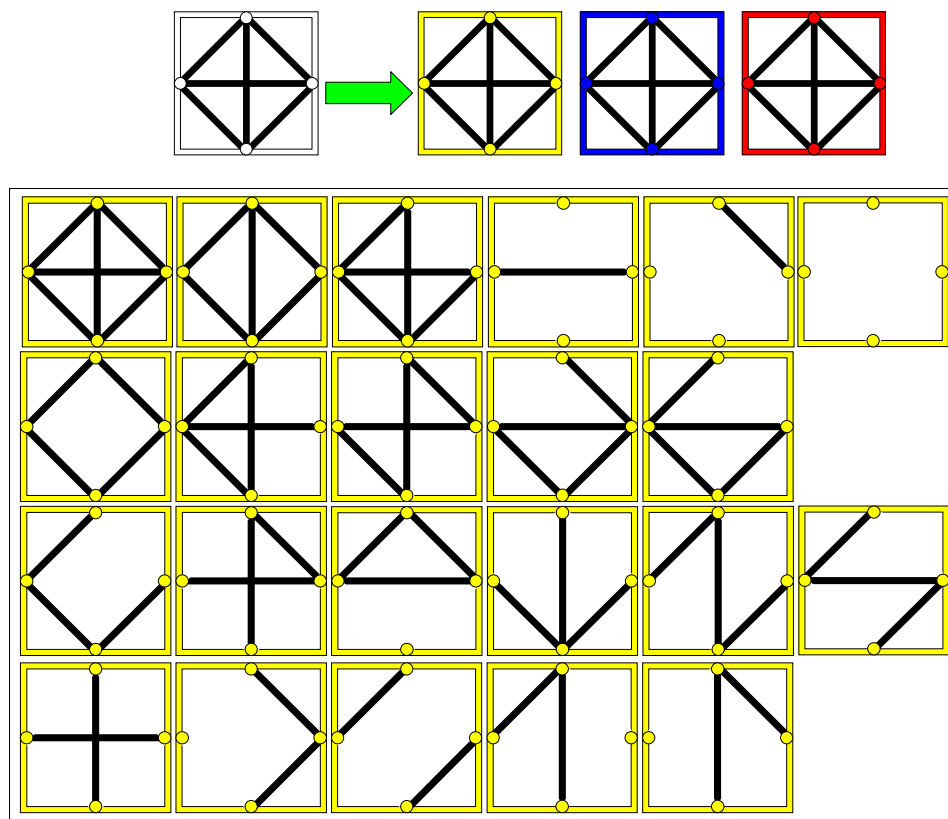


Cada uma das configurações obtidas no JLOGC#18 com o uso de cartões gestálticos envolvia a utilização de apenas um tipo destes cartões ou, no máximo, dois tipos de cartões distintos entre si. No entanto nada impede de utilizamos vários tipos de cartões, até bastante distintos, na busca da obtenção de boas formas (gestalts) como se verá que é possível ao se utilizar os cartões-multicaminhos com segmentos de reta e os com segmentos de circunferência.

As figuras a seguir mostram algumas composições gestálticas obtidas com os cartões multicaminhos:



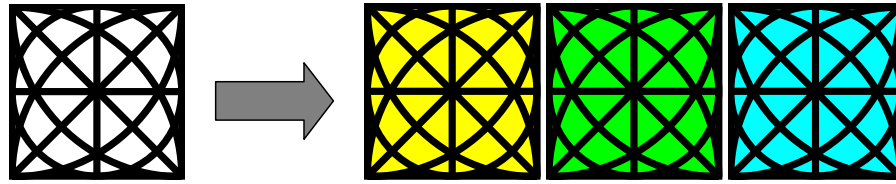
**JLOGC#23 – Os Cartões Lógicos Bordas-e-Segmentos**



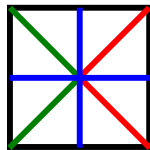
Zoltan Paul Dienes ao trabalhar com os Blocos Lógicos ou Blocos Atributos (vide JLOGC#06) adotava como forma de apresentação do material às crianças, os jogos denominados Jogos Livres. Durante estes jogos as crianças descobriam naturalmente algumas das propriedades do material relativamente aos atributos: cor, forma, espessura e tamanhos. Os *Cartões Lógicos Bordas-e-Segmentos* foram desenvolvidos exatamente para que os jogadores explorem o material, sem regras, descobrindo as suas propriedades. As regras para os demais jogos serão introduzidas somente após as ‘descobertas’ dos atributos do material, que no caso não são tão explícitos quanto aos atributos dos Blocos Lógicos. A figura a seguir mostra um conjunto completo dos *Cartões Lógicos Bordas-e-Segmentos* com as bordas amarelas e com a quantidade de segmentos variando de zero até cinco.

**JLOGC#24 – Jogos de Discriminação e Identificação Com Cartões Multi-segmentos**

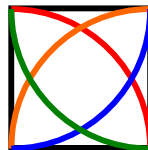




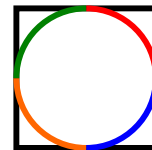
Os cartões multissegmentos possuem um desenho (um arabesco) formado por 6 segmentos de reta e 8 segmentos de circunferência e se destinam a jogos que envolvem discriminação e identificação. Um dos jogos exige a formação de ternas de cartões cujos desenhos sejam idênticos e um outro exige a identificação de desenhos que se complementam.



6 segmentos de reta

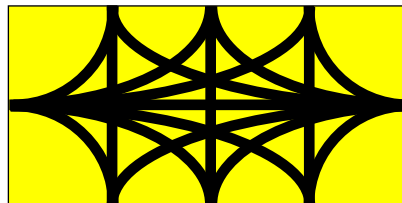


4 segmentos de circunferência

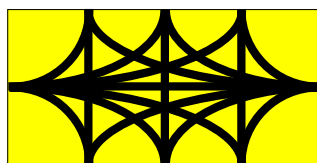
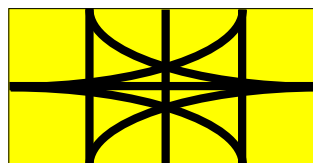
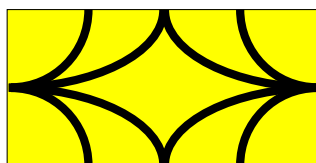
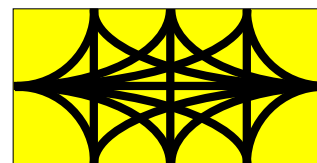
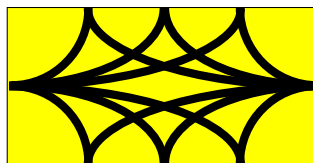
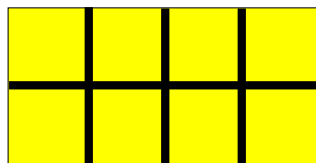


4 segmentos circunferência

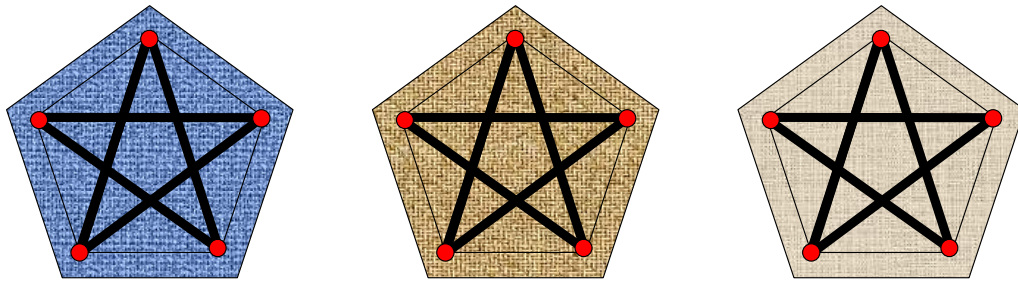
**JLOGC#25 – Cartões Lógicos com Estruturas Niemayer’s**



O nome dado a estes cartões – Estruturas Niemeyer’s - é uma homenagem ao famoso arquiteto brasileiro Oscar Niemeyer cujas linhas curvas características e originais utilizadas em seus projetos arquitetônicos se tornaram famosas no mundo todo. Uma famosa frase deste arquiteto é a seguinte: “Não é o ângulo reto que me atrai, nem a linha reta, dura, inflexível, criada pelo homem. O que me atrai é a curva livre e sensual, a curva que encontro nas montanhas do meu país, no curso sinuoso dos seus rios, nas ondas do mar, no corpo da mulher preferida. De curva é feito todo o Universo, o universo curvo de Eistein”. Estes Cartões se destinam ao Jogo da Complementação de figuras.



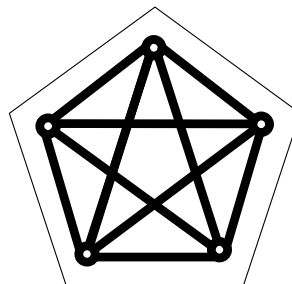
**JLOGC#26 – Cartões Lógicos Pentagonais Vértices e Diagonais**



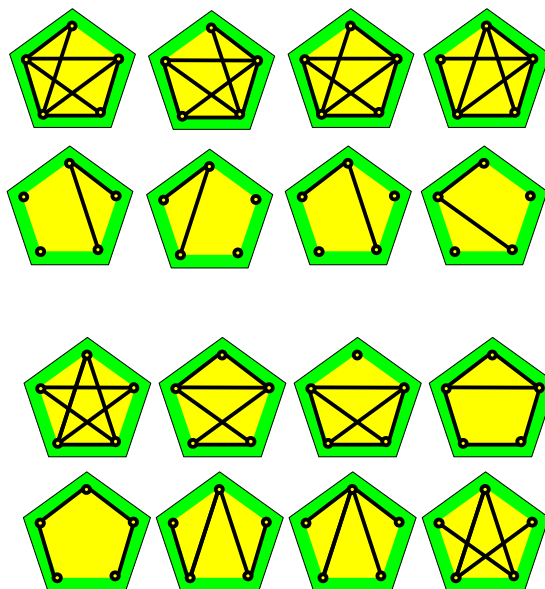
Os Cartões Pentagonais Vértices e Diagonais apresentam como o próprio nome diz, um pentágono onde seus vértices e diagonais são destacados. Mediante a organizada supressão combinada e bem definida de cada um destes elementos, eles formam um conjunto de 27 cartões (ou fichas) destinados ao Jogo das Diferenças.

**JLOGC#27 – Cartões Lógicos Pentagonais Lados e Diagonais**

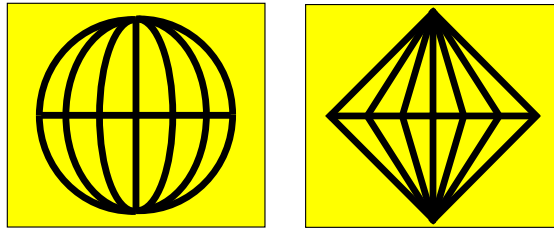
Os Cartões Pentagonais Vértices e Diagonais apresentados anteriormente formam um conjunto de 27 cartões (ou fichas) bastante apropriados para se jogar o Jogo das Diferenças, já a família dos Cartões Lógicos Pentagonais Lados e Diagonais se constitui num micromundo muito mais complexo e com uma maior quantidade de elementos destinados não somente ao Jogo das Diferenças, mas ao Jogo da Complementação.



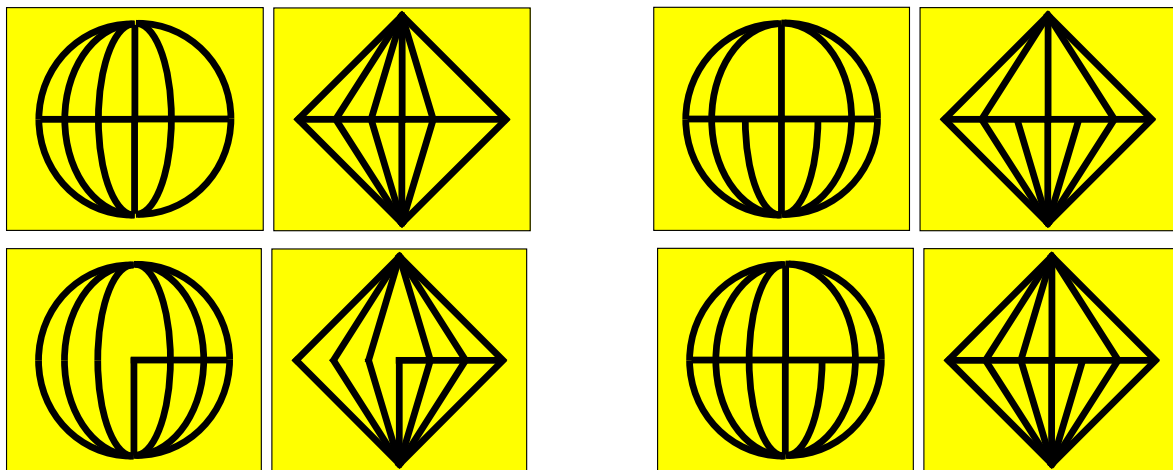
As figuras a seguir mostram dois exemplos de complementação: os cartões complementares 8/2 e 6/4.



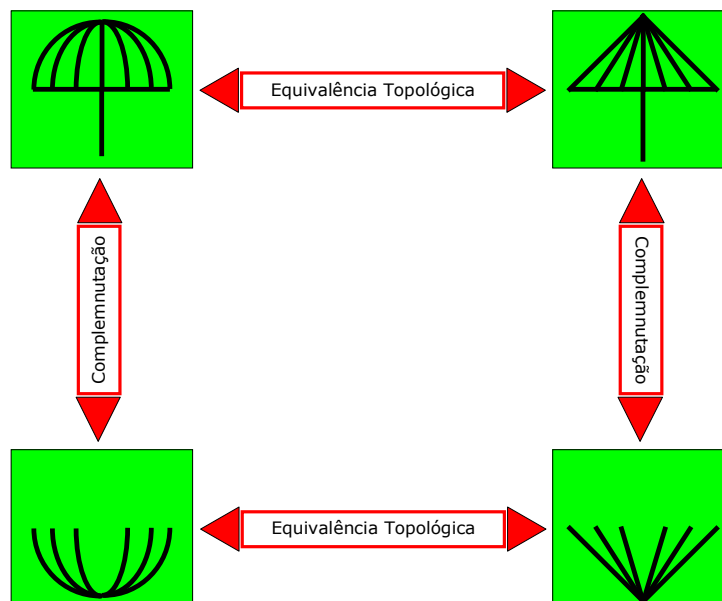
**JLOGC#28 – Cartões Lógicos Globos & Diamantes**



Na criação dos Cartões Lógicos Globos & Diamantes nós pudemos aperfeiçoar a idéia básica dos Cartões Lógicos Pentagonais Lados e Diagonais (JLOGC#27), ou seja, o conceito de complementação de figuras foi ampliado para abranger a idéia de homeomorfismo entre figuras topologicamente equivalentes. No nosso caso as figuras intituladas globo e diamante irão compor um micromundo fechado, mas não completo, cujos elementos são os cartões-globo e os cartões-diamante. A figura mostra, como exemplo, quatro partes Cartões Lógicos Globos & Diamantes homeomorfos (topologicamente equivalentes).

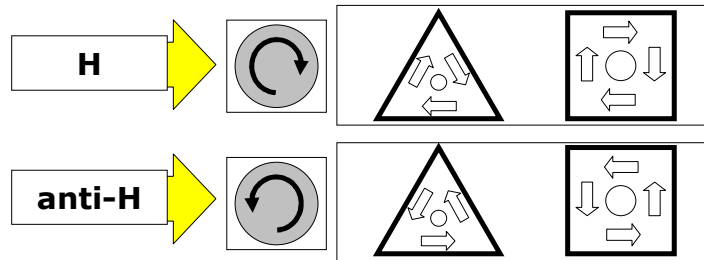


**JLOGC#29 – Cartões Lógicos Complementares Globos & Diamantes**

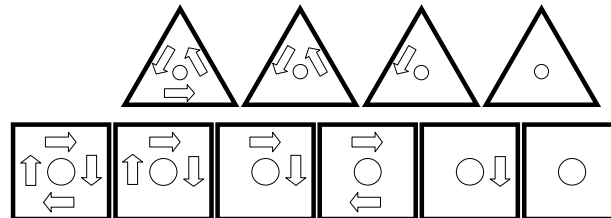


Na criação dos Cartões Lógicos Globos & Diamantes – que tinham como propriedade serem topologicamente equivalentes – notou-se que dentre estes cartões que seriam mais de 60.000, nós poderíamos criar um micromundo de cartões que fossem ao mesmo tempo equivalentes topológicos e seus respectivos complementares, transformando assim o que seria um par de cartões em uma quadra de cartões inter-relacionados.

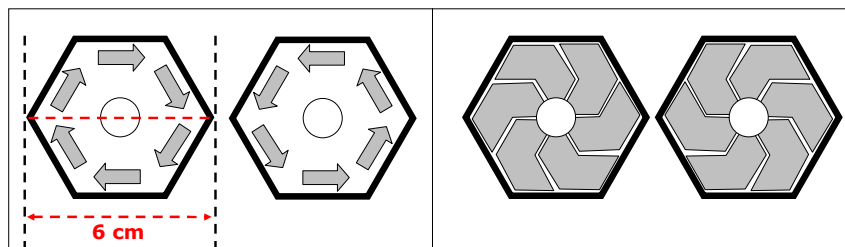
**JLOGC#30 – Triângulos e Quadrados Rotadores**



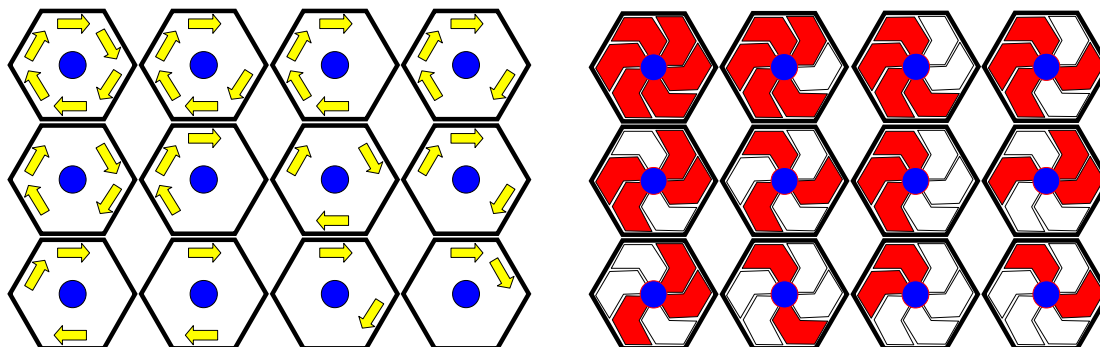
Os cartões contendo os desenhos dos Triângulos e Quadrados Rotadores foram desenvolvidos para introduzir de forma natural as rotações no sentido horário (H) e anti-horário (anti-H), e a discriminação tanto de quantidades como de composições distintas de cores. As figuras mostram exemplos de triângulos e quadrados rotadores cuja quantidade de vetores variam respectivamente de três e quatro até zero.



**JLOGC#31– Hexágonos Rotadores**

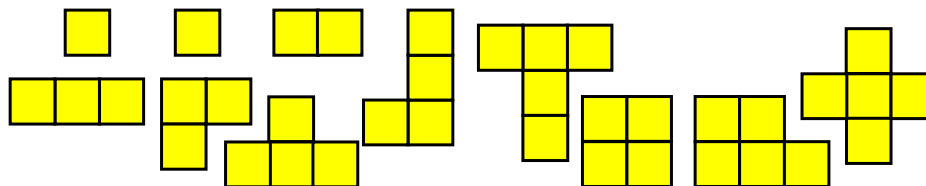


Os Cartões Rotadores Hexagonais apresentam-se com uma quantidade maior de possibilidades do que aquelas dos Cartões Triangulares e Quadrados Rotadores, vistos no JLOGC#30. O princípio destes novos cartões são os mesmos dos anteriores: as setas apontam ora no sentido horário, ora no sentido anti-horário, o mesmo valendo para as ‘pás’ ou ‘hélices’. Os Jogos sugeridos para estes tipos de cartões são os mesmos do JLOGC#30.



**JLOGC#32 – JOGO DAS 1, 2, 3, 4 ou 5 QUADRÍCULAS**

Este é um Jogo Para o Pensamento Lógico em que dois jogadores tentam preencher um tabuleiro com peças que contém 1, 2, 3, 4, ou 5 quadrados interligados pelas laterais. Há basicamente duas formas de jogar: uma, na qual apenas estratégias lógicas devem ser utilizadas e outra, aquela que envolve sorte – onde são lançados dois dados para determinar a jogada a ser feita – o que exige mais atenção sobre a estratégia a ser adotada. A seguir temos três exemplos de tabelas de correspondência entre os valores das somas obtidas nos dois dados e a peça a ser jogada, na tabela Modelo 1 abaixo, ‘PV’ significa ‘perde a vez’.



**Tabela de Valores x Formas**

2	3	4	5	6	7	PV	8	9	10	11	12

**Modelo 1**

**Tabela de Valores x Formas**

2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	

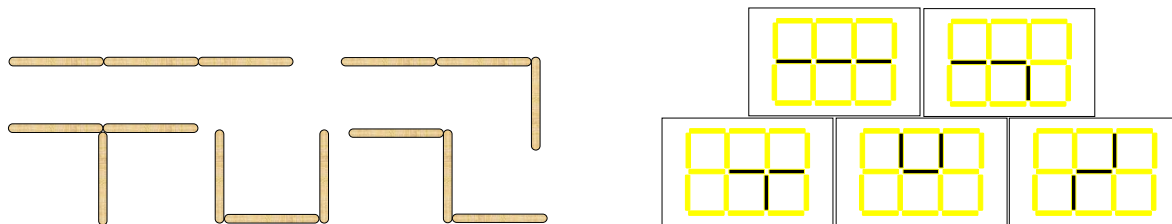
**Modelo 2**

**Tabela de Valores x Formas**

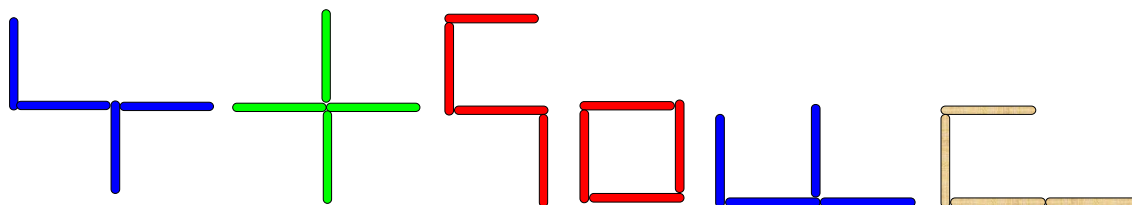
2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	

**Modelo 3**

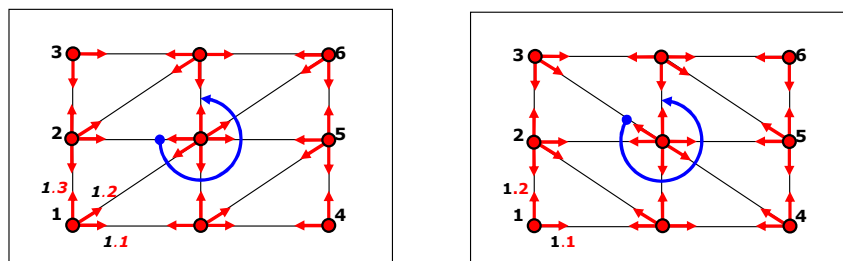
**JLOGC#33 – *Jogo dos Palitos Construtores***



Este é um Jogo Para o Pensamento Lógico que permite a associação praticamente natural do pensamento concreto ao pensamento abstrato. Todas as possíveis construções que podem ser conseguidas concretamente com quatro palitos (coloridos ou não) de sorvete ligados pelas extremidades, formando linhas retas ou ângulos retos (ângulos de 90°) são reproduzidas abstratamente – como desenhos esquemáticos – nos 32 cartões lógicos que compõe o micromundo representativo de todas aquelas possibilidades de construção obtidas concretamente.









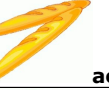

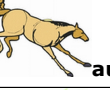





















**JLOGC#34 – *Jogo dos Caminhos de: 1, 2 ou 3 Para 4, 5 ou 6***











































Este é um jogo em que caminhos devem ser desenhados pelos jogadores sobre um reticulado, segundo regras que exigem que os caminhos sejam contínuos tendo como origem um dos nós numerados como 1, 2, ou 3 do reticulado, passando por nós intermediários e tendo como final um dos nós de número 4, 5 ou 6. Outros jogos são apresentados, como aqueles em que se exige a construção de caminhos maximais ou minimais nos diversos tipos de reticulados.

**JLOGC#35 - *A Formação de Conceitos Baseada Em Códigos***

Este texto irá introduzir algumas idéias relacionadas com os processos de formação e aquisição de conceitos. São apresentados ainda, alguns tipos de teste que permitem verificar como funcionam estes processos, a partir de raciocínios que envolvem: discriminação, combinação, recombinação, abstração e generalização realizadas a partir de conjuntos de figuras bem estruturados. Tomaremos contacto com exemplos bastante interessantes de testes de discriminação e com exemplos do teste de formação de conceitos baseados na idéias de Heidbreder.

 aui	 ioe	 ooi	 eai	 ooi
 oiu	 aoi	 ioe	 aui	 eai
 aoi	 eai	 aui	 ooi	 aoi
 ooi	 aui	 oiu	 ioe	 oiu
 ioe	 oiu	 eai	 aoi	 aui
 eai	 ooi	 aoi	 oiu	 ioe

**JLOGC#36 – A Formação de Conceitos Baseada em Símbolos Linguisticamente Estáveis**

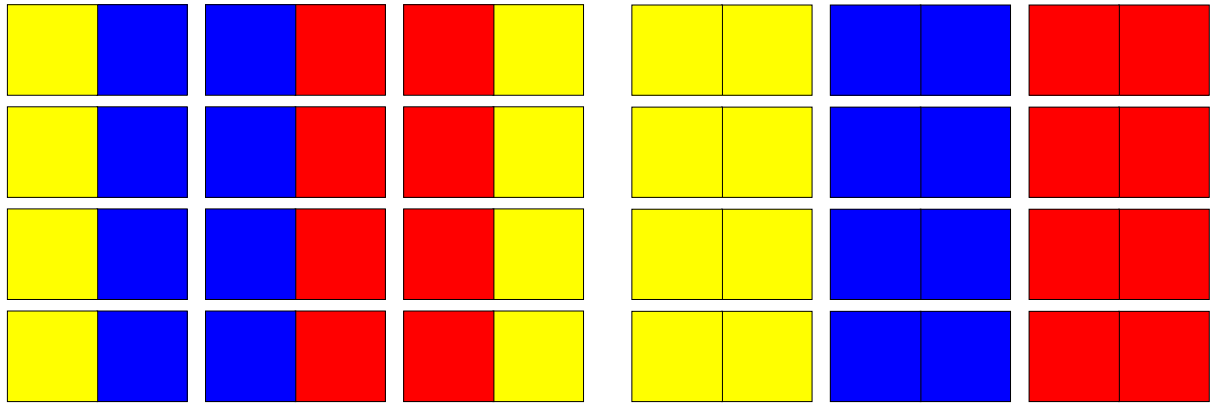
 1	 2	 3	 4	 5	 1	 2	 3	 4	 5
 6	 7	 8	 9	 10	 6	 7	 8	 9	 10
 1	 2	 3	 4	 5	 1	 2	 3	 4	 5
 6	 7	 8	 9	 10	 6	 7	 8	 9	 10

Aqui nós iremos apresentar algumas idéias sobre a formação indutiva de conceitos. Em 1956, Bruner, Goodnow e Austin – pesquisadores da Universidade de Harvard –, publicaram o livro “A Study of Thinking”, uma síntese do ‘The Harvard Cognition Project’, no qual, entre outras coisas, relatavam um experimento destinado a estudar o processo de formação de conceitos através de indução, no qual se utilizavam cartões lógicos especialmente desenvolvidos para este fim. Curiosamente neste mesmo ano, 1956, Robert Abbott, um estudante de Harvard, passa a ser citado como sendo o criador de um jogo indutivo denominado Elêusis, no qual se utilizavam cartas do baralho comum e que guardava muita semelhança com uma das pesquisas levadas a efeito por aqueles cientistas de Harvard.

**JLOGC#37 – A Formação de Conceitos Baseada em Proposições Lógicas**

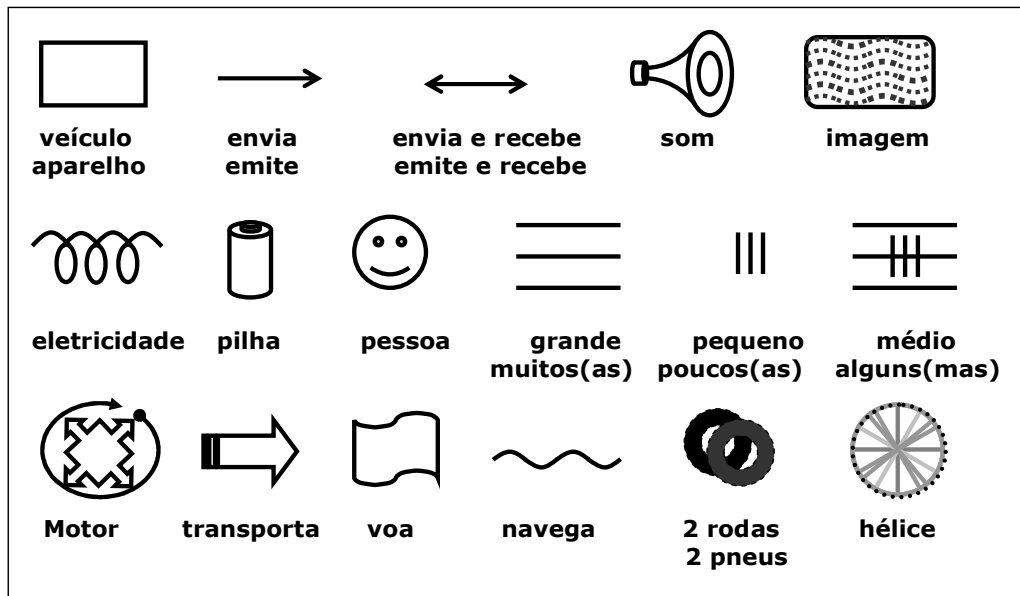
Este é um jogo de discriminação e formação de conceitos um pouco diferente daqueles baseados nas concepções de Heidbreder (JLOGC#35) e nas de Bruner-Goodnow-Austin (JLOGC#36). No entanto, ele possui metas bem estabelecidas e envolve a necessidade de um gerente (supervisor,

aplicador ou facilitador) que irá estabelecer as tarefas e conferir a execução das mesmas. Ele é um interessante jogo que envolve sequências de tentativas e erros por parte dos jogadores, até a obtenção do resultado final. Outros jogos menos complexos, que utilizam as reguinhas coloridas, são também propostos: O Jogo das Composições e, o já bastante conhecido, Jogo das Diferenças.



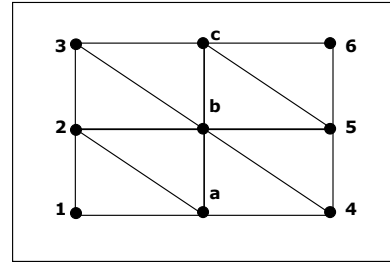
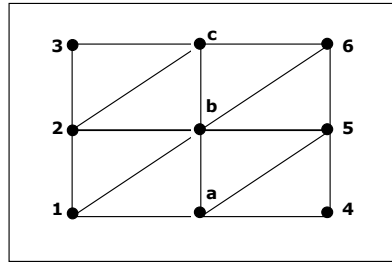
**JLOGC#38 – A Formação de Conceitos Baseada em Esquemas Cognitivos**

Aqui, inicialmente são apresentadas uma série de considerações teóricas sobre o que sejam os esquemas cognitivos devidas a Jean Piaget, Lev Vygotsky e Gerard Vergnaud que servirão de base para autor propor a sua classificação dos esquemas cognitivos. A partir disto, são apresentados alguns exemplos de esquemas cognitivos baseados em conceitos matemáticos, e um último deles – um esquema cognitivo de identificação baseado na utilização de símbolos associados à linguagem natural (item 38.4.5) – que servirá de base para a proposição de alguns jogos para o pensamento lógico.

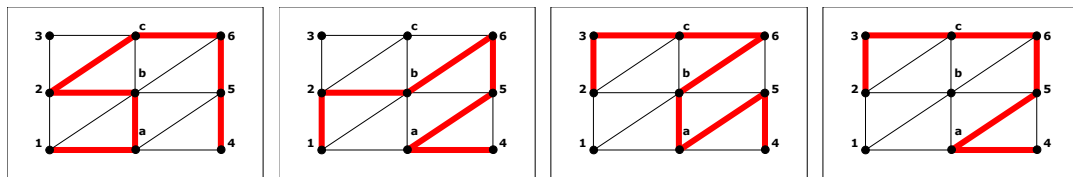




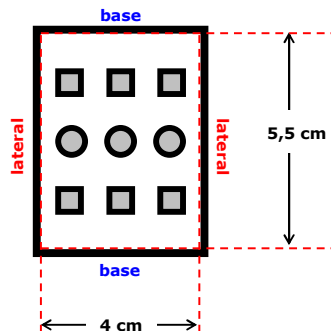
**JLOGC#39 – A Formação de Conceitos Baseada em Símbolos Matematicamente Estáveis**



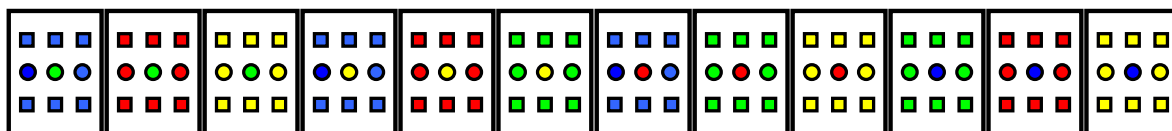
Retomamos aqui o Jogo dos Caminhos de: 1, 2 ou 3 para 4, 5 ou 6 (JLOGC#36) para, utilizando apenas os 1º e 5º Casos de Reticulado, dar nomes aos nós intermediários (a, b e c) criar uma família de cartões com diversos caminhos passando por estes nove nós. A formação de conceitos com a utilização destes cartões é baseada em termos numéricos, tais como: caminhos de 1, 2 ou 3 até 4, 5 ou 6, passando por a, b ou c, e/ou também em termos geométricos, tais como: segmentos nas posições horizontal, vertical, diagonal descendente ou diagonal ascendente. Os cartões a seguir são alguns exemplos de caminhos de 1 até 4 e de 2 até 4.



**JLOGC#40 - Formação de Conceitos Baseada em Símbolos Linguisticamente Instáveis**

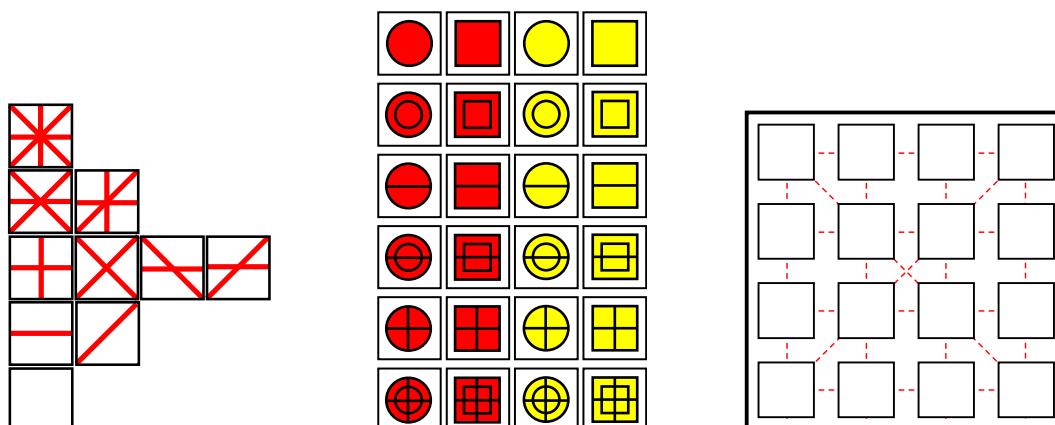
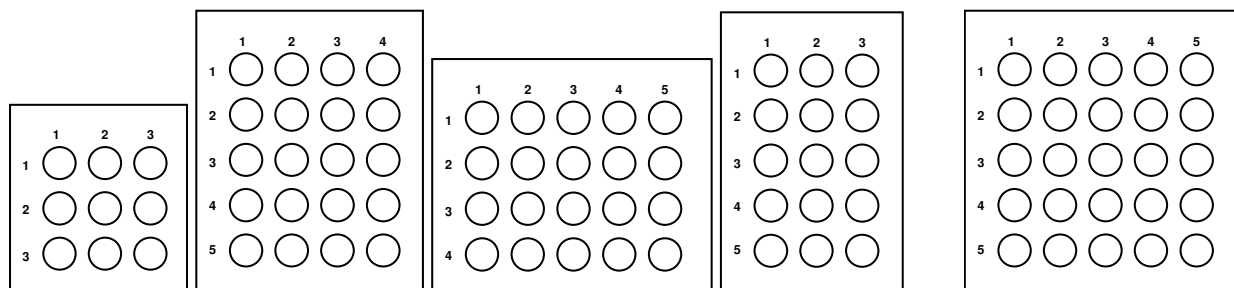


Os cartões de Bruner, Goodnow e Austin (JLOGC#36) possuem quatro atributos, extremamente padronizadas em termos de cores e quantidades de elementos. Nós iremos apresentar aqui um novo conjunto de cartões em que a quantidade de cores (amarelo, azul, vermelho e verde) é variável, mas a quantidade de elementos é fixa (6 quadrados e 3 círculos), no entanto a disposição das cores em cada um dos cartões é bastante variada e complexa. Este novo conjunto de cartões possibilitará o uso de expressões lingüísticas e/ou simbólicas equivalentes para exprimir os ‘conceitos a serem descobertos’, e esta, é exatamente o diferencial destes cartões com relação àqueles estudados no JLOGC#36.



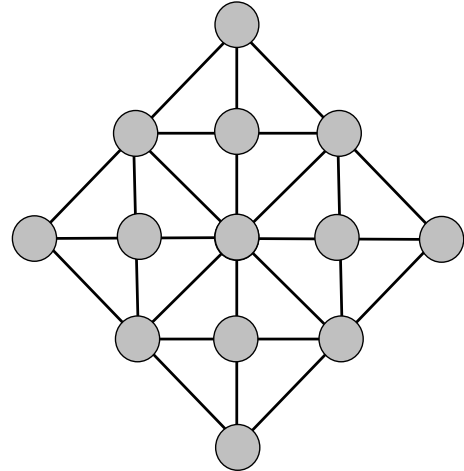
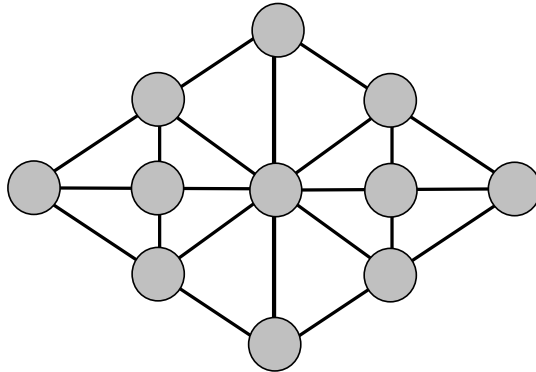
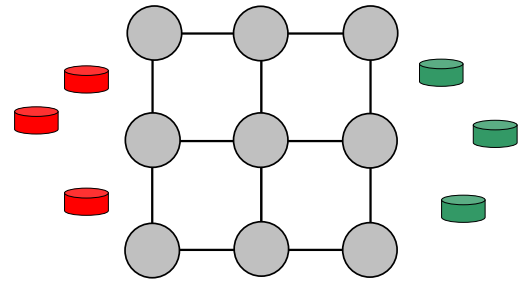
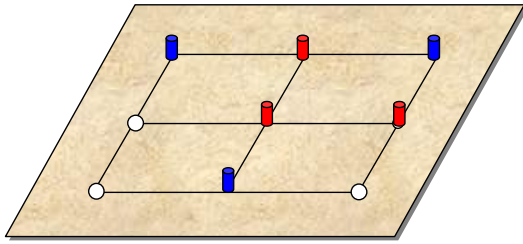
**JLOGC#41 – O Jogo da Velha - Variações Experimentais**

O Jogo da Velha ou Tic-Tac-Toe (como conhecido nos EEUU) é um jogo para dois oponentes que devem dispor suas peças numa matriz com 3x3 posições, intentando colocar três de suas peças em linha. Neste JLOGC iremos apresentar três novas e interessantes ideias: (1ª) propomos a adoção de matrizes quadradas ou retangulares mais amplas do que a matriz 3x3 mantendo-se para as anotações nos tabuleiros os símbolos tradicionais ‘X’ e ‘O’; (2ª) a adoção de símbolos distintos dos símbolos tradicionalmente adotados; (3ª) um jogo num tabuleiro 4x4 utilizando cartões lógicos distintos entre si, com símbolos contendo 4 atributos. A experimentação e a aquisição de conhecimentos a partir destas novas maneiras de jogar são exatamente o objetivo destes Jogos Para o Pensamento Lógico com estes tabuleiros e símbolos diferentes dos usuais.



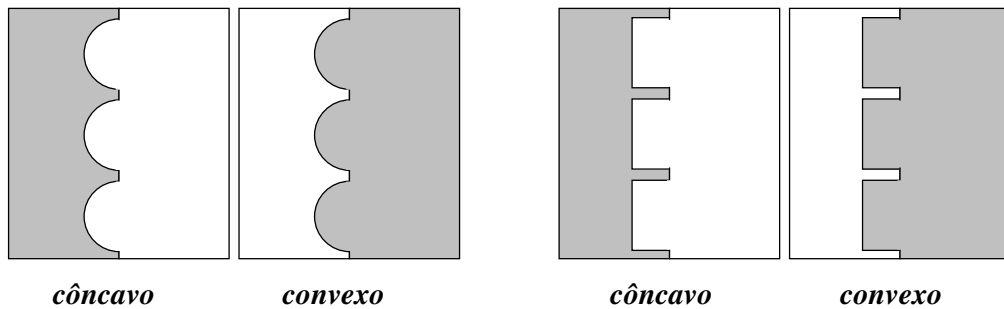
**JLOGC#42 – Jogo dos Nove, Onze ou Treze Buracos**

Este é mais um Jogo Para o Pensamento Lógico muito semelhante ao Jogo da Velha. No entanto, trata-se de um jogo em que cada jogador se utiliza apenas de três fichas: (a) que devem ser dispostas uma a uma no tabuleiro – evitando-se que o oponente consiga o ‘três em linha’ e (b) os jogadores, um a cada vez, passam a movimentar uma de suas peças na tentativa de fazer o ‘três em linha’.



**JLOGC#43 – Baralhos Com Figuras Encaixáveis**

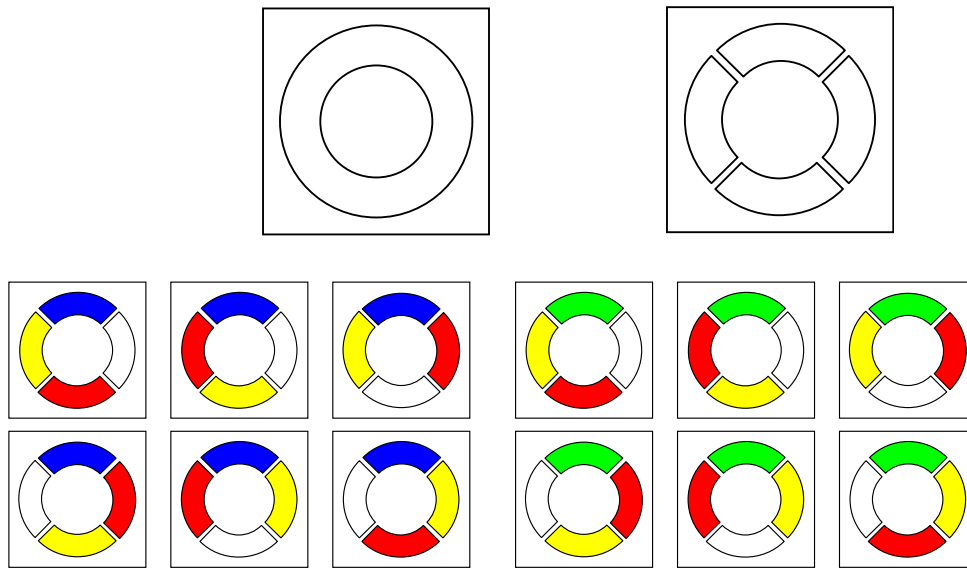
Os Baralhos com Figuras Encaixáveis, como o próprio nome diz são destinados á formação de pares cujas figuras de um dos baralhos deve ‘idealmente’ se encaixar no outro. Há ainda a possibilidade de se buscar entre os baralhos aqueles que são topologicamente equivalentes, ou seja, o jogo em que se buscam a equivalência entre semicírculos e os retângulos constantes das figuras que estão nas faces dos baralhos. Os módulos básicos podem apresentar-se com 3 recortes semicirculares ou recortes retangulares, mas podem apresentar-se ainda com dois ou mesmo apenas um destes tipos de recortes.



**JLOGC#44 – Cartões Com Uma Coroa Circular Segmentada**

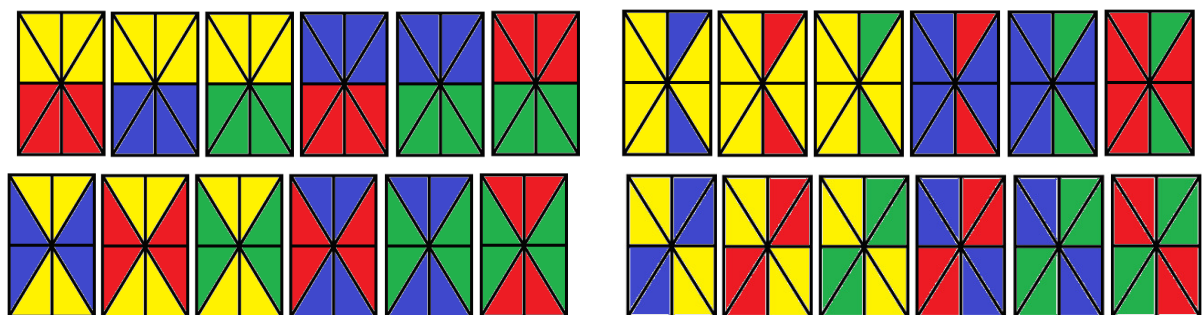
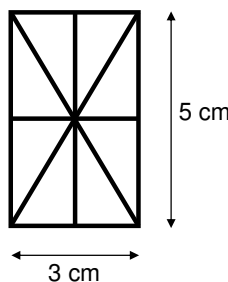
Os Cartões com uma Coroa Circular Segmentada em 4 partes, que deverá ser colorida com 5 cores tomado-as 4 a 4, tem a sua quantidade calculada a partir das Permutações Circulares com 4 elementos distintos, utilizando-se a fórmula  $5 \cdot PC4$ . Uma característica interessante dos Jogos Para o Pensamento Lógico com estes cartões é que eles exigem muita observação e cuidado devido a

disposição dos elementos num cartão quadrado que pode ser visto indiferentemente de quatro modos a partir de sua possibilidade de rotação em torno do seu centro.



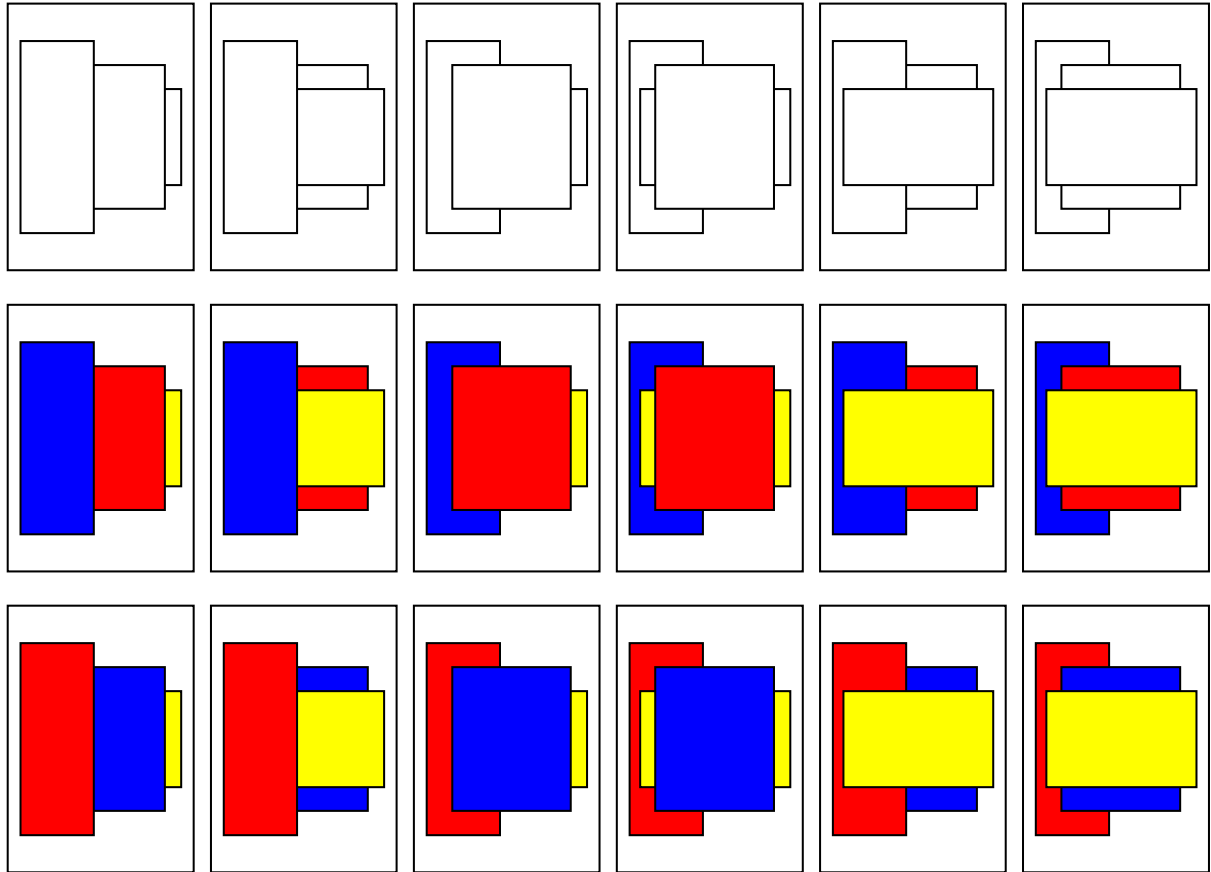
**JLOGC#45 – Dominós Retangulares Com Triângulos Coloridos**

Os Dominós Retangulares com Triângulos Coloridos deve ser visto como um dominó propriamente dito, somente que, devido à quantidade de peças e a forma de seleccioná-las, se apresenta com possibilidades de jogadas inesperadas a cada rodada. Não é possível, como nos dominós comuns ‘contar’ as peças e tentar saber qual delas podem estar de posse do oponente. Um fato por demais interessante é que este Micromundo não se apresenta completo há muitos outros cartões que poderiam ser gerados, no entanto esta não é a nossa preocupação central, pois a quantidade de cartões bicromáticos gerados, num total de 150, dão suporte aos Jogos Para o Pensamento propostos neste JLOGC. Há ainda mais 4 cartões Monocromáticos, que normalmente não são arrolados entre aqueles destinados aos jogos.



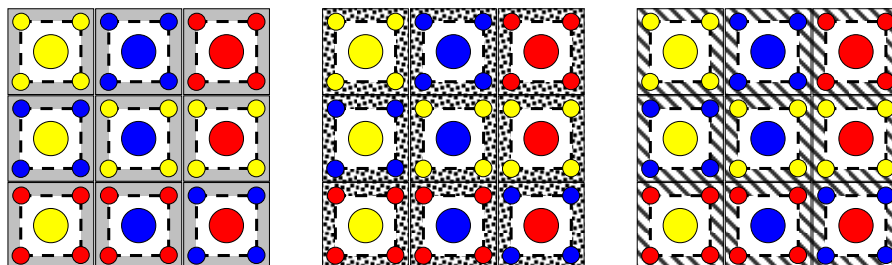
**JLOGC#46 – *Jogo dos Retângulos em Três Níveis***

Este é mais um Jogo Para o Pensamento Lógico: um baralho em que as figura desenhadas nas cartas representam três retângulos coloridos em que se podem distinguir três níveis (simulados) de profundidade, ou seja, os retângulos aparentam estar sobrepostos, sendo que cada um deles, de forma combinada, pode ocupar o primeiro, o segundo ou terceiro níveis de profundidade.



**JLOGC#47 – *Uma Família de Cartões Lógicos Com Seis Atributos***

O conjunto de cartões que iremos estudar neste JLOGC é bastante complexo, ele possui 6 distintos atributos bastante interessantes o que nos permite gerar 216 cartões com desenhos distintos entre si.



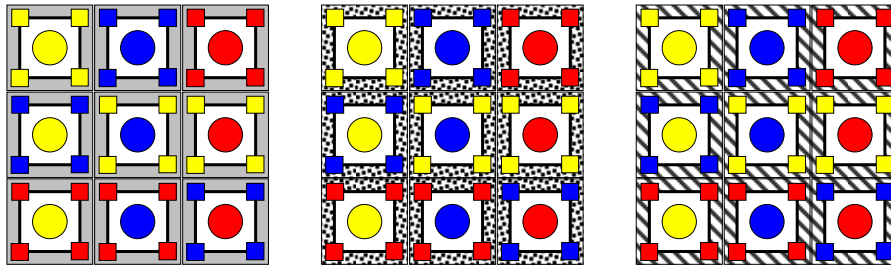
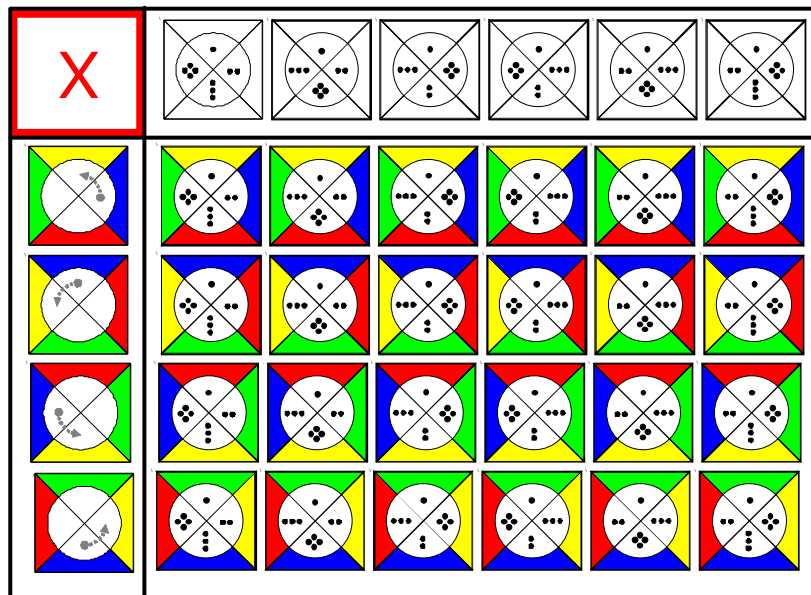


TABELA DE ANOTAÇÕES						
Cartão	Figura Central	Cor	Figuras no entorno	Cor	Moldura	Quadro
	circunfer	am	circunf	az	tracejado	cz
	circunfer	vm	quadrado	az	contínua	granul
	quadrado	az	quadrado	vm	contínua	hachur

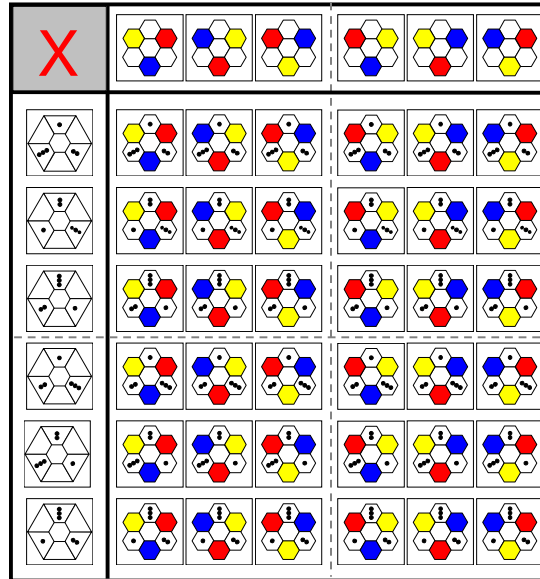
**JLOGC#48 – Cartões Círculo-Números-Triângulos-Cores-**

Os Cartões Círculo-Números-Triângulos-Cores são cartões lógicos que possuem oito regiões: 4 segmentos circulares – que irão receber os quantificadores 1, 2, 3 ou 4 – e quatro pedaços ou partes de triângulos – que irão receber as cores: am, az, vm ou vd. Através de 6 Produtos Cartesianos, poderemos calcular em cada um deles 24 cartões, totalizando  $6 \times 24 = 144$  cartões distintos entre si.



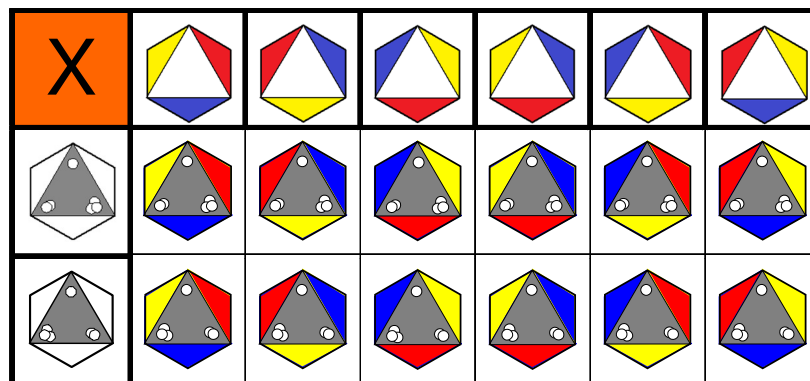
**JLOGC#49 – Os Cartões Hexágonos ou Trapézios Cores-Números**

Este é mais um jogo para o pensamento lógico em que cartões quadrados, medindo 5,5 cm de lado, apresentam um conjunto de figuras hexagonais ou trapezoidais, em que alternadamente os três dos seis espaços são coloridos e três deles apresentam quantificadores de 1 até 3. O centro destes cartões, também um pequeno hexágono pode ser branco ou acinzentado, formando assim duas famílias distintas de cartões.



**JLOGC#50 – Cartões Hexágono-Triângulos Cores-Números**

Os Cartões Hexágono-Triângulos-Cores-Números são cartões lógicos cujo suporte é um hexágono. Estes cartões possuem quatro regiões: um triângulo equilátero e três triângulos obtusângulos. Os triângulos obtusângulos receberão uma de três das seguintes cores: am, az, vm. O triângulo equilátero receberá a cor cinza e um círculo que tem o objetivo de realçar a posição do cartão em suas possíveis maneiras de ser rotacionado. Há ainda uma outra possibilidade, o triângulo equilátero, que além do círculo, pode apresentar-se ainda com mais 2 e 3 quantificadores – círculos – visando ‘numerar’ os vértices do triângulo equilátero.



**JLOGC#51 – Cartões Quadrados Com Triângulos Bipartidos**

Este é mais um conjunto de cartões codificados numericamente que devem ser jogados como sendo dominós. Mesmo com o uso apenas das três cores primárias – am, az e vm – os cálculos para o colorimento dos cartões demandou um esforço notável e uma estratégia bastante interessante que deve ser estudada pelo leitor mais interessado. Os Jogos Para o Pensamento Lógico envolvendo estes

cartões exigem muita atenção dos jogadores devido à intrincada disposição das cores. Em muitos dos Jogos deve-se recorrer à codificação para conferir as jogadas.

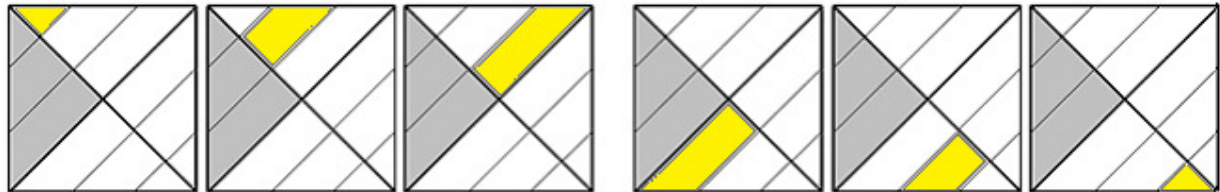
	T <sub>1</sub>	T <sub>2</sub>	T <sub>3</sub>	T <sub>4</sub>
α				
β				

<b>ABCD = 1234</b>	<b>ABCD = 1243</b>	<b>ABCD = 1324</b>
<b>EFGH = 1432</b>	<b>EFGH = 1342</b>	<b>EFGH = 1423</b>
<b>ABCD = 1342</b>	<b>ABCD = 1423</b>	<b>ABCD = 1432</b>
<b>EFGH = 1243</b>	<b>EFGD = 1324</b>	<b>EFGH = 1234</b>

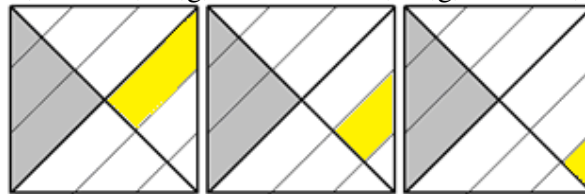


**JLOGC#52 – Cartões Quadrados com Triângulos Tripartidos Monocromáticos**

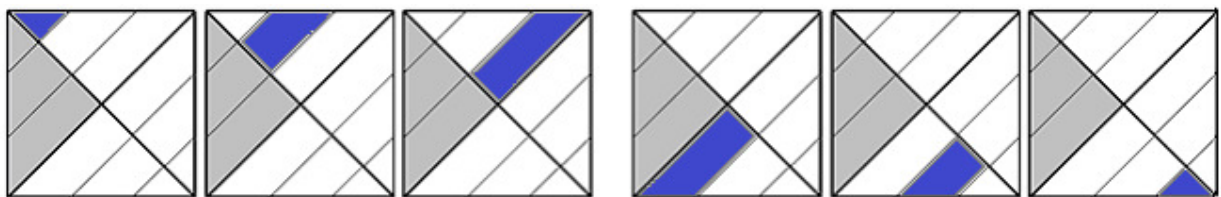
Este é um conjunto de cartões em que o suporte quadrado é dividido pelas diagonais em quatro triângulos, todos eles tripartidos apresentando 12 segmentos de faixas, que receberão as cores amarelo, azul ou vermelho, Cada cartão receberá apenas uma vez em apenas um dos segmentos de faixa. Aqui as propostas de Jogos Para o Pensamento serão baseadas em casamentos padrões, bem como na construções de arranjos em que prevaleça a simetria entre os desenhos e as cores.



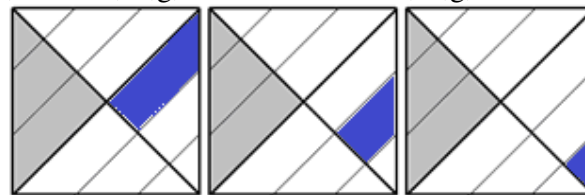
#1.e,am,p,⊥ #1.e,am,m,⊥ 1.e,am,g,⊥ #1.e,am,g,∥ #1.e,am,m,∥ 1.e,am,p,∥



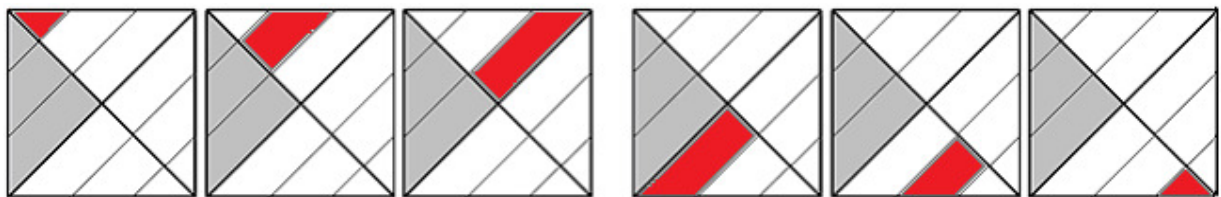
#1.e,am,∅ #1.e,am,m,∅ #1.e,am,p,∅



#1.e,az,p,⊥ #1.e,az,m,⊥ 1.e,az,g,⊥ #1.e,az,g,∥ #1.e,az,m,∥ 1.e,az,p,∥



#1.e,az,∅ #1.e,az,m,∅ #1.e,az,p,∅



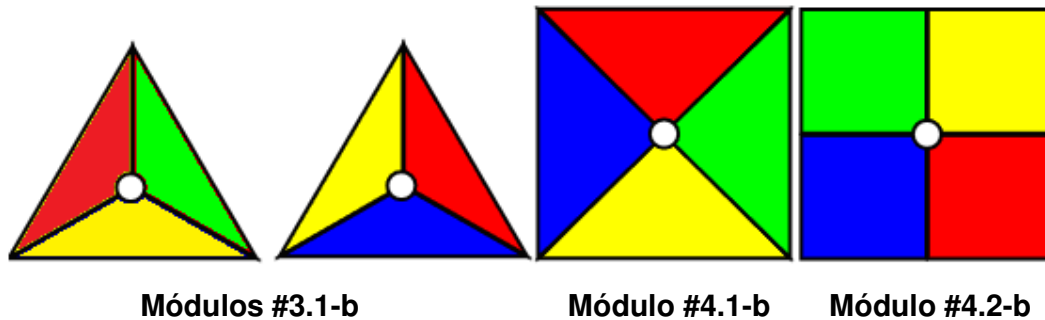
#1.e,vm,p,⊥ #1.e,vm,m,⊥ 1.e,vm,g,⊥ #1.e,vm,g,∥ #1.e,vm,m,∥ 1.e,vm,p,∥



#1.e,vm,∅ #1.e,vm,m,∅ #1.e,vm,p,∅

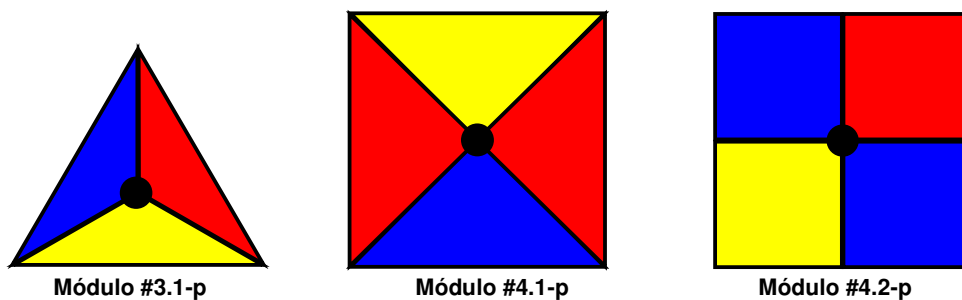
**JLOGC#53 – O 3-Minós-b + 4-Minós-b Com Quatro Cores**

Neste JLOGC iremos apresentar os 3-Minós e os 4-Minós com 4 cores. Adotaremos inicialmente, uma codificação numérica que irá de forma bastante prática facilitar a forma de coloração dos triângulos nos 3-Minós – Módulo #3.1, bem como dos triângulos e quadrados nos dois módulos distintos dos 4-Minós, respectivamente Módulos #4.1 e #4.2. A letra ‘b’ indica que o círculo central desenhado nestes cartões têm o interior ‘branco’, já a letra ‘p’ indica que o círculo central desenhado nestes cartões têm o interior ‘preto’.



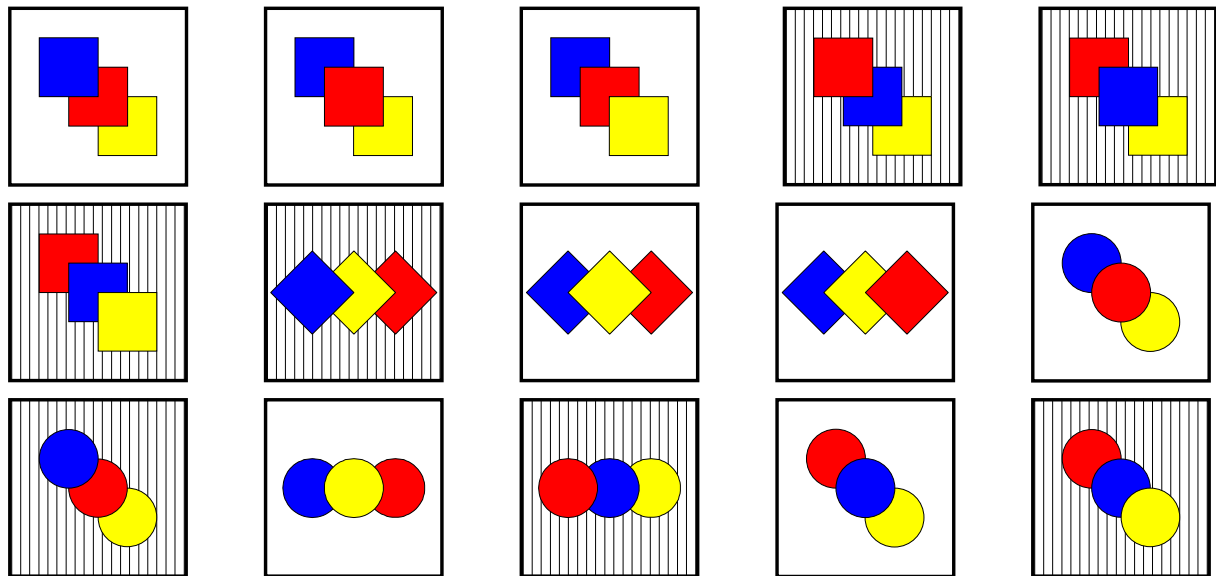
**JLOGC#54 – O 3-Minós-P + 4-Minós-P Com Três Cores**

Neste JLOGC vamos estudar os mesmos tipos de dominós – o 3-Minós + 4-Minós – somente que agora adotando apenas três cores para o colorimento dos mesmos. Realçamos que a numeração em substituição às respectivas cores será um forte elemento na orientação na aplicação das cores dos dominós. A quantidade de cartões distintos que poderão ser criados é somente um pouco maior do que aqueles criados no JLOGC anterior (num total de 20 cartões distintos ‘b’ versus 26 cartões distintos ‘p’ - veja que houve um aumento relativo de 30% na quantidade de cartões). A letra ‘b’ indica que o círculo central desenhado nestes cartões têm o interior ‘branco’, já a letra ‘p’ indica que o círculo central desenhado nestes cartões têm o interior ‘preto’.



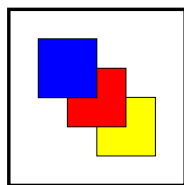
**JLOGC#55 – Cartões Com Relevô #1: Cartões Com Três Figuras Geométricas**

Este é mais um Jogo Para o Pensamento Lógico em que cartões quadrados, medindo 4,2 cm de lado, apresentam conjuntos de figuras – três quadrados ou três círculos – em que se podem distinguir estas figuras (quadrados ou círculos), não somente pelas cores, mas pela sobreposição virtual de uma destas figuras com relação às duas outras sendo este um diferencial com relação aos cartões lógicos estudados anteriormente. Outro diferencial é que estes cartões irão se constituir num Micromundo que é um subconjunto do Micromundo constituído pelo conjunto dos cartões Modelo #2 que estudaremos no próximo JLOGC.



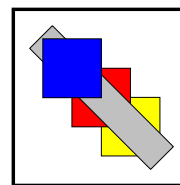
**JLOGC#56 – Cartões-Relevo #2: Cartões Com Quatro Figuras Geométricas**

Este novo modelo de cartão, os Cartões-Relevo com Quatro Figuras ou Cartões-Relevo Modelo #2 é derivado do Cartões-Relevo com Três Figuras ou Cartões-Relevo Modelo #1 que estudamos no JLOGC anterior. Estes novos cartões gerados a partir do Modelo #1 irão se constituir num novo Micromundo – Modelo #2 – mais amplo que irá conter o Micromundo menos amplo. Os Jogos Para o Pensamento Lógico propostos para o modelo anterior podem ser retomados, mediante pequenas adaptações nas suas regras, neste novo modelo.

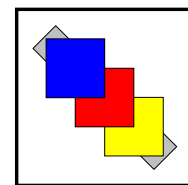


#1.QDb,vm,az

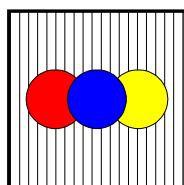
... está contido em ...



#2.QDb,vm,az,2

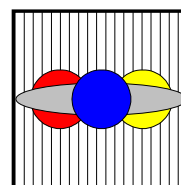


#2.QDb,vm,az,3

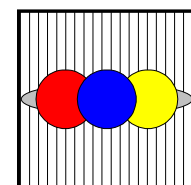


#1.QHh,vm,az

... está contido em ...



#2.QHh,vm,az,2

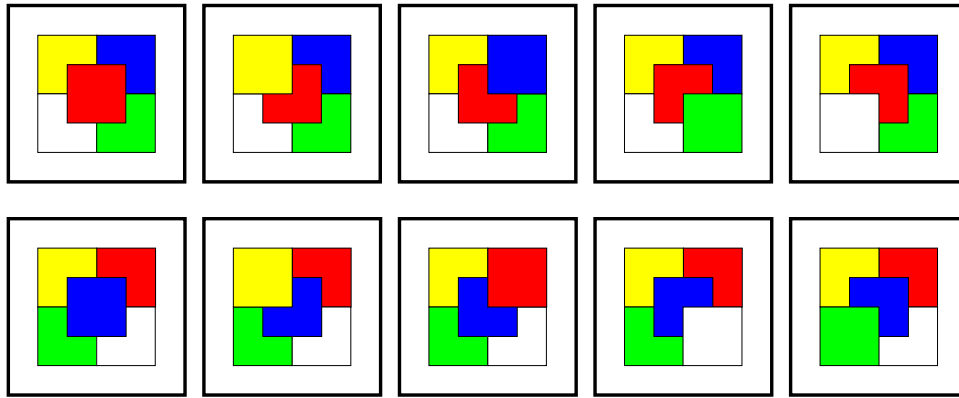


#2.QHh,vm,az,3

**JLOGC#57 – Cartões-Relevo #3: Cartões Com Cinco Figuras Geométricas**

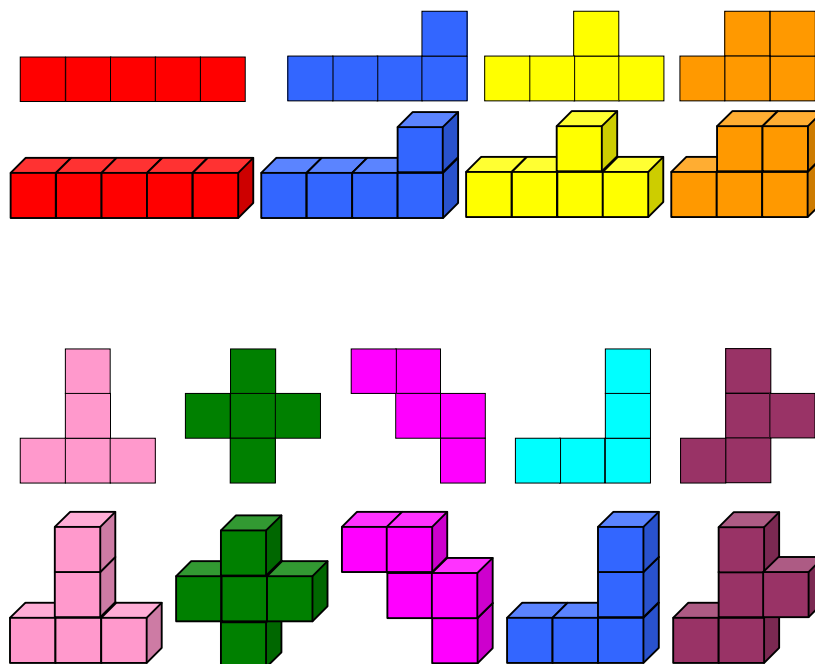
Este é mais um Jogo Para o Pensamento Lógico em que cartões quadrados, medindo 4,2 cm por 4,2 cm, apresentam um conjunto de figuras – cinco quadrados no primeiro tipo de módulos e cinco círculos no segundo tipo de módulos – em que se podem destacar as peças (quadrados ou círculos), não somente pelas cores, mas pela sobreposição virtual de uma destas figuras. O mais notável é que estes cartões permitem a criação de um Micromundo com 600 cartões totalmente distintos entre si, mas que são indicados para uso em pequenos conjuntos em que se destaque um atributo pelo menos. Uma

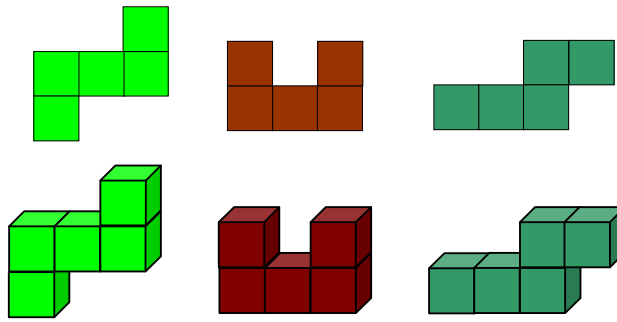
indicação, também importante, do uso destes cartões é a sua aplicação em jogos envolvendo duas, três, quatro ou mais pessoas em um trabalho cooperativo ou colaborativo.



**JLOGC#58 – Poliminós, Poliquadrados, Policubos & Polifiguras**

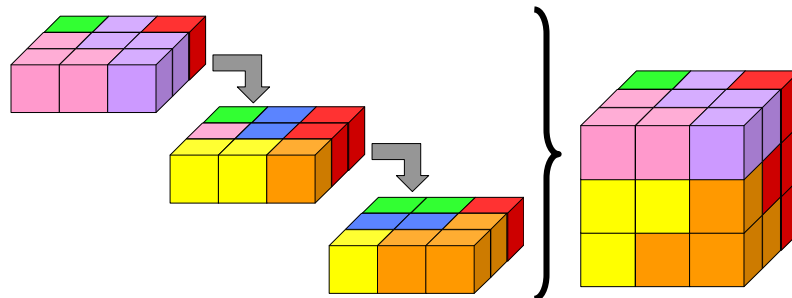
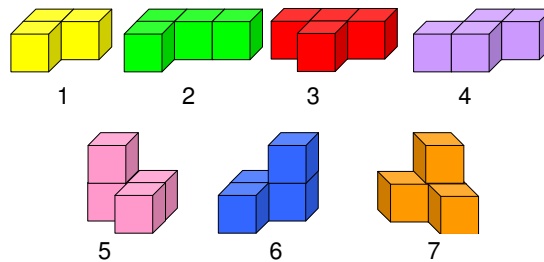
Em 1953 Solomon Wolf Golomb chamou a atenção para os Poliquadrados durante uma palestra no Clube de Matemática de Harvard, mas deu a eles o nome indevido de Poliminós (Polyominoes em inglês). Pelo que se sabe os Poliquadrados, até então denominados Poliminós, darão embasamento à criação dos Policubos. Neste JLOGC os leitores irão perceber que o nome Poliminós foi reservado, e com absoluta razão, aos 2-Minós, 3-Minós, 4-Minós e assim por diante, objetos que se destinam aos Jogos de Dominó de Casamento de Padrões. Além disto iremos fazer neste JLOGC um estudo dos Poliquadrados focando em especial os Pentaquadrados. Um conceito bastante amplo é introduzido aqui como sugestão do autor: as Polifiguras Geométricas que passam a englobar todos os tipos de assemblagens de figuras geométricas planas sejam elas as mesmas figuras ou até mesmo a assemblagem de figuras distintas. a figura a seguir os mostra os Pentaquadrados e Pentacubos correspondentes.





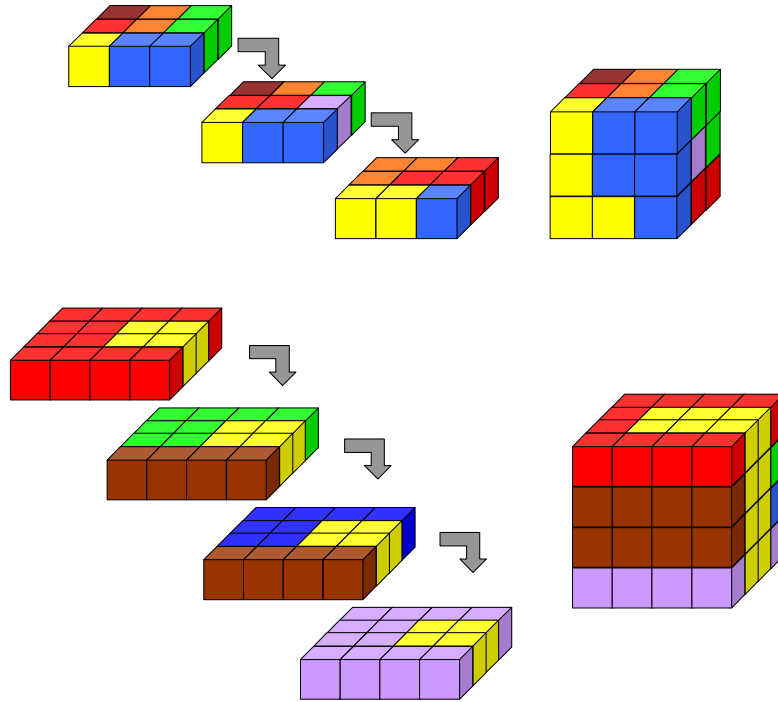
**JLOGC#59 – Dissecções de um Cubo em Policubos Soma**

Os Cubos Soma (em inglês: Soma Cubes) ou dissecção do cubo (cubo  $3^3$  ou cubo  $3 \times 3 \times 3$ ) em Policubos SOMA, se constitui na mais notável das muitas possibilidades de dissecção de um cubo composto pela reunião de 27 cubos unitários. Esta dissecção do cubo em Policubos SOMA, nos permite estudar em detalhes os fenômenos matemáticos – geométricos e numéricos – envolvidos neste tipo de dissecção de um cubo. No próximo JLOGC se estudará vários tipos de dissecção além da aqui estudada.



**JLOGC#60 – Criando Novas Dissecções Para Cubos  $3 \times 3 \times 3$  e  $4 \times 4 \times 4$**

Vamos considerar aqui dois tipos de cubos: os cubos formados pela junção de 27 cubos unitários e os formados pela junção de 64 cubos unitários, propondo um método para dissecá-los em policubos dos mais diversos: o ‘Método para a Criação de Novas Dissecções dos Cubos  $3 \times 3 \times 3$  (ou cubos  $4 \times 4 \times 4$ ) utilizando a Estrutura em Camadas’ estudada no JLOGC anterior. Iremos ainda propor, como Jogos para o Pensamento Lógico, diversos conjuntos de com 6, 5, ou 4 policubos destinados à montagem dos cubos  $3 \times 3 \times 3$ .



## **JLOGC#01 - JOGOS PARA O PENSAMENTO LÓGICO Nº 01**

---

### **JOGOS COM CARTÕES LÓGICOS CORES-FORMAS**

---

*Os cartões Cores-Forma são a base para uma série de Jogos Para o Pensamento Lógico em que são introduzidas regras para as várias formas de jogar utilizando os cartões lógicos. O conjunto de cartões apresentados aqui tem atributos (qualidades) que são facilmente reconhecidos por crianças bem pequenas: as cores utilizadas são o amarelo, o azul e o vermelho, e as formas que receberão as cores, são bastante simples, a saber: estrela, lua, sol e raio. Os cartões Lógicos Cores-Formas são bastante próximos daqueles criados, e amplamente estudados e testados, no livro “Cores-Furos – Um Material Concreto Piagetiano” [Sá Leite 1988, Editora Manole], cuja base são os Blocos Lógicos de ‘Dienes’, blocos estes que serão estudados mais adiante no JLOGC#6. O leitor receberá nas páginas finais o material de trabalho: os cartões, as equetas, as tabelas que deverão ser impressas numa impressora colorida, plastificadas e recortadas, além de uma Ficha de Anotações a ser impressa numa folha de papel modelo A4. Este material a partir do JLOGC#02 só será encontrado no CD-R que acompanha o livro.*

---

### **1.1.- Introdução: Um Jogo ‘Piagetiano’ com Cartões**

Este conjunto de manipulativos concretos se destina a exemplificar o que o autor entende por um jogo com cartões lógicos *de acordo com a práxis piagetiana* em que, figuras coloridas, tendo como suporte cartões, sejam eles quadrangulares, retangulares ou losânicos (em forma de losangos), são utilizadas com a finalidade de jogos que envolvem:

1. a discriminação (ação ou efeito de separar, segregar, pôr à parte);
2. a formação de agrupamentos a partir de rótulos (formação de conjuntos);
3. o sequenciamento<sup>1</sup>;

---

<sup>1</sup> No campo da Lógica, sequenciamento não deve ser confundido com a seriação. Sequenciamento é o ato de organizar algo em sequência – uma sequência pode ser ordenada ou não, podendo ter ou não uma lei bem definida ou explícita de formação –, enquanto a seriação que significa dispor ou ordenar em série, prevê a existência de uma organização bem definida exigindo continuação bem ordenada envolvendo uma quantidade de fatos ou coisas da mesma classe que se apresentam uma após a outra, em sucessão espacial (maior ou menor), temporal (antes e depois) ou ordinal (1ª, 2ª, 3ª etc) segundo uma lei de formação bem estabelecida. Em resumo, uma seriação é um sequenciamento regido por uma lei bem definida de formação.

4. o produto cartesiano (em que numa tabela de dupla entrada, se propõe selecionar os cartões, através da composição cruzada dos atributos);
5. o importante jogo de casamento de cartões com diferentes atributos, normalmente denominado *Dominó das Diferenças*.

### **1.1.1.- Cartões com dois Atributos**

O conjunto de cartões apresentado a seguir possui *dois atributos (duas qualidades)*: cores e formas. As cores são três – as cores primárias: amarelo, azul e vermelho –, as formas são quatro – sol, estrela, lua e raio –, por isto o nome deste conjunto de cartões: '*Cores-Formas*'.

Tanto as cores quanto as formas (ou figuras) foram escolhidas por serem facilmente identificáveis por crianças pequenas.

Deve ficar bem claro, que há muitas outras possibilidades de se utilizar muitos outros tipos de atributos além dos aqui escolhidos. Há até mesmo a possibilidade de se adotar como atributos elementos sensoriais, como por exemplo: furos circulares feitos diretamente sobre o suporte cartonado; aplicação de texturas (pedaços de lixa d'água, lixas para madeira ou ferro; pedaços de papéis especiais aveludados, granulados ou corrugados; pedaços de tecidos com vários tipos de trama; pingos de cola escolar – cola branca a base de água – sobre pequenos círculos coloridos, que depois de secos apresentam-se como pequenas contas coloridas coladas sobre o suporte). Algumas destas alternativas podem ser utilizadas, com bastante eficácia, na elaboração de cartões lógicos destinados às crianças portadoras de deficiência visual.

### **1.1.2.- Calculando a Quantidade de Cartões Cores-Formas**

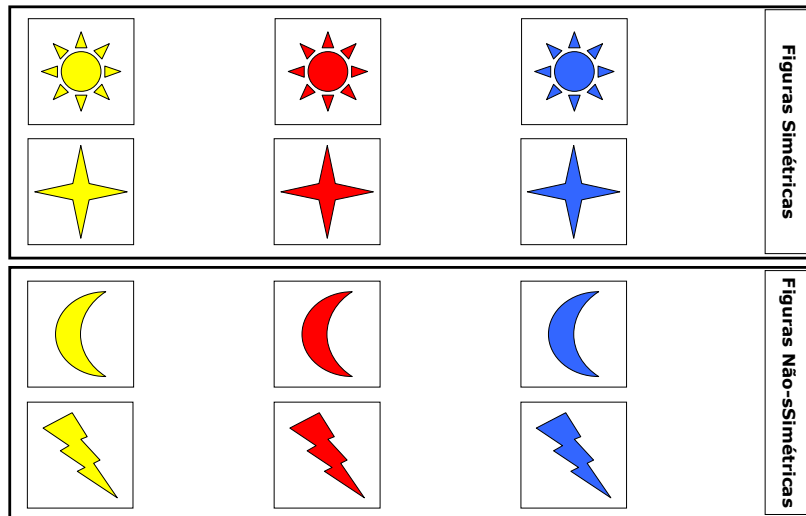
A partir das quantidades de possibilidades de cada um dos atributos escolhidos para os nossos cartões '*Cores-Formas*' : três cores e quatro formas, poderemos calcular a quantidade total de cartões distintos entre si que serão obtidos combinando-se ordenadamente estas cores e estas formas, efetuando a seguinte multiplicação:

$$\text{Quantidade de cores} \times \text{Quantidade de figuras} = 3 \times 4 = 12 \text{ cartões distintos.}$$

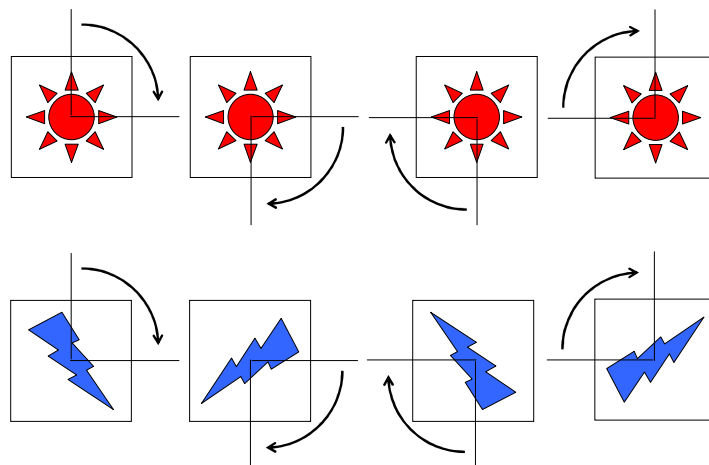
### **1.1.3.- Gerando os 12 Cartões Cores-Formas**

Feito o cálculo, podemos gerar agora os 12 cartões, cujas medidas do suporte será 4cmx4cm:

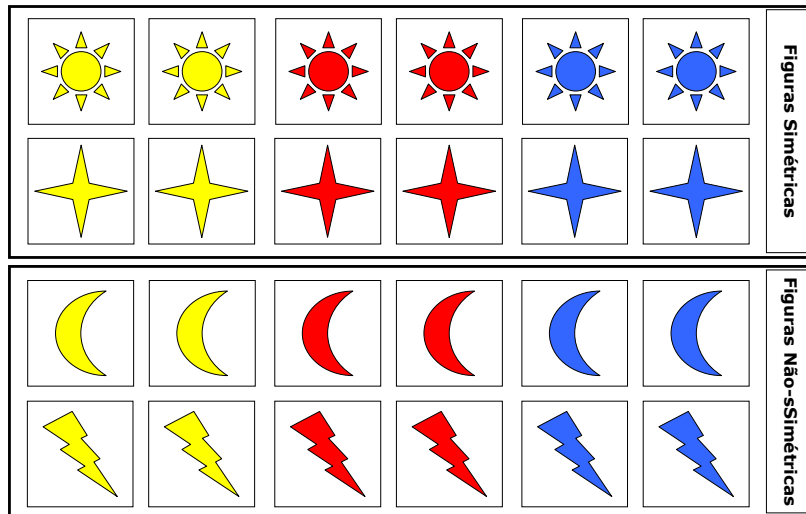




Note o leitor que os cartões estão ainda classificados em termos da simetria (ou não-simetria) das figuras. Para verificarmos se uma dada figura é simétrica ou não, devemos colocar o cartão sobre um plano (o tampo de uma mesa) e girá-lo 4 vezes num ângulo de  $90^\circ$ , como mostrado na figura a seguir. Se o cartão nunca se alterar, temos aí um cartão simétrico, senão, ele será não-simétrico (teste isto também com os cartões do JLOGS#03 – os cartões retangulares são não-simétricos).



Para muitos dos jogos a serem apresentados a seguir, a quantidade de cartões, doze, poderá ser insuficiente, por isto sugerimos a duplicação destes cartões, ou seja, vamos criar para cada cartão um outro exatamente igual, obtendo um conjunto com 24 cartões iguais dois a dois. Isto é mostrado na figura a seguir.



## 1.2.- Jogando Livrementemente com os Cartões Lógicos

A seguir são apresentados vários jogos e suas diversas variações, em que iremos utilizar os cartões lógicos *Cores-Forma*. Começaremos pelos denominados *Jogos Livres*, que visam, inicialmente a formação de agrupamentos, sem a intervenção do aplicador, no caso um professor, um parente da criança ou um pesquisador interessado neste tipo de atividade.

Numa segunda fase, mais avançada, quando a criança for capaz de identificar por sua própria iniciativa, as características mais marcantes do conjunto de cartões, iremos adotar um conjunto etiquetas que deverão orientar tanto os agrupamentos (formação de conjuntos) como o sequenciamento de cartões baseados em propriedades ou leis bem definidas.

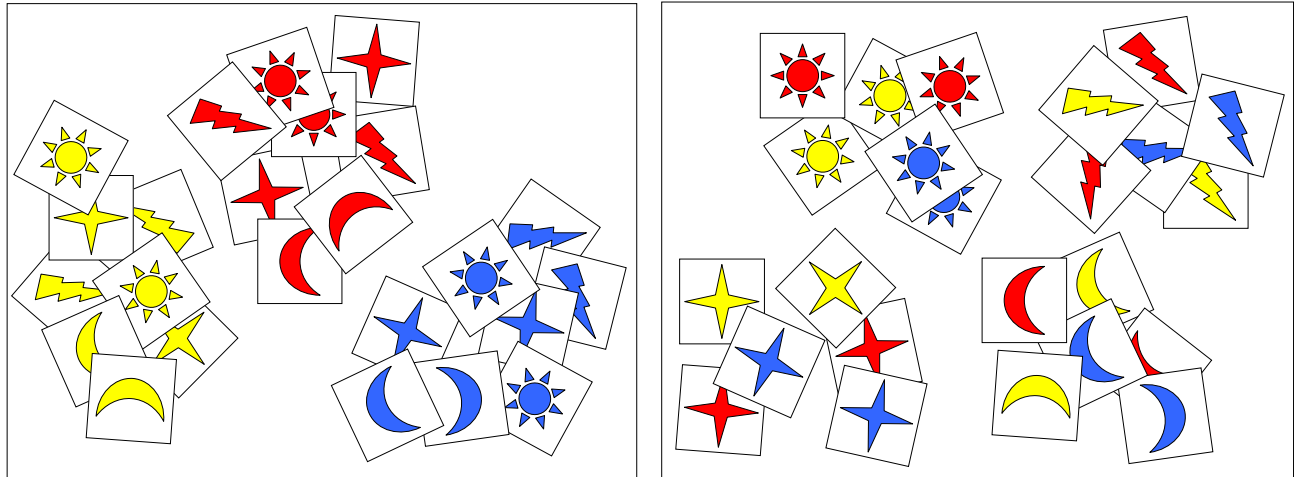
Iremos introduzir, usando as tabelas de dupla entrada, a operação algébrica denominada *produto cartesiano* e apresentaremos várias sugestões sobre o *Dominó das Diferenças*.

Os Jogos Livres, são aqueles em que o(s) indivíduo(s) manipula(m) livremente o conjunto de cartões com o intuito de descobrir-lhes os atributos e a reconhecê-los a partir disto:

- pela cor – cores primárias: azul, amarelo e vermelho;
- aos pares – agrupando-os de dois em dois;
- pela forma ou por um nome – como por exemplo: ‘sol’, ‘lua’, ‘estrela’ e ‘raio’ –, nomes cuja escolha nos parece bastante óbvia;
- pela cor e pela forma (nome) - levando em conta ambos os atributos.

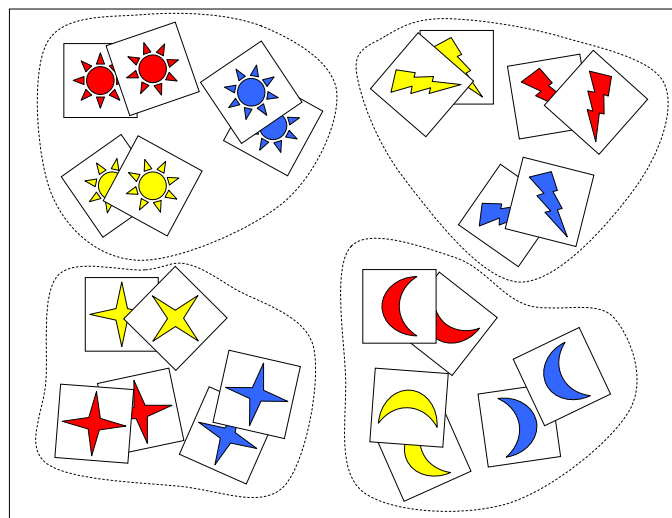
### 1.2.1.- **Discriminação: Agrupamento pelas cores ou pelas formas**

Os agrupamentos mais evidentes são aqueles em que se levam em conta os atributos mais notáveis ou mais evidentes, como por exemplo a cor. A forma parece ser, no caso destes cartões, o Cores-Formas, a segunda ‘qualidade’ mais evidente deste material manipulativo.



### 1.2.2.- **Discriminação: agrupamentos pelas formas e cores**

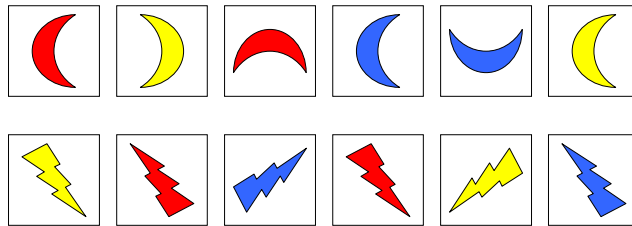
Um tipo de discriminação mais avançado, poderia ser aquele que envolvesse a escolha de cor e forma simultaneamente como critério para os agrupamentos. Veja isto na figura a seguir.



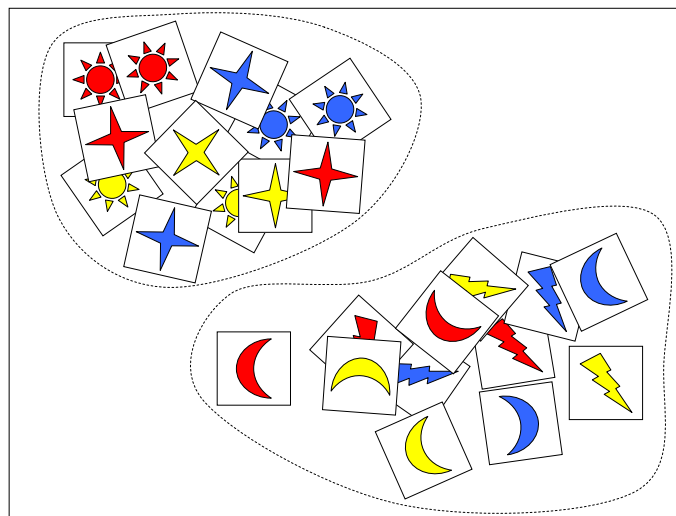
### 1.2.3. **Discriminação: Agrupamentos usando simetria e não-simetria**

Dependendo da rotação de algumas das figuras não-simétricas pode haver crianças que sintam alguma dificuldade em organizá-las, possivelmente não admitindo a sua igualdade. Outras

perceberão que algumas destas figuras, ao serem rotacionadas não ‘mudam’ enquanto há outras crianças que percebem que a rotação do cartão faz com que a figura venha a ‘modificar-se’, ou seja, hora ela poderá estar virada para cima ou para baixo, ora para a direita ou para a esquerda, e isto é perceptível. As figuras não-simétricas são mostradas a seguir, em todas as suas possíveis posições.



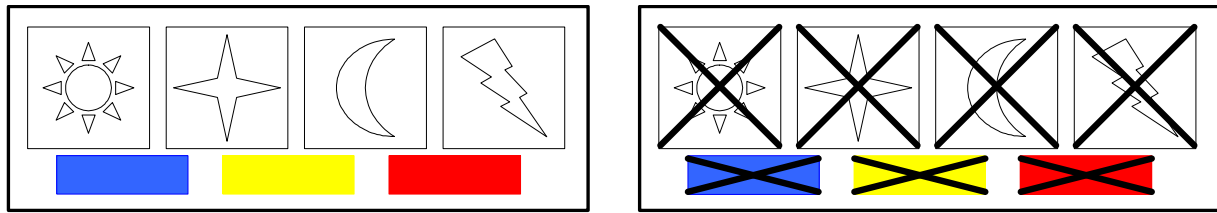
Com o tempo algumas crianças perceberão esta propriedade (a simetria e a não simetria destas figuras) e poderão separar os cartões levando em conta este fenômeno.



### 1.3.- Os Conjuntos de Etiquetas: as Positivas e as Negativas

O dois conjuntos de cartões a seguir são as etiquetas que nos permitirão *indexar* (colocar rótulos, rotular) os conjuntos de cartões a serem formados.

O primeiro grupo indica positivamente aquilo que se pretende: cores e formas, enquanto o segundo grupo indica a negação: não-sóis, não-estrelas, não-luas e não-raios; não azul, não-amarelo e não-vermelho.



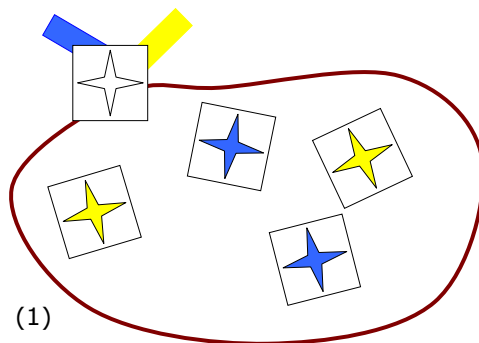
### 1.3.1.- Exemplos do uso das Etiquetas

A seguir vamos apresentar alguns exemplos de jogos possíveis, mas não os únicos, com o uso das etiquetas apresentadas acima. Estes jogos devem ser levados a efeito por um professor ou um monitor, de acordo com as técnicas da *entrevista crítica piagetiana*, estudadas na introdução deste livro (vide os Prolegômenos). .

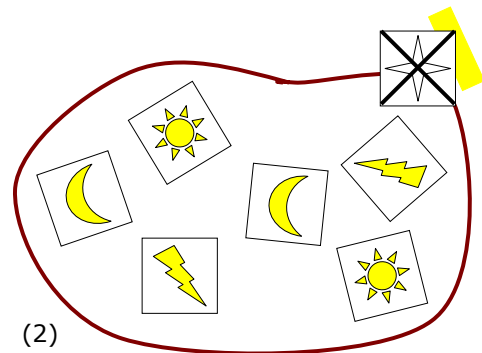
### 1.3.2.- Jogo da Formação de Conjuntos Etiquetados

Utilizando um barbante grosso e amarrando as pontas devemos formar uma curva plana fechada sobre o tampo de uma mesa ou sobre o piso da sala. Tomando esta curva como moldura, podemos escolher as etiquetas e colocá-las sobre a borda da curva, como mostram as figuras a seguir, cujos exemplos mostram:

- (1) “Conjunto de estrelas azuis ou amarelas”;
- (2) “Conjunto de não-estrelas amarelas”;

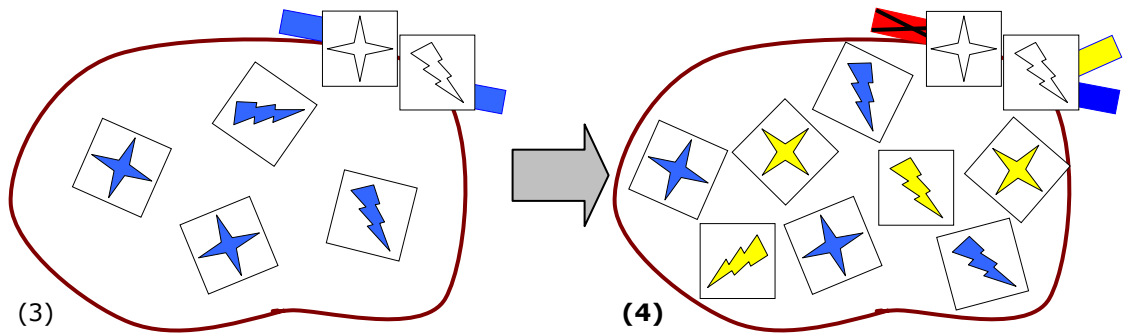


(1)



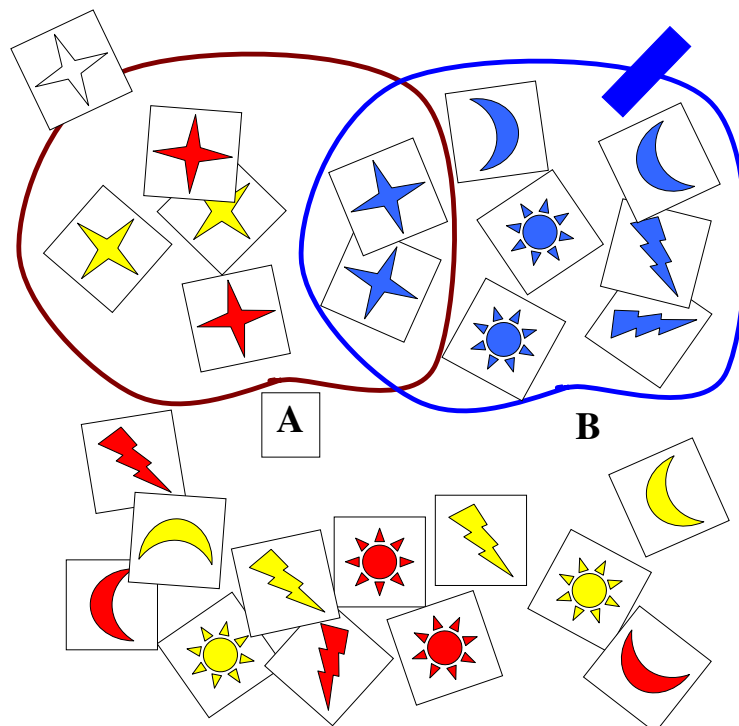
(2)

- (3) “Conjunto de estrelas ou raios azuis”;
- (4) “Conjunto de estrelas não-vermelhas ou de raios vermelhos ou amarelos”, que foi que sofreu uma pequena modificação a partir do conjunto de número (3) – o que sugere que o aplicador pode utilizar um conjunto já montado e modificar uma ou mais das condições nos rótulos anteriormente escolhidos.



### 1.3.3.- *Jogo da Intersecção de Conjuntos*

A intersecção é uma operação da Teoria dos Conjuntos das mais difíceis de serem concretizadas, e este material parece ser bastante indicado para fazê-lo. O exemplo a seguir mostra o *diagrama de Venn-Eüler* representativo a intersecção em que cada conjunto tem a seguinte qualificação: (A) ‘estrela’ e (B) ‘azul’. A intersecção destes conjuntos mostra as ‘estrelas azuis’, a região restante do conjunto A, quando se elimina a região correspondente à intersecção, mostra as ‘estrelas não azuis’ e a outra região restante do conjunto B mostra os cartões azuis que ‘*não são estrelas*’. Os cartões que não figuram no diagrama (estão fora) são aqueles que não são nem azul, nem estrelas.



### 1.3.3.- *Jogo da Intersecção de Conjuntos – Diagrama de Carrol*

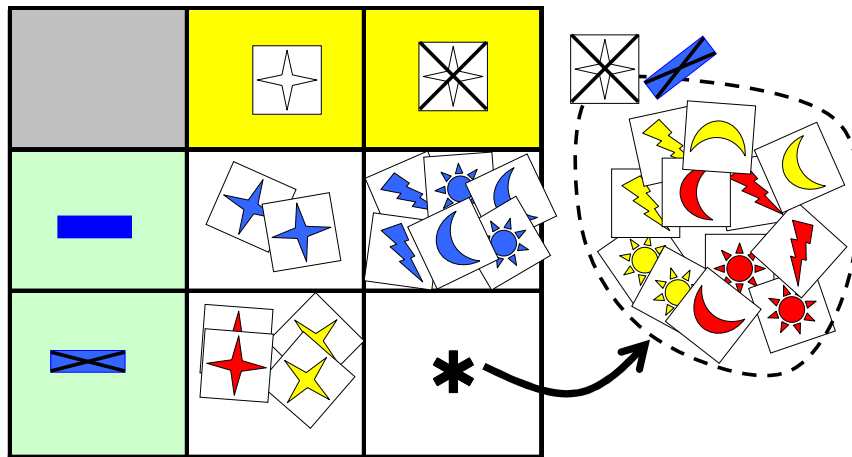
Lewis Carrol foi o pseudônimo de Charles Lutwidge Dodgson (1832-1898) lógico e matemático inglês que escreveu “Alice no País das Maravilhas” (“Alice’s Adventures in Wonderland”, datado de 1865) e “Alice no País dos Espelhos” (“Throug the Looking-Glass”, datado de 1872). Ele escreveu versos humorísticos, bem ao gosto da época, mas também publicou muitos trabalhos na área de matemática e lógica. O diagrama a seguir apresentado denominado *diagrama de Carrol*, foi criado por ele. O *diagrama de Carrol* permite representar logicamente e de forma mais simples do que no diagrama de Venn-Eüler, a intersecção de dois conjuntos.

No diagrama de Carrol, a representação dos elementos é mais explícita do que no diagrama de Venn-Eüler. Os elementos do conjunto A e do conjunto B podem ser distribuídos em quatro regiões bem demarcadas, a saber:

- a região dos elementos que pertencem a A e B;
- a região dos elementos que pertencem a A mas não pertencem a B: A e ~B;
- a região dos elementos que pertencem a B mas não pertencem a A: ~A e B;
- a região dos elementos que não pertencem nem a A nem a B: ~A e ~B;

	<b>A</b>	<b>~A</b>
<b>B</b>	<b>A e B</b>	<b>~A e B</b>
<b>~B</b>	<b>A e ~B</b>	<b>~A e ~B</b>

Assim, nós podemos agora, usando as etiquetas, preencher o diagrama de Carrol, correspondente ao problema anteriormente apresentado: (A) ‘estrela’ e (B) ‘azul’. A região correspondente às ‘não-estrelas e não-azuis’ está marcada com asterisco e os elementos estão mostrados fora do diagrama para maior facilidade de ‘leitura’.



### 1.3.4.- O Produto Cartesiano Formas x Cores

O Produto Cartesiano é um produto entre dois conjuntos cujos elementos devem ser combinados dois a dois, como pode ser visto na tabela de dupla entrada a seguir.

×				

Você pode desenhar suas *tabelas de dupla entrada* com quantas colunas e com quantas linhas quiser, considerando-se que a largura e a altura das quadrículas devam ser um pouco maiores que as dimensões dos cartões (que medem 4cm por 4cm).

Para aqueles que sabem a Teoria dos Conjuntos, podemos representar o produto cartesiano do exemplo acima, a partir das seguintes idéias simbólicas:

- o conjunto de formas como sendo  $F = \{ \text{estrela, sol, lua, raio} \}$
- o conjunto de cores como sendo  $C = \{ \text{vermelho, amarelo, azul} \}$



- e o produto cartesiano como sendo:  $F \times C = \{(x,y) \mid x \in F \text{ e } y \in C\}$ .

A definição de produto cartesiano ' $F \times C = \{(x,y) \mid x \in F \text{ e } y \in C\}$ ', deve ser lida como: 'F cartesiano C é igual ao conjunto de pares ordenados (x,y) onde x pertence a F e y pertence a C'. Isto quer dizer que devemos formar pares ordenados (x,y) onde x deverá ser 'retirado' do primeiro conjunto, F, e y deverá ser 'retirado' do segundo conjunto, C.

De forma geral, um par ordenado (x,y) é tal que  $(x,y) = (y,x)$  se, e somente se  $x = y$ . Isto quer dizer que (x,y) será diferente de (y,x) sempre que  $x \neq y$ .

*Simplificando tudo isto, o nosso produto cartesiano fica assim:*

Dados os conjuntos:  $F = \{\text{estrela, sol, lua, raio}\}$  e  $C = \{\text{vermelho, amarelo, azul}\}$ , tem-se:

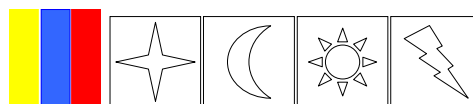
$F \times C = \{ (\text{estrela,vermelho}), (\text{estrela, amarelo}), (\text{estrela,azul}), (\text{sol, vermelho}), (\text{sol, ...}), \dots \}$

*o que foi mostrado na tabela de dupla entrada acima.*

## 1.4.- **Jogo do Sequenciamento**

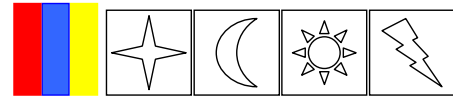
Aqui poderemos fazer o uso das etiquetas com a finalidade de criar lei bem definida de sequenciamento dos cartões. Deve-se nestes casos utilizar-se apenas um conjunto de 12 cartões distintos (dispensar os outros 12 cartões idênticos a eles).

Seja por exemplo a lei de sequenciamento dada por: amarelo, azul e vermelho, estrela, lua, sol e raio, como mostrada na figura a seguir.

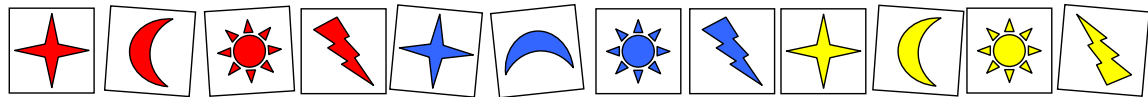


De acordo com a lei de sequenciamento dada acima teremos como resultado a sequência mostrada na figura abaixo – note que, mesmo com algumas figuras posicionadas de forma 'meio estranha' (a sequência está de acordo com a lei de formação da sequência (lei do sequenciamento) estipulada pelo aplicador.

**Lei de sequenciamento:**



**Sequência:**



Uma discussão pertinente, no caso da sequência acima apresentada, seria a seguinte: deveria o professor ou o monitor aceitá-la como correta, mesmo que as figuras não estivessem exatamente na mesma posição apresentada na lei de formação?

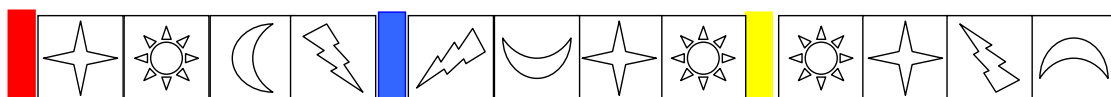
Veja o porquê da necessidade de se observar atentamente a lei de formação da sequência no exemplo a seguir.

**1.4.1.- Sequenciamentos Complexos**

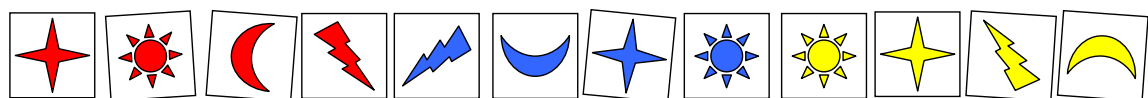
Existem jogos de sequenciamento bastante mais complexos do que os até aqui mostrados, eles exigirão a multiplicação dos conjuntos de etiquetas por dois ou por três, como mostrados nos exemplos a seguir.

No exemplo a seguir as etiquetas correspondentes às formas foram utilizadas várias vezes.

**Múltiplas Leis de sequenciamento:**

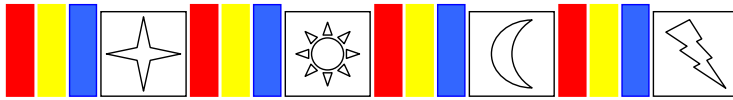


**Sequência:**

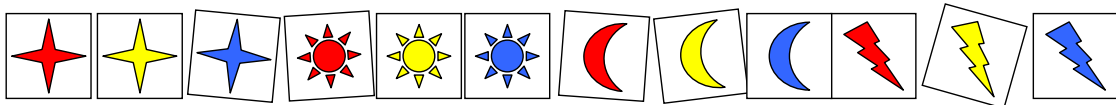


No exemplo a seguir serão as etiquetas de cores que serão utilizadas várias vezes. O leitor deverá tentar outros tipos de sequenciamentos utilizando várias etiquetas de formas e de cores.

## Múltiplas Leis de sequenciamento:



## Seqüência:



Note o leitor que, nos dois exemplos apresentado acima, a solução (a sequênciã) respeita exatamente as posições das figuras dadas pela lei de formação.

### 1.4.2.- Sequenciamentos Complexos e Leis Verbais

Poderá haver casos ainda mais complexos do que o exemplificado acima, em que a lei de formação não mais terá a possibilidade de ser expressa através das etiquetas (verifique isto), assim, deve-se recorrer à linguagem verbal para exprimi-las. Cabe ao leitor começar a estudar as possibilidades de composições de leis e a geração das correspondentes sequências.

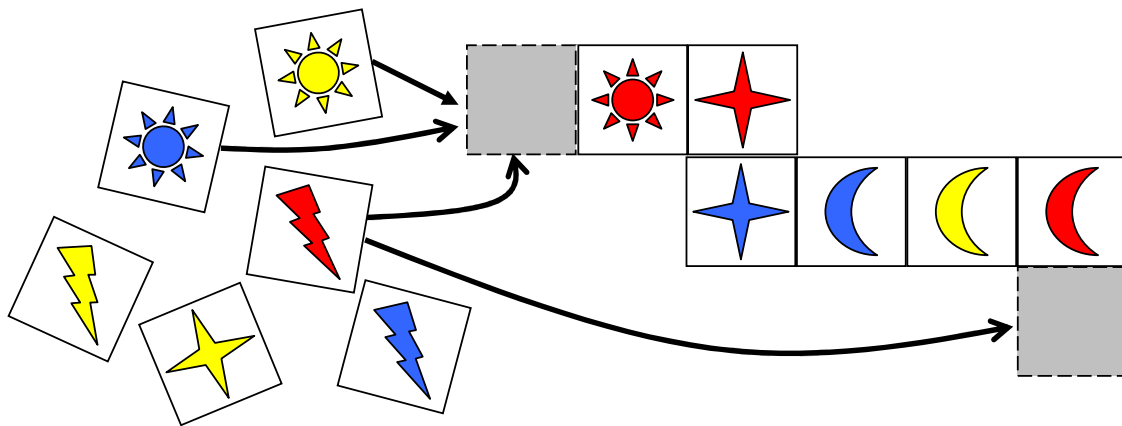
## 1.5.- O Dominó das Diferenças

Maioria dos jogos com cartas (no nosso caso com cartões) são, quase sempre, marcados pela necessidade de se formarem pares ou seriações (organizadas através de uma lei de formação bem definida) de cartas. Já no caso do Dominó das Diferenças, que estudaremos a seguir, joga-se como se estivéssemos jogando dominó, sendo no entanto que o casamento das peças não se faz pela igualdade, mas pelas diferenças de atributos de um cartão para outro, normalmente exigindo dos jogadores que combinem a qual será a quantidade de diferenças a serem consideradas naquele jogo ou naquela partida: uma diferença, duas diferenças etc, de acordo com a quantidade de atributos encontráveis no conjunto de cartões participantes do jogo [Cores-Furos: Material Concreto na Linha de Piaget, Sá Leite, Editora Manole 1988].

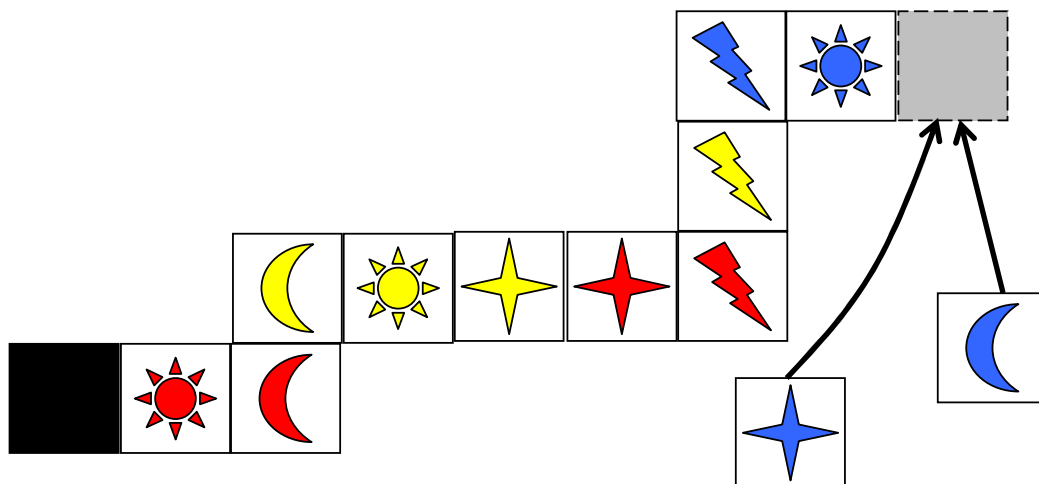
### 1.5.1.- O Dominó das Diferenças – Jogando com uma diferença

. O Dominó das Diferenças deve ser jogado inicialmente, com cartões exatamente distintos, por isto escolhemos os 12 cartões distintos da série inicial de cartões, para que se perceba as características fundamentais deste jogo.

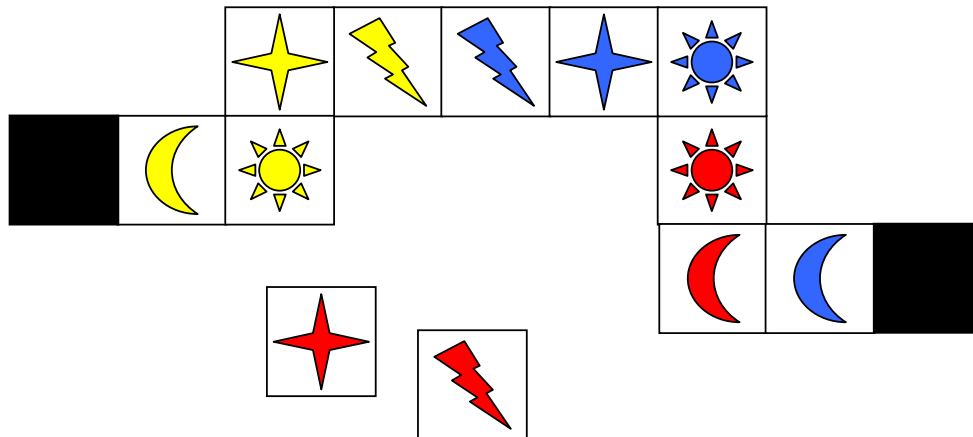
Na figura a seguir, mostramos um jogo ainda com muitas possibilidades de continuidade, há possibilidades de alocação de cartões em qualquer um das extremidades, assinalada na figura como sendo um quadrado cinza.



Na figura a seguir, o leitor encontrará um exemplo, em que uma das extremidades do jogo está fechada, impossibilitando o prosseguimento do jogo através dela. A extremidade ‘fechada’ mostra um quadrado em preto, enquanto a extremidade, a que ainda apresenta possibilidade de jogada, mostra um quadrado cinza.



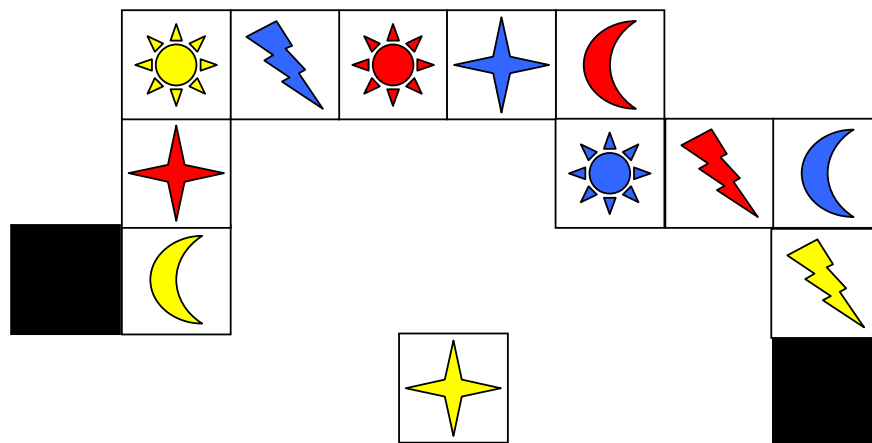
Finalmente podemos ver um exemplo em que ambas as extremidades do jogo de dominó estão fechadas para qualquer tipo de jogada.



### 1.5.2.- O Dominó das Diferenças – Jogando com duas diferenças

Quando se joga o Dominó das Diferenças com uma diferença de um cartão para outro, deve-se notar que, como estes cartões têm dois atributos, a cada diferença entre os cartões, deve restar uma igualdade entre eles – cores iguais e formas distintas ou formas distintas e cores iguais. Confira isto nas figuras anteriores.

No caso de jogarmos, agora, o Dominó com duas diferenças, os cartões deverão ser absolutamente diferentes do outro, não havendo nem o casamento de cores, nem de formas. Note que o jogo termina com um cartão que não tem como ser utilizado em nenhuma das extremidades.



### 1.5.3.- O Dominó das Diferenças – Uma sugestão

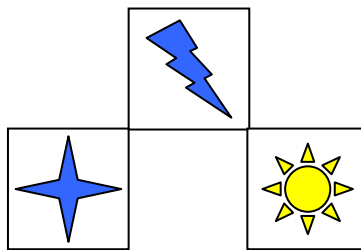
Nada impede de utilizarmos os 24 cartões da série inicial para jogarmos o Dominó das Diferenças, assim, sugerimos que o leitor tente jogar tanto o Dominó de *uma diferença*, como o *das duas diferenças* utilizando toda a série de 24 cartões, cartões estes iguais dois a dois.

### 1.6.- Jogos “ ‘dos 3’ + 1” Com Uma Diferença

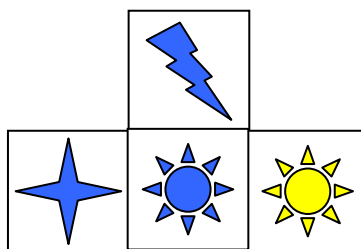
Este jogo exige a participação de pelo menos de dois jogadores . Um deles assume o papel de desafiante e o outro assume o papel de solucionador do problema (ou desafio) proposto pelo primeiro deles. Solucionado o problema as posições se invertem e o desafio será feita pelo segundo jogador.

Vamos a seguir simular a solução de um destes problemas.

- O desafiante – o primeiro jogador – deve escolher *criteriosamente* três cartões e deve dispô-los como na figura a seguir – este é o problema a ser solucionado pelo outro jogador:

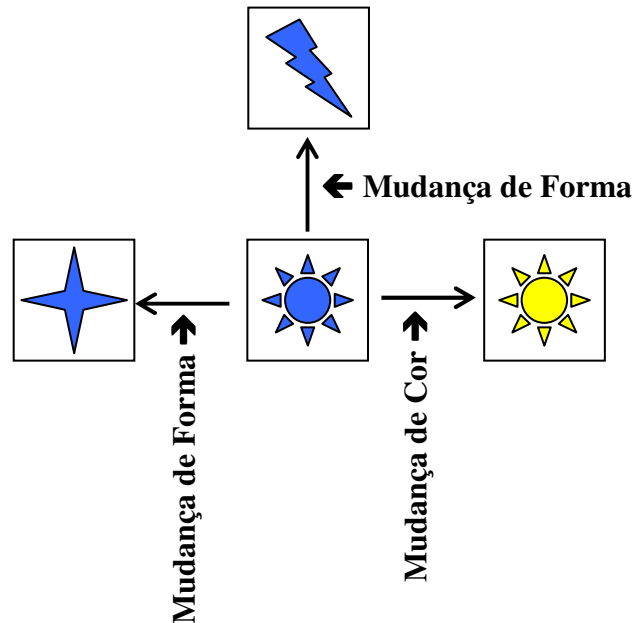


- O segundo jogador deve encontrar um cartão que case perfeitamente, apresentando uma diferença de um para o outro, com os três cartões ali apresentados e colocá-lo entre eles, como mostrado na figura.



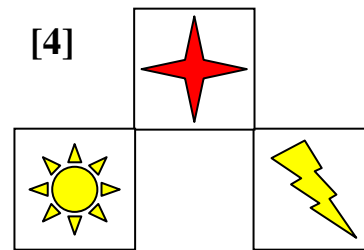
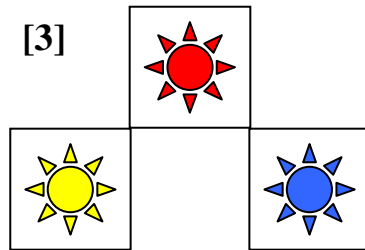
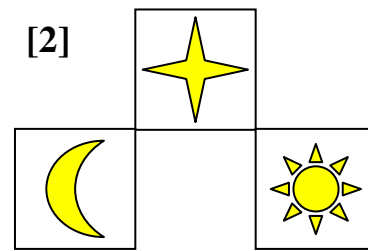
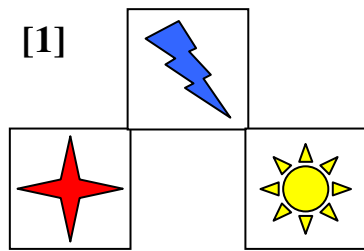
- Em seguida o segundo jogador deve justificar a sua escolha, mostrando a correção da mesma. Confira estas justificativas no esquema mostrado a seguir, onde se indicam as mudanças de cor ou de forma – que são os únicos dois atributos deste conjunto de cartões –,

ou seja, reafirmando-se a existência de uma diferença entre os cartões ali dispostos e aquele colocado por ele.



### 1.6.1.- Algumas Sugestões Interessantes

- É *bem provável* que alguns destes problemas não apresentem possibilidade de solução, mas por outro lado pode haver aqueles em que ocorra mais do que uma solução. Mas isto tem que ser verificado.
- Já que a finalidade deste livro é a de também desafiar o leitor, propomos que o leitor verifique estas probabilidades apresentando alguns casos em que ocorram estas ‘anomalias’.
- Com a finalidade de estimular o pensamento lógico-matemático de nossos leitores, vamos desafiá-los perguntando: *quais os tipos de escolhas de cartões que podem provocar cada uma destas ‘anomalias’*.
- *Damos a seguir alguns exemplos que devem ser analisados pelo leitor. E começamos a achar que neste jogo ‘3+1 com uma diferença’ não existe a possibilidade de mais do que uma solução. A conferir.*



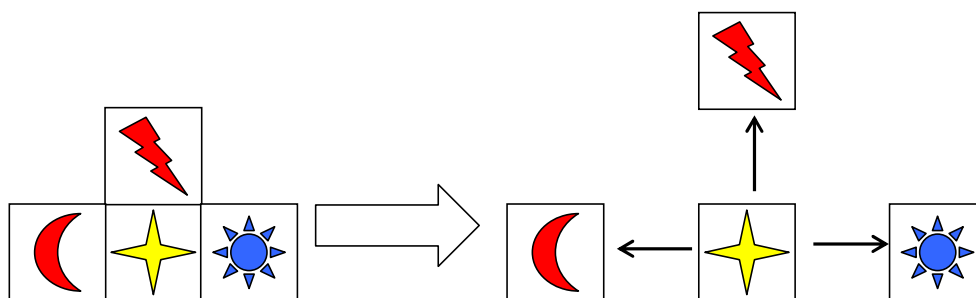
O leitor deve ter concluído o seguinte, os problemas [1] e [3] não têm solução, os problemas [2] e [4] têm solução: respectivamente, utilizando-se o raio amarelo e a estrela amarela.

Uma pergunta bastante pertinente fica aqui para o leitor: Se estes cartões tivessem três atributos ou mais, as situações propostas acima para o jogo 3+1 com uma diferença. Nos jogos a serem apresentados a seguir haverá cartões com 3 e até 4 atributos. Guarde esta pergunta, para que possamos retomá-la mais tarde.

### 1.6.2.- Jogos dos 3 + 1 Com Duas Diferenças

Caberá agora ao leitor atento estudar o caso do ‘Jogo do 3+1 com Duas Diferenças’, não somente quanto à impossibilidade de soluções, como no tocante à possibilidade de haverem outras soluções além de uma única.

A seguir damos um exemplo deste jogo e analisamos as ‘diferenças’ entre os cartões.



Todos mudaram a Cor e a Forma



## 1.7.- Um Jogo de Estratégia Usando 3 Dados Hexagonais

Este é um jogo cujas regras são bastante complicadas. Ele é um jogo de sorte, mas exige o uso de estratégias distintas a cada rodada.

Cada cartão a ser descartado deverá ser estabelecido a partir de quatro lançamentos de dados de dados: dois lances com 1 (um) só dado e dois lances com 3 (três) dados cad. Os resultados destes lançamentos devem ser anotados na ficha de anotações – que tem 35 linhas – , mostrada parcialmente, a seguir:

Ficha de Anotações – Nome do Jogador: _____ Data _____						
Jogada	1º lançamento (1 dado)	2º lançamento (3 dados)	Cartão a ser Jogado Tabela [1]	3º lançamento (1 dado)	4º lançamento (3 dados)	Cartão a ser Jogado Tabela [2]
1.						
2.						
3.						
4.						
5.						
6.						
-						

Este é um jogo para 2, 3 ou até 4 jogadores que irão se utilizar, um de cada vez, de 3 dados hexagonais (6 faces numeradas de 1 até 6).

### Vamos às regras da Primeira Fase:

- Imprimir várias Fichas de Anotações, 2 ou 3 para cada jogador;
- Embaralhar os 24 cartões e distribuí-los entre os jogadores:
  - se dois jogadores: 12 cartões para cada um;
  - se três jogadores: 8 cartões para cada um;
  - se quatro jogadores: 6 cartões para cada um.
- O primeiro jogador lança um dado e anota os resultados na *Folha de Anotações*, sob a supervisão dos demais jogadores;
- Agora ele toma três dados e os lança, conta os pontos obtidos e anota esta soma na Ficha de Anotações;
- Repete o lançamento de um dado, seguido do lançamento de três dados e anota os resultados na Ficha de Anotações;

**Vamos às regras da Segunda Fase:**

- De posse dos resultados obtidos e anotados, ele deverá compor a sentença que corresponderá ao cartão a ser descartado por ele;
- O primeiro do lançamentos corresponderá aos sinais: – (se o resultado for ímpar: 1, 3 ou 5) e + (se o resultado for par: 2, 4 ou 6), representando respectivamente a negação de uma propriedade (não-estrela, não-sol, não-raio; não-lua ou então não-azul, não-vermelho ou não-amarelo), ou confirmando aquela propriedade (estrela, sol, raio, lua ou então azul, vermelho ou amarelo);
- O segundo lançamento corresponderá a um número que deve ter sua correspondência buscada na tabela [1];
- O terceiro e quarto lançamentos, corresponderão a um sinal (+ ou –) , seguido de um valor a ser buscado na Tabela [2];

**TABELA [1]: 1ª Jogada com três dados hexagonais**

<b>Jogada</b>																
<b>Soma dos três dados</b>	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18

**Prevalência da Cor**

**TABELA [2]: 2ª Jogada com três dados hexagonais**

<b>Jogada</b>																
<b>Soma dos três dados</b>	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18

**Prevalência da Forma**

**Nota Importante:**

A correspondência, entre a quantidade de pontos obtidos no lançamento dos três dados e os atributos mostrados nas tabelas (cor, forma ou o desenho de um dado hexagonal), foi estabelecida de acordo com a Lei das Probabilidades, em que por exemplo: as somas 3 ou

18 são bem mais difíceis de ocorrer do que a soma 9. Enquanto a soma 3 só tem uma possibilidade:  $1+1+1$ , e a soma 18 também só tem a possibilidade  $6+6+6$ , a soma 9 tem várias:  $1+2+6$ ,  $2+1+6$ ,  $1+3+5$ ,  $1+4+4$ , e assim por diante. Assim, segundo este raciocínio, os valores com maior probabilidade de ocorrer são o 10 e o 11 como resultados da soma no lançamento de três dados.

Como as somas das extremidades das tabelas [1] e [2] têm menor chance de ocorrer como soma dos pontos no lançamento de três dados e, à medida que se avança, a partir das extremidades das tabelas para o centro, as chances de ocorrência daquelas somas aumenta: (i) na Tabela [1], como as cores estão no centro da tabela, haverá maior possibilidades de que ao lançar os três dados você consiga, com mais facilidade uma cor, por isto ela é denominada tabela de 'Prevalência da Cor'; (ii) usando-se o mesmo raciocínio, a Tabela [2] é denominada tabela de 'Prevalência da Forma'.

Somente para citar quatro exemplos, ao tomarmos como referência a Tabela [1], pode-se verificar que as somas das frequência dos seguintes pares de valores: 3 e 15; 4 e 16; 5 e 17; 6 e 18, é a mesma. Isto ocorre automaticamente tanto na Tabela [1] quanto na Tabela [2].

Para aqueles que estudaram a Teoria das Probabilidades, ficam aqui três perguntas:

- A quantidade de somas obtidas no lançamento de três dados hexagonais equivale à quantidade de somas obtidas no lançamento de dois dados octogonais ? As probabilidades das somas são as mesmas para valores iguais, obtidos nos lançamentos de um e do outro conjunto de dados, respectivamente, três dados hexagonais e dois dados octogonais?
- Quais são as frequências com que ocorrem as diversas somas alocadas nas Tabelas [1] e [2] ?
- Estas frequências podem ser realmente agrupadas aos pares, como pode ser visto, nas Tabelas [1] e [2], com o intuito de igualarem na soma, as probabilidades de ocorrências dos eventos ali expostos ?

- Note que, de acordo com os lançamentos de três dados, pode ocorrer que: o jogador consiga duas cores; duas formas ou então uma forma e uma cor;
- Veja alguns exemplos na *Ficha de Anotações* a seguir:

Ficha de Anotações – Nome do Jogador: \_\_\_\_\_ Data \_\_\_\_\_

Jogada	1º lançamento (1 dado)	2º lançamento (3 dados)	Cartão a ser Jogado Tabela [1]	3º lançamento (1 dado)	4º lançamento (3 dados)	Cartão a ser Jogado Tabela [2]
1.	5 ↔ (-)	6	-6 ↔ não-estrela	6 ↔ (+)	13	+13 ↔ raio
2.	4 ↔ (+)	9	+9 ↔ vermelho	2 ↔ (+)	9	+ 9 ↔ raio
3.	2 ↔ (+)	10	+10 ↔ amarelo	4 ↔ (+)	5	+ 5 ↔ vermelho
4.	1 ↔ (-)	15	-15 ↔ não-sol	6 ↔ (+)	7	+7 ↔ sol
5.	2 ↔ (+)	6	+6 ↔ estrela	4 ↔ (+)	10	+10 ↔ estrela
6.	3 ↔ (-)	9	-9 ↔ não- vermelho	1 ↔ (-)	16	-16 ↔ não-amarelo
7.	5 ↔ (-)	9	-9 ↔ não- vermelho	6 ↔ (+)	5	+5 ↔ vermelho
8.						
9.						
10.						

- Confira, a partir das anotações a seguir, quais os cartões a serem descartados:
  - jogada 1: não estrela *ou* raio;
  - jogada 2: raio vermelho
  - jogada 3: qualquer figura em amarelo ou vermelho;
  - jogada 4: descarte impossível - *o jogador perde a vez;*
  - jogada 5: estrela de qualquer cor;
  - jogado 6: qualquer figura não-vermelha *e* não-amarela, ou seja, qualquer figura azul;
  - jogada 7: descarte impossível - *o jogador perde a vez;*
- As anotações poderiam ser mais simplificadas, como por exemplo, a primeira linha da Ficha de Anotações acima apresentada poderia apenas conter o seguinte:

Ficha de Anotações – Nome do Jogador: \_\_\_\_\_ Data \_\_\_\_\_

Jogada	1º lançamento (1 dado)	2º lançamento (3 dados)	Cartão a ser Jogado Tabela [1]	3º lançamento (1 dado)	4º lançamento (3 dados)	Cartão a ser Jogado Tabela [2]
1.	5	6	-6 : não-estrela	6	13	+13: raio
2.	4	9	+9: vermelho	2 :	9	+ 9: raio

- Agora vamos analisar o caso em que o valor obtido no 2º ou no 4º lançamentos de três dados, leva o jogador à obtenção da figura de um dado:



- Caso isto ocorra, o jogador tem direito a jogar de novo para ‘corrigir’ uma jogada que lhe seja desfavorável e exatamente utilizando a tabela [1] ou [2] em que obteve a figura do dado;
- A jogada corrigida deve ser anotada juntamente com a jogada anterior que deverá ser riscada na Ficha de Anotações.
- Há que se considerar o caso do jogador que obtém um dado em cada uma das tabelas, ou seja, dois dados: a obtenção destes dois dados dará o direito ao jogador de descartar duas quaisquer de suas cartas.

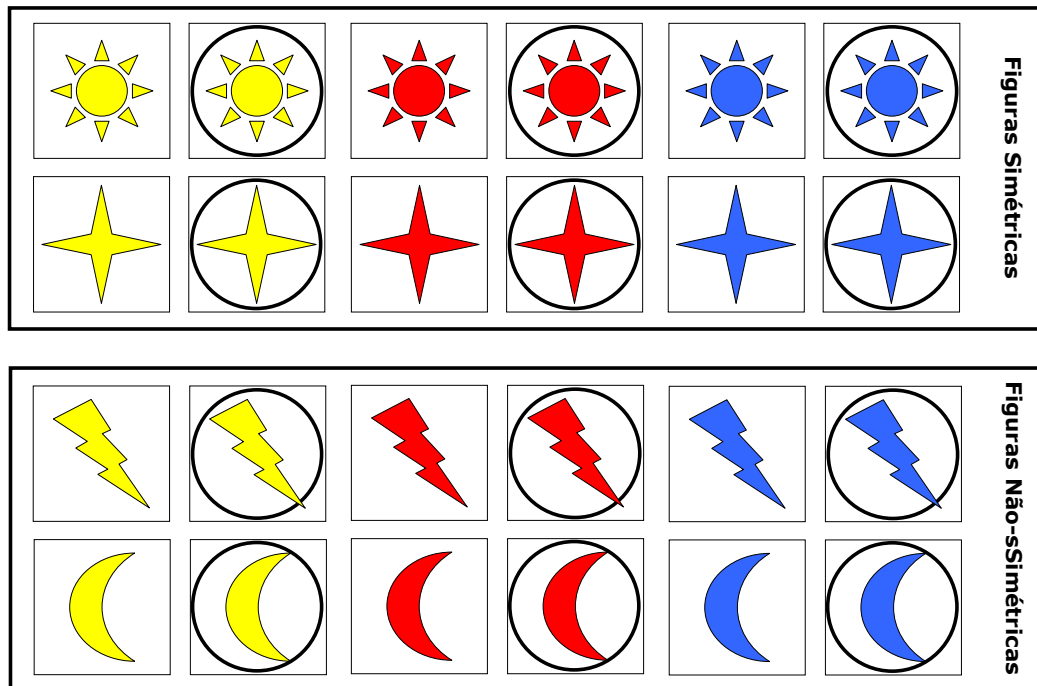
Ficha de Anotações – Nome do Jogador: \_\_\_\_\_ Data \_\_\_\_\_

Jogada	1º lançamento (1 dado)	2º lançamento (3 dados)	Cartão a ser Jogado Tabelas [1]	3º lançamento (1 dado)	4º lançamento (3 dados)	Cartão a ser Jogado Tabelas [2]
1.	5 ↔ (-)	6	-6 ↔ não-estrela	6 ↔ (+)	13	+13 ↔ raio
2.	4 ↔ (+)	9	+9 ↔ vermelho	2 ↔ (+)	9	+ 9 ↔ raio
3.	2 ↔ (+)	10	+10 ↔ amarelo	4 ↔ (+)	5	+ 5 ↔ vermelho
4.	1 ↔ (-)	15	-15 ↔ não-sol	6 ↔ (+)	7	+7 ↔ sol
5.	2 ↔ (+)	6	+6 ↔ estrela	4 ↔ (+)	10	+10 ↔ estrela
6.	3 ↔ (-)	9	-9 ↔ não- vermelho	1 ↔ (-)	16	-16 ↔ não-amarelo
7.	5 ↔ (-)	9	-9 ↔ não- vermelho	6 ↔ (+)	5	+5 ↔ vermelho
8.	<del>6 (+)</del> 2 (+)	<del>7</del> 4	<del>DADO</del> +4 ↔ lua	2 ↔ (+)	13	+13 ↔ raio
9.	4 (+)	14	DADO	6 (+)	15	DADO
10.						

- Confira, a partir das anotações acima quais os cartões a serem descartados:
  - jogada 8: o jogador obteve a figura do dado na Tabela [1] e o jogador pôde refazer a jogada, porquê possivelmente, não tivesse um cartão com a figura do raio, para descartar;
  - jogada 9: a obtenção simultânea de dois dados, um na Tabela [1] e outro na Tabela [2], dará o direito ao descartes de dois cartões quaisquer.

## 1.8.- Ampliando o Conjunto de Cartões

Nós podemos transformar os nossos 24 cartões da série inicial, que eram iguais dois a dois, em 24 cartões *completamente distintos*, como mostrados a seguir, mediante o acréscimo de mais um atributo.



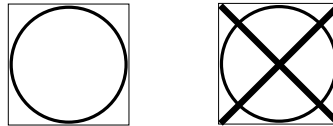
Veja que além dos atributos cores e formas adicionamos um novo atributo a apenas um dos cartões que antes se constituíam em pares, desenhamos uma circunferência em um dos cartões.

A partir disto nós passamos a contar com 24 cartões com 3 atributos cada: 3 cores, 4 formas e 2 possibilidades, uma sendo a *negação* da outra: ‘*com circunferência*’ e ‘*sem circunferência*’, o que nos dará a quantidade de:  $3 \times 4 \times 2 = 24$  cartões *distintos entre si*.

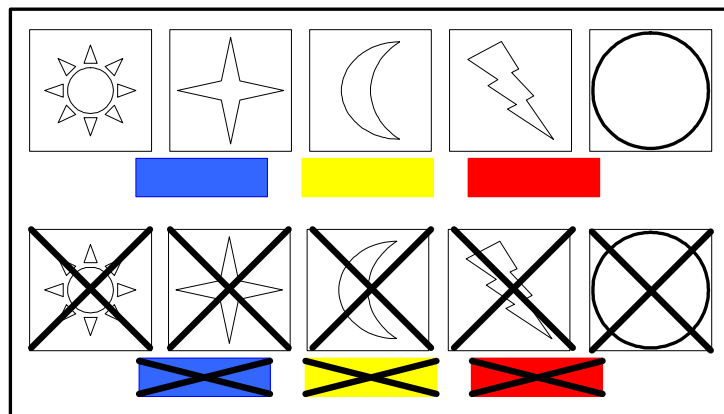
O leitor atento irá entender que estamos trabalhando aqui com dois tipos de atributos, cores e formas, que não têm como serem visualmente, um a negação do outro, no entanto a existência ou não de um círculo envolvendo as figuras se constitui em atributo que pode ser tomado como positivo ou negativo. Podemos negar uma das cores, como no caso de: ‘*não azul*’ (cuja notação em lógica seria ‘ $\sim$ azul’ ou ‘ $\neg$ azul’). Temos, no entanto, que ir buscar o significado de ‘ $\neg$ azul’ no universo daquelas cores utilizadas no conjunto de cartões, como fizemos anteriormente. Assim sendo, ‘ $\neg$ azul’ no nosso caso, corresponderá a ‘*amarelo ou vermelho*’.

### 1.8.1.- Criando uma Nova Etiqueta

Com estes 24 cartões distintos poderemos retomar todos os jogos que sugerimos quando da utilização da nossa série inicial de cartões, desde que acrescentemos em nossas etiquetas mais dois símbolos, como os da figura a seguir, que passam a representar: 'com circunferência' e 'sem circunferência'.



Assim, o nosso conjunto de etiquetas passará a ser o seguinte:



### 1.8.2.- Dominó das Diferenças com Cartões com Três Atributos

Quando se joga o Dominó das Diferenças com um conjunto de cartões com três atributos, no nosso caso atual: cores, formas e existência ou não de um círculo, podemos escolher jogar com uma, duas ou três diferenças de um cartão para outro. Deve-se notar que respectivamente para uma diferença devem restar duas igualdades entre os cartões, no caso de duas diferenças restará uma igualdade, e no caso de três diferenças nada restará em termos de igualdade de um cartão para outro.

A partir deste novo conjunto de cartões, convidamos os nossos leitores a pensarem sobre as novas possibilidades de jogar com eles, e a utilizá-los, pelo menos, para jogar o Dominó das Diferenças (com uma, duas e três diferenças de um cartão para outro).

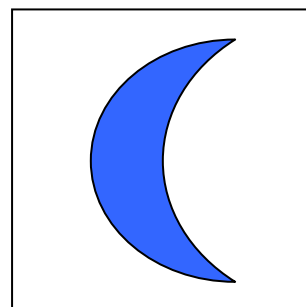
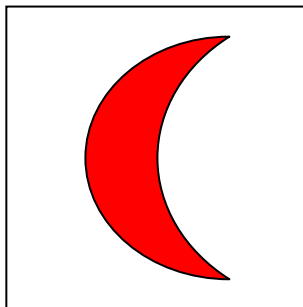
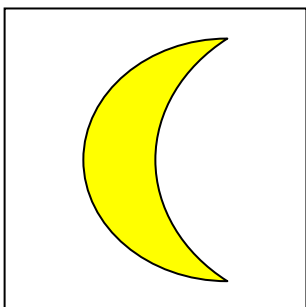
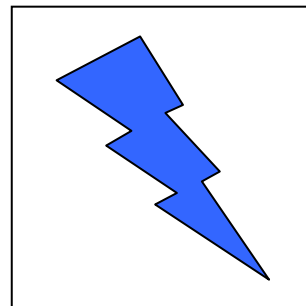
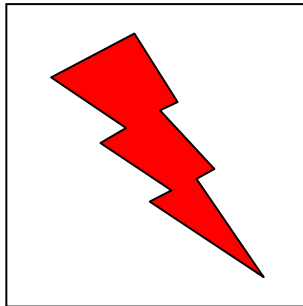
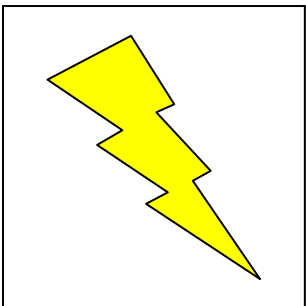
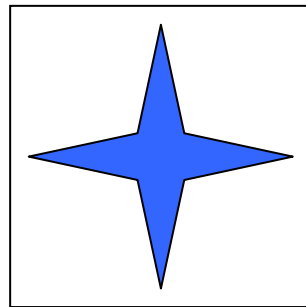
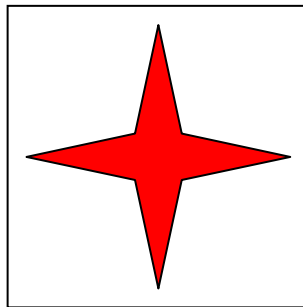
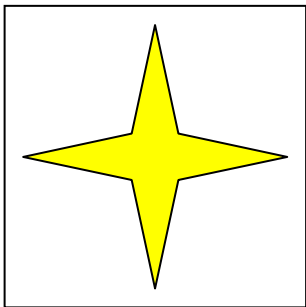
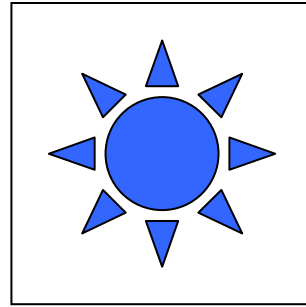
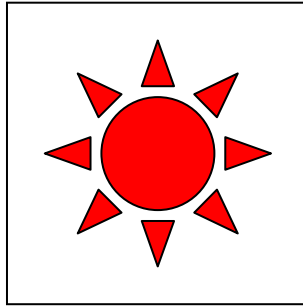
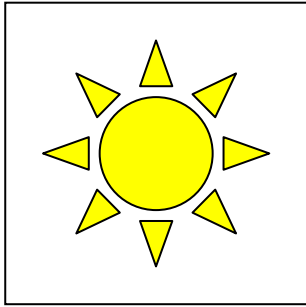
### **1.8.3.- O Dominó das Diferenças Jogado com Dados Hexagonais**

Há muitos tipos de dados, o mais comum é o dado hexagonal (um hexaedro regular, com as seis faces numeradas de 1 a 6), mas os há dados com 4, 8, 12 e 20 faces, constituídos respectivamente pelos poliedros regulares: tetraedro, octaedro, dodecaedro e icosaedro.

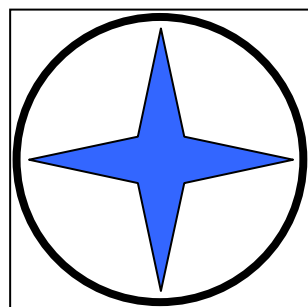
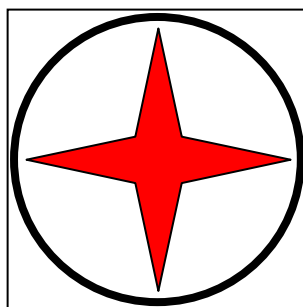
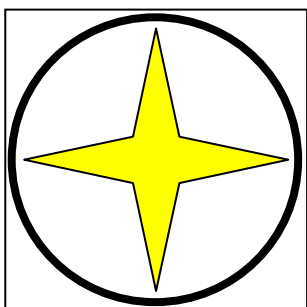
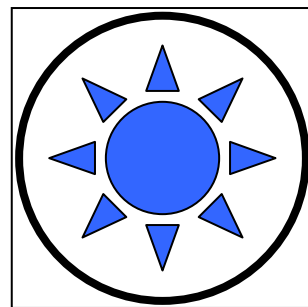
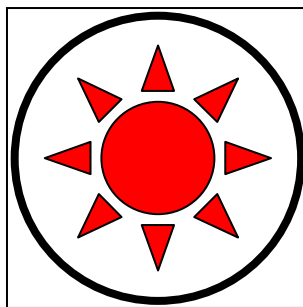
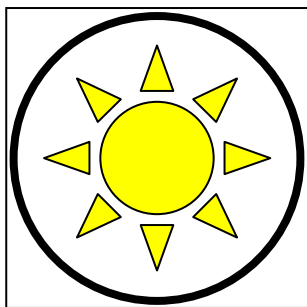
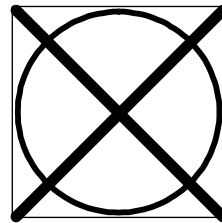
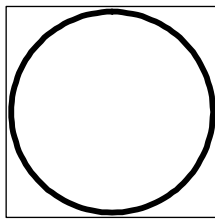
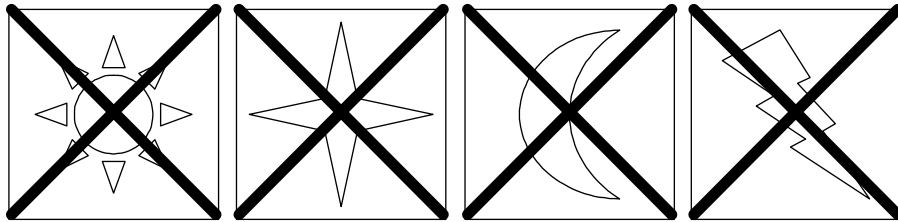
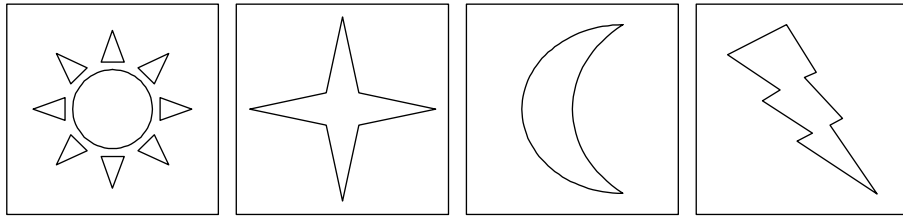
- Usando um dado hexagonal ao se jogar o Dominó de uma ou duas diferenças deve-se adotar o seguinte critério para as jogadas: se o resultado for número ímpar (1, 3 ou 5) corresponderá a uma jogar com um cartão com uma diferença, enquanto um resultado par (2, 4 ou 6) corresponde a jogar com um cartão com duas diferenças. No caso do dado em forma de tetraedro o mesmo critério pode ser utilizado.
- No caso do Dominó com uma, duas ou três diferenças podemos adotar o dado hexagonal: se o resultado for 1 ou 4, uma diferença; se for 2 ou 5, duas diferenças; se for 3 ou 6, três diferenças. Para facilitar o raciocínio em termos de se saber qual o tipo de jogadas, uma, duas ou três diferenças, adota-se o o valor numérico obtido no dado, subtraído de três, quando ele ultrapassar o valor 3. Assim, por exemplo o resultado 5 nos levará através do  $5 - 3$  ao 2, ou seja, duas diferenças.
- Um caso interessante é jogar o Dominó de uma, duas ou três diferenças, utilizando um dado tetraédrico (ele possui 4 faces triangulares), adotando-se o critério: se os resultados forem 1, 2 ou 3, a jogada corresponderá a cartões com 1, 2 ou 3 diferenças, o resultado 4 fará com que o jogador perca a vez, passando a jogada para o próximo adversário.
- Pode-se pensar muitos outros tipos de critérios baseados nos resultados dos diversos tipos de dados – em forma de tetraedro, hexaedro, octaedro, dodecaedro e icosaedro regulares – encontráveis atualmente no comércio. Basta pensar e combinar com os jogadores o tipo de critério a ser adotado. Bom jogo!

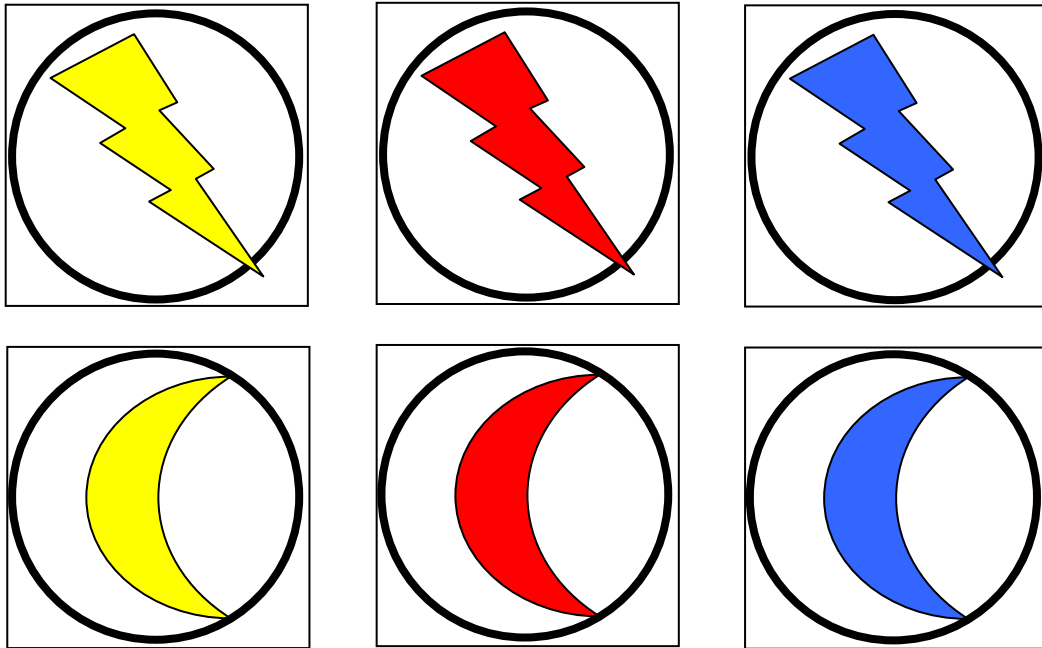


**JLOGC#01 - JOGOS PARA O PENSAMENTO LÓGICO Nº 01**  
**MATERIAL PARA REPRODUÇÃO via IMPRESSORA**  
**JOGOS COM CARTÕES LÓGICOS CORES-FORMAS**



**ATENÇÃO:** Imprimir esta página e as seguintes numa impressora jato de tinta colorida ou laser colorida, plastificar e recortar os cartões, as etiquetas e tabelas





**TABELA [1]: 1ª Jogada com três dados hexagonais**

<b>Jogada</b>																
<b>Soma dos três dados</b>	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18

**Prevalência da Cor**

**TABELA [2]: 2ª Jogada com três dados hexagonais**

<b>Jogada</b>																
<b>Soma dos três dados</b>	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18

**Prevalência da Forma**

Ficha de Anotações – Nome do Jogador: \_\_\_\_\_ Data \_\_\_\_\_

Jogada	1º lançamento (1 dado)	2º lançamento (3 dados)	Cartão a ser Jogado Tabela [1]	3º lançamento (1 dado)	4º lançamento (3 dados)	Cartão a ser Jogado Tabela [2]
1.						
2.						
3.						
4.						
5.						
6.						
7.						
8.						
9.						
10.						
11.						
12.						
13.						
14.						
15.						
16.						
17.						
18.						
19.						
20.						
21.						
22.						
23.						
24.						
25.						
26.						
27.						
28.						
29.						
30.						
31.						
32.						
33.						
34.						
35.						

**ATENÇÃO:** Imprimir esta página numa folha de papel sulfite modelo A4, numa quantidade que permitir distribuir uma folha para cada jogador.

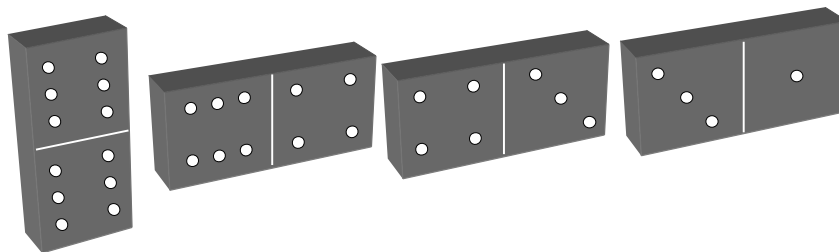
## JLOGC#02 – JOGOS PARA O PENSAMENTO LÓGICO Nº 02

### DOMINÓS QUADRADOS 4-CORES E 5-CORES

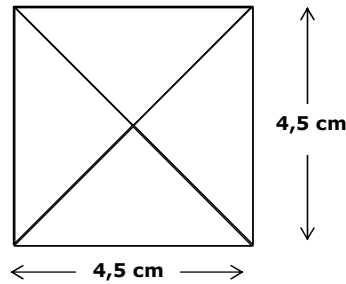
*Jogar o dominó tradicional utilizando-se das seis peças do Dominó Quadrado com Quatro Cores, que será a seguir apresentado, é algo trivial, pois cada uma das peças contém todas as quatro cores, o que torna sempre possível uma conexão, não sendo impedida qualquer jogada. É preciso que criemos mais algumas peças neste dominó para que, ao jogarmos com elas, os desafios se tornem mais interessantes. Assim é que, vamos propor uma ampliação neste conjunto de seis peças do dominó quadrado com quatro cores, acrescentando mais uma cor, e passando-o para 30 dominós, como se verá aqui.*

#### 2.1.- Dominós Retangulares e Dominós Quadrados

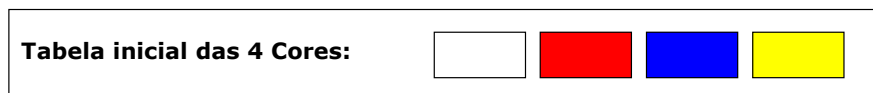
O dominó comum é constituído por peças retangulares e é dividido em duas regiões quadradas geralmente denominadas ‘pontas’. Sabemos que, jogar com os dominós comuns, consiste em buscar o *casamento de padrões quantitativos* idênticos, ou seja, colocar em correspondência direta, uma a uma, a mesma ‘quantidades’ de ‘pontos’ existentes numa das ‘pontas’ (ou nas duas pontas) dos dominós, como mostrado a sequência na figura a seguir.



Já no caso dos dominós quadrados a serem apresentados a seguir, haverá quatro possibilidades de casamento de padrões, mas o casamento ainda se dará um a um, ou seja, das quatro possibilidades existentes, deve-se escolher apenas uma, para se realizar esta correspondência, como se verá a seguir.

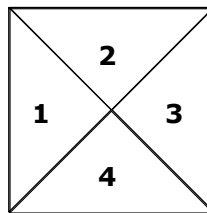


Estes dominós poderiam ser numéricos (apresentando quantidades em cada uma das quatro regiões em que esteja dividido), no entanto, por uma questão de simplificação, optamos pelo seguinte: cada uma das quatro regiões triangulares deve apresentar-se com cores distintas entre si, escolhidas inicialmente, entre as quatro cores, a saber: branco, vermelho, azul e amarelo.



### 2.1.1.- Criando os Dominós Quadrados

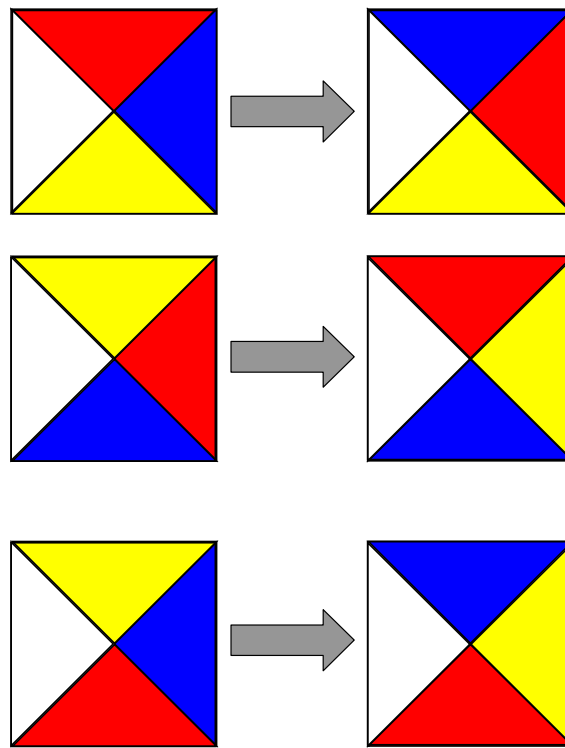
Para que não haja possibilidade de erro na criação de nossos 6 dominós, que deverão ser distintos entre si, vamos numerar as nossas 4 regiões triangulares da seguinte forma:



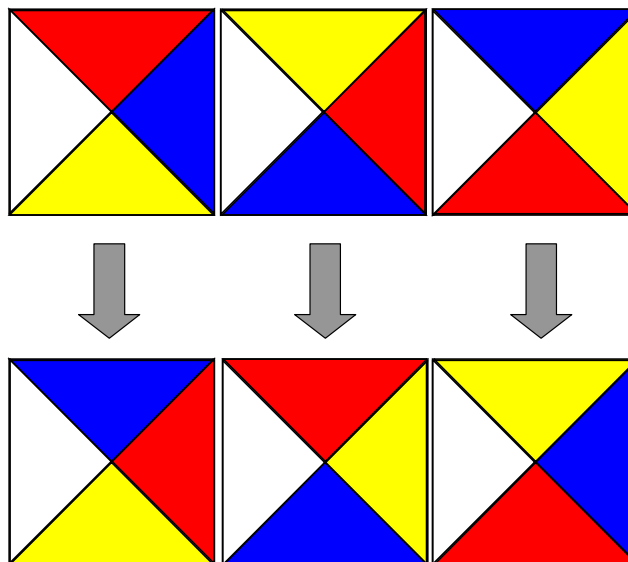
Feito isto, escolhamos uma cor – para sempre figurar na posição ‘1’ –, no nosso caso, o branco, e distribuamos as demais cores da seguinte forma: ‘vermelho ↔ 2’, ‘azul ↔ 3’ e ‘amarelo ↔ 4’. Está criado o nosso primeiro dominó quadrado com quatro cores. Feito isto, mantemos as cores das regiões ‘1’ e ‘4’, e permutamos entre si as cores das regiões ‘2’ e ‘3’. Veja na figura a seguir os dois dominós criados através deste critério.



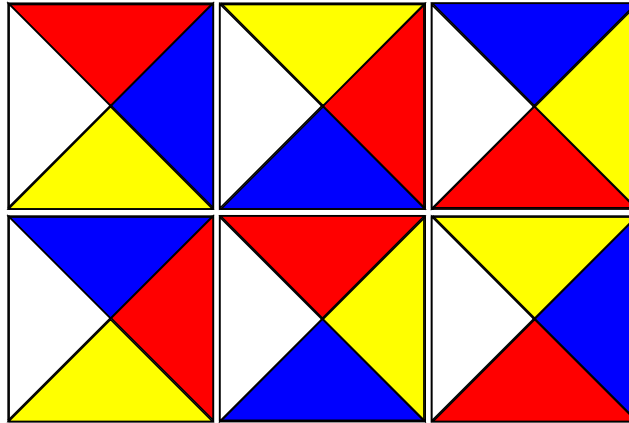
Veja nas figuras a seguir todas as seis peças do nosso dominó, distintas entre si, criadas de acordo com o critério adotado acima:



A figura a seguir apresenta o conjunto dos 6 dominós Quadrados Com Quatro Cores, de acordo com a forma de geração (acima, a geração dos dominós é apresentada na horizontal, abaixo é apresentada na vertical – confira!).



Finalmente, adotaremos a disposição dos dominós apresentada a seguir como aquela que de base para a elaboração dos Dominós Quadrados com Cinco Cores (vide JLOGC#02).



### **2.1.2.- Cálculo da Quantidade de Dominós Quadrados Distintos entre si**

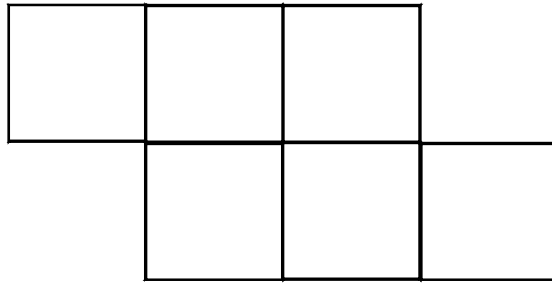
Aqueles que conhecem a Análise Combinatória concordarão conosco que a quantidade de dominós correspondentes a todas as possibilidades de se distribuir  $n$  elementos em um círculo (as permutações circulares) é calculado pela fórmula:  $PC_n = (n - 1)!$ . Assim sendo, se temos 4 cores para serem distribuídas de forma circular no nosso dominó quadrado, iremos obter:  $PC_4 = (4 - 1)! = 3! = 3 \times 2 \times 1 = 6$  possibilidades. Cálculo este que confirma a nossa estratégia de construção dos dominós, acima adotada.

## **2.2.- Jogos de Paciência com os seis Dominós Quadrados**

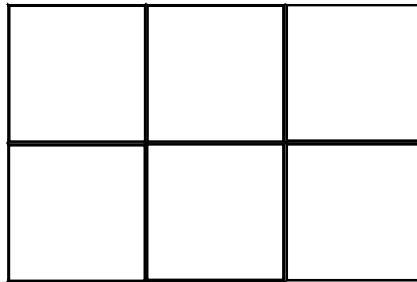
Há basicamente dois possíveis jogos de paciência utilizando os seis dominós quadrados com quatro cores. Estes dois jogos consistem em se tentar preencher um tabuleiro com os seis dominós, tomando-se o cuidado de casar exatamente, cada uma das peças, de acordo com as cores.

O preenchimento do primeiro tabuleiro é o mais fácil, que é formado por um quadrado no centro – que deve ser preenchido com quatro dominós e duas abas que devem ser preenchidas com os outros dois dominós restantes.



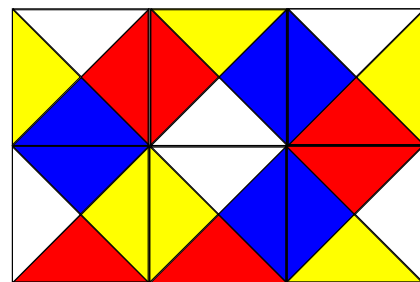
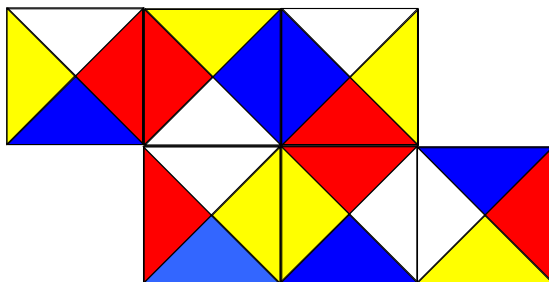


O segundo tabuleiro, que é retangular, exige um pouco mais de paciência. .



### 2.2.1.- As Soluções dos Jogos de Paciência

O leitor há de concordar que existem muitas soluções possíveis para estes dois jogos de paciência. A seguir apresentamos uma das possíveis soluções para cada um dos dois tipos de tabuleiro. Cabe ao leitor estudar as outras possíveis soluções.



### 2.3.- Criando um Dominó Quadrado com Cinco Cores

A nossa proposta é a seguinte: vamos ampliar o conjunto de dominós quadrados apresentados no JLOGC#01, adotando mais uma cor, além daquelas quatro cores inicialmente escolhidas. Isto nos permitirá a criação de um novo dominó quadrado, agora utilizando 5 cores tomadas de 4 em 4.

Às cores já escolhidas para a criação do conjunto de cartões que denominamos *Dominó Quadrado com Quatro Cores*, vai-se acrescentar o *verde*. Assim, iremos trabalhar com as cores: branco, vermelho, azul, amarelo e *verde*. Os dominós, que iremos elaborar com o acréscimo desta nova cor, formando conjuntos de quatro cores a cada vez, (5 cores tomadas 4 a 4) serão denominados *Dominós Quadrados com Cinco Cores*.

### **2.3.1.- Buscando uma Heurística Para criar mais Dominós Quadrados**

A palavra *heurística* provém do grego *heuristiké [téchne]*, que corresponde em português a ‘arte de encontrar’, ‘descobrir’. A interjeição ‘*Heureka!*’ tem como equivalentes na língua portuguesa as expressões ‘*Descobri!*’, ‘*Achei!*’.

A *heurística*, é vista como uma ciência que tem por objeto a descoberta de fatos, propriedades ou características de um fenômeno, a invenção ou ainda a resolução de problemas práticos, através de métodos de investigação em que se utilizam aproximações sucessivas e/ou progressivas .

Colocado em outras palavras, esta ‘ciência’ pode ser vista, como depositária de conjuntos de regras e/ou métodos que, embora não rigorosos, geralmente refletem raciocínios suficientemente lógicos, que permitem a obtenção de soluções bastante satisfatórias para certos tipos de problema ou para conjunto de problemas, bem como podem possibilitar a descoberta ou a invenção.

A língua inglesa possui uma expressão bastante interessante que faz referência ao que seja uma heurística: ‘*a rule of thumb*’, cuja tradução seria ‘*uma regra do polegar*’ . Esta expressão se originou da idéia de se poder obter uma medida aproximada em polegadas (‘uma polegada ‘ = ‘one inch’ = 2,54 cm) de algum objeto, utilizando-se o polegar. Hoje em dia, esta expressão é utilizada nos países de língua inglesa para se referir a todo princípio prático normalmente aplicado quando não se pretende (descobrir, avaliar ou criar) algo estritamente acurado ou exato.

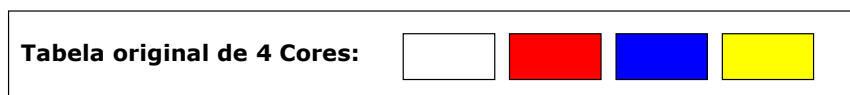
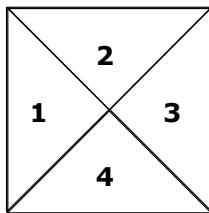
#### **2.3.1.1.- Solucionando o nosso problema**

Vamos apresentar a nossa heurística que visa solucionar o problema da criação de mais 24 dominós, inteirando com os dominós até aqui criados, um conjunto de 30 dominós completamente distintos entre si.

O seguinte raciocínio, a ser apresentado a seguir, nos pareceu bastante lógico e cremos que o leitor poderá verificar, que ele possibilitará uma solução totalmente confiável para o nosso problema.

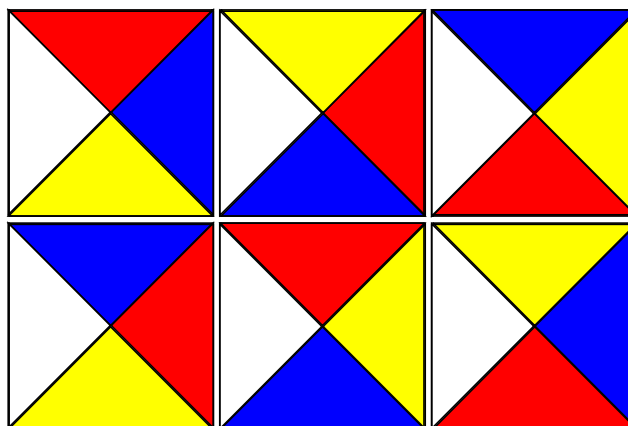
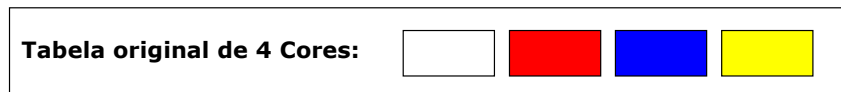
### 2.3.1.2.- Criando os Dominós Quadrados com Cinco Cores

Seja considerar os dominós quadrados cujo modelo original e as cores originais estão representadas a seguir:

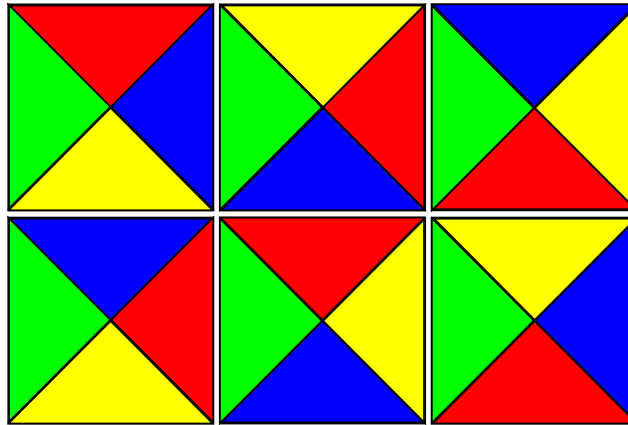
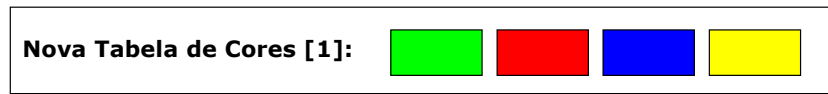


A nossa heurística consiste em tomar a nossa tabela de cores originalmente utilizada para a criação dos *Dominós Quadrados com Quatro Cores*, bem como o conjunto daqueles seis dominós distintos entre si, e irmos trocando, sucessivamente, a cada passo, cada uma das cores da tabela de cores originais, pela cor verde. Procedimento este que deve ser repetido em cada uma das peças do dominó original.

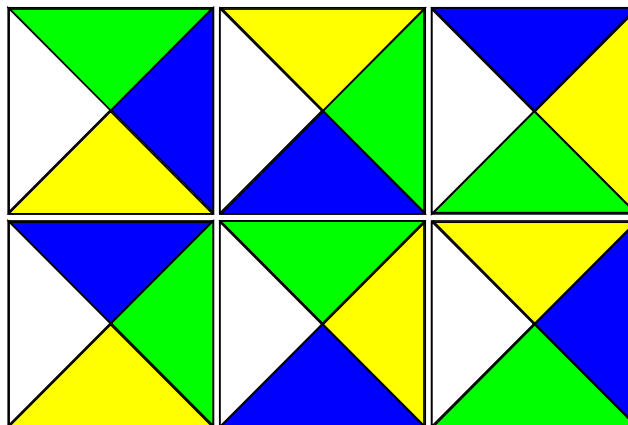
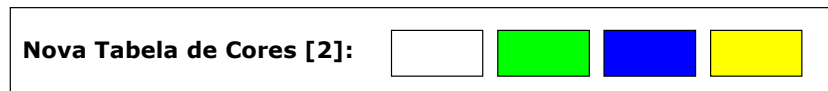
- **1º Passo:** Tomar a tabela das quatro cores originais e o conjunto de dominós distintos entre si, que ostentam aquelas quatro cores.



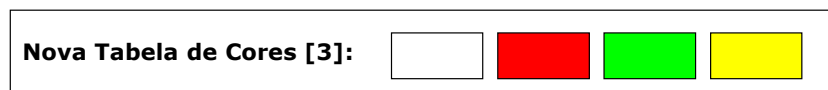
- **2º Passo:** Trocar a cor branca onde ela ocorrer – tanto na tabela de cores, como no conjunto de dominós, pela cor verde:

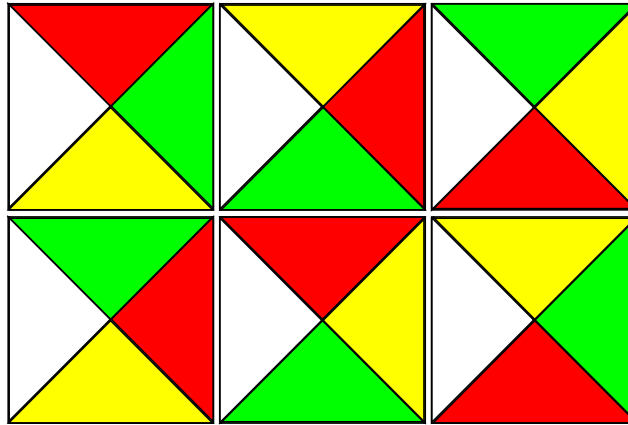


- **3º Passo:** Trocar a cor vermelha onde ela ocorrer – tanto na tabela de cores, como no conjunto de dominós, pela cor verde:

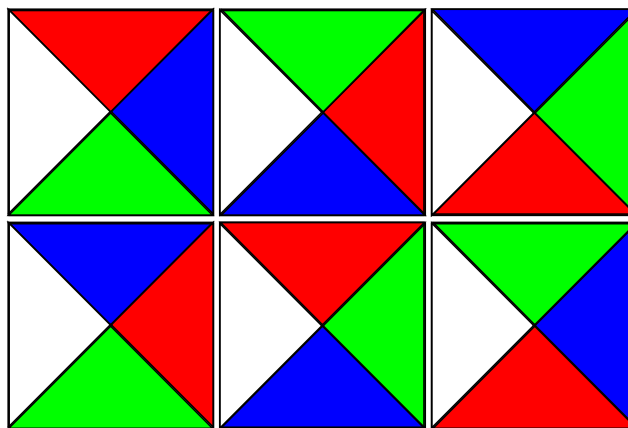
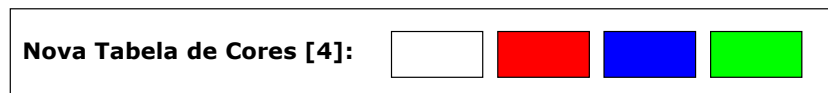


- **4º Passo:** Trocar a cor azul onde ela ocorrer – tanto na tabela de cores, como no conjunto de dominós, pela cor verde:

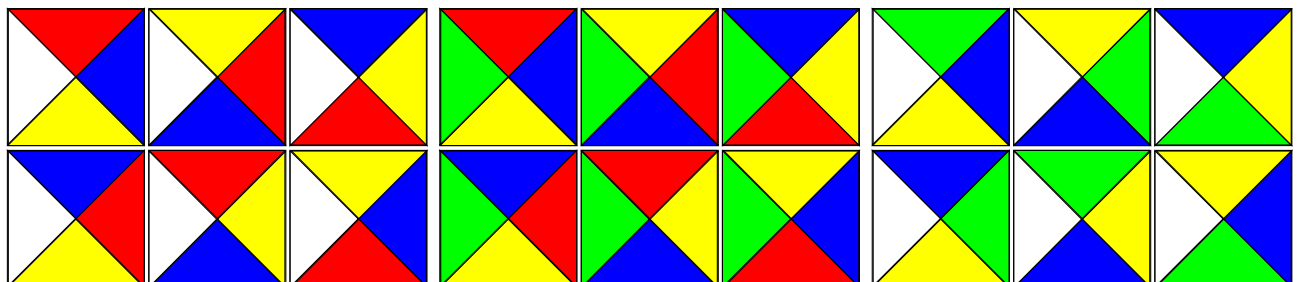


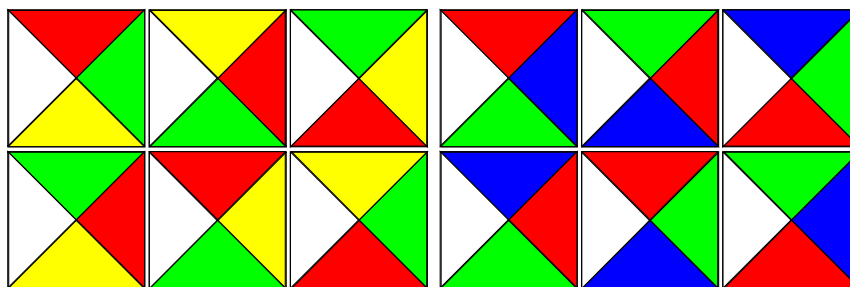


- **5º Passo:** Trocar a cor amarela onde ela ocorrer – tanto na tabela de cores, como no conjunto de dominós, pela cor verde:



- **Conclusão:** Temos agora um conjunto de 30 dominós completamente distintos entre si – confira nas figuras a seguir. Feito isto, podemos agora jogar com eles, o jogo de dominó tradicional, que consiste na busca do casamento de padrões idênticos um a um.





## 2.4.- Jogo da Discriminação

Um primeiro jogo a ser feito com este 30 dominós distintos entre si é o da discriminação, ou seja, o jogador, depois de embaralhá-los bem, deve separá-los de acordo com o conjunto de cores que cada um dos grupos possui.

Deve-se proceder da seguinte forma,: embaralhar todos os dominós e grupá-los, em seguida de acordo com os conjuntos de cores apresentados na tabela apresentada a seguir.

<b>Tabela de Cores dos Dominós de 5 Cores tomadas 4 a 4</b>	1				
	2				
	3				
	4				
	5				

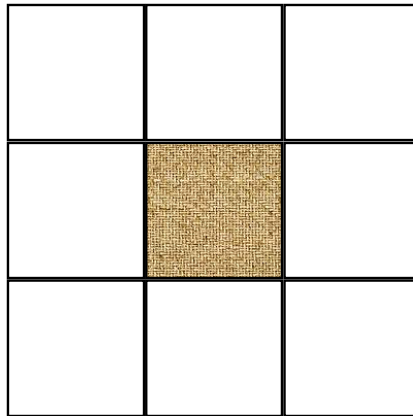
Um outro jogo de discriminação que poderia vir a ser praticado, é aquele em que não se faz o uso da tabela de cores, o que no entanto, parece ser bastante difícil. Neste caso, o leitor deve estar atento ao seguinte: estes 5 conjuntos de 6 dominós deverão ser sempre grupados segundo suas cores básicas.

## 2.5.- Jogos de Paciência utilizando os 30 Dominós Quadrados

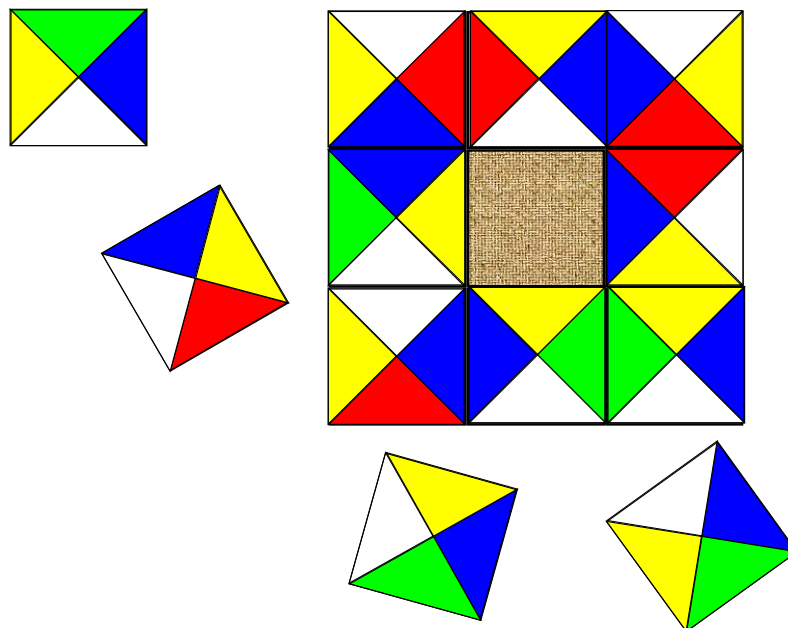
Podemos utilizar os 30 dominós quadrados para jogar novos jogos de paciência. Quando então iremos adotar tabuleiros, com medidas das mais diversas, para tentar encaixar estes dominós, de acordo com os dois casos a seguir expostos..

### 2.5.1.- Primeiro caso: Preencher tabuleiros do Tipo Moldura

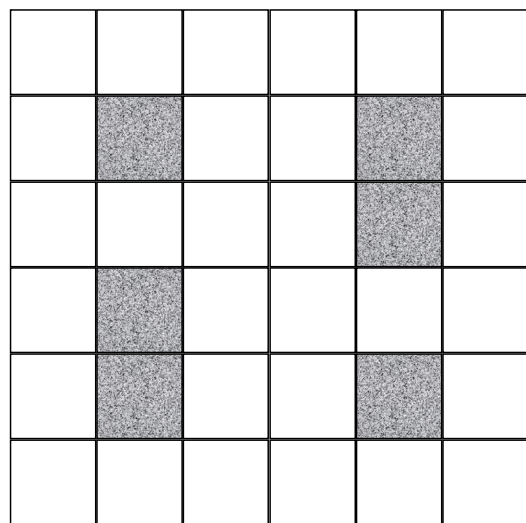
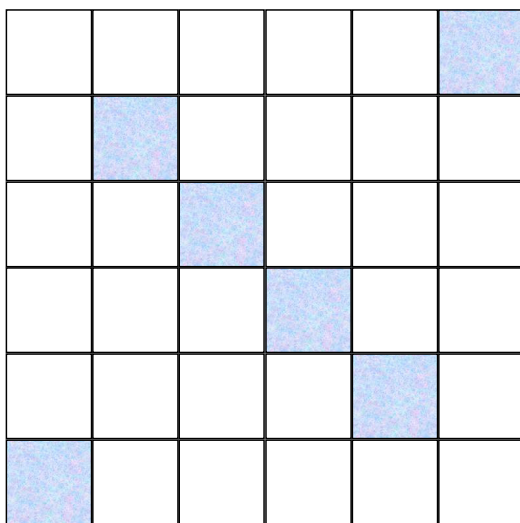
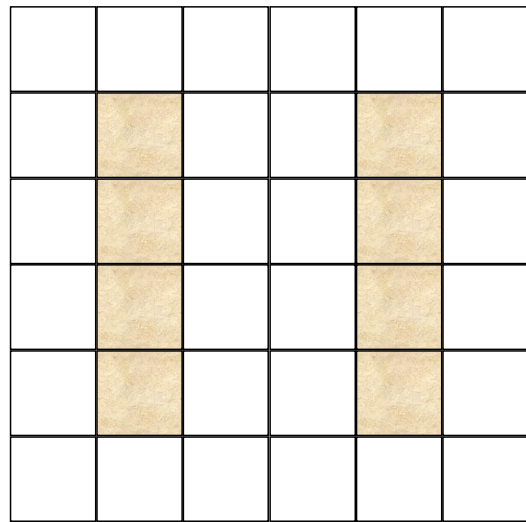
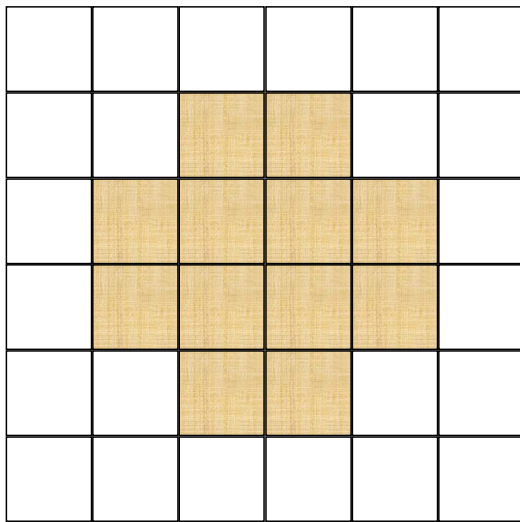
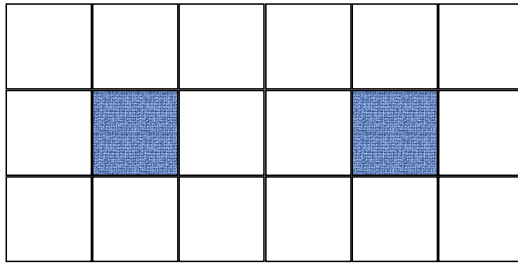
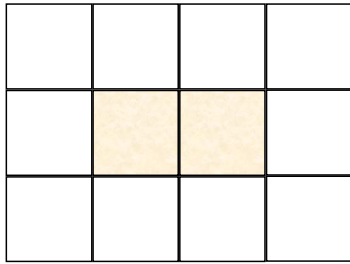
Podemos adotar tabuleiros do tipo ‘moldura’, como os expostos nas figuras a seguir, em que o mais básico deles, mede 3 por 3 quadrículas, sendo que o centro, do mesmo não deverá ser preenchido:



O exemplo a seguir mostra o tabuleiro básico preenchido utilizando-se dois dos conjuntos de 6 dominós. No entanto, podemos tornar o jogo mais difícil, onde o jogador sorteia 10 peças entre as 30 do total de peças e tenta preencher o tabuleiro com elas, e somente elas. Está claro que alguns conjuntos destas 10 peças sorteadas podem tornar o preenchimento impossível. Será verdade? Tente encontrar algum exemplo deste fenômeno, se é que ele pode ocorrer.



O leitor poderá escolher outros tabuleiros do tipo moldura entre alguns daqueles mostrados a seguir, ou criar os seus próprios tabuleiros do tipo moldura. Note que os dois últimos exemplos exigirão as trinta peças para o seu preenchimento, sendo que os demais exigirão bem menos peças, o que facilitará o jogo de paciência.





### **2.5.2.- Segundo caso: Preencher tabuleiros Quadrados e Retangulares**

Será possível adotar tabuleiros quadrados com as seguintes medidas:  $2 \times 2$ ,  $3 \times 3$ ,  $4 \times 4$  até  $5 \times 5$ , com quadrículas medindo 4,5 cm por 4,5 cm.

No caso de tabuleiros retangulares, a coisa se complica, devido à possibilidade de termos medidas das mais variadas, ou seja, podemos ter tabuleiros cujo número de quadrículas poderão ser:

- $2 \times 3$ ,  $2 \times 4$ ,  $2 \times 5$ ,  $2 \times 6$ , 2 ..., até  $2 \times 15$ ;
- $3 \times 4$ ,  $3 \times 5$ ,  $3 \times 6$ ,  $3 \times 7$ ,  $3 \times 8$ ,  $3 \times 9$ ,  $3 \times 10$ ;
- $4 \times 5$ ,  $4 \times 6$ ,  $4 \times 7$ ;
- $5 \times 5$ ,  $5 \times 6$ .

O leitor mais prático, não irá precisar de um tabuleiro para dispor as suas peças, mas tão somente medir as peças ( $4,5 \text{ cm} \times 4,5 \text{ cm}$ ) e traçar um quadrado com as medidas necessárias para encaixar todas as peças, como por exemplo:

- Para dispor 3 por 4 dominós, basta calcular:  $3 \times 4,5 \text{ cm} = 13,5 \text{ cm}$  e  $4 \times 4,5 \text{ cm} = 18 \text{ cm}$ , e desenhar um retângulo de 13cm por 18cm.
- Para dispor 5 por 5 dominós: basta calcular  $5 \times 4,5 \text{ cm} = 22,5 \text{ cm}$  e desenhar um quadrado de 22,5cm de lado.

### **2.5.3.- Sugestões Interessantes**

A idéia deste livro é permitir ao leitor criar novas regras para os aqui mostrados jogos, ou mesmo, criar os seus próprios jogos. Sendo assim, sugerimos ao leitor mais curioso algumas idéias que poderão ser utilizadas neste JLOGC#01:

1. Estudar quais dos tabuleiros oferece uma maior dificuldade de preenchimento,;
2. Criar tabuleiros mais complexos que os anteriormente apresentados – vide no arquivo JLOGC#02 do CD-R o material para imprimir e construir novos tabuleiros;
3. Limitar o número de peças que serão sorteadas previamente para o preenchimento dos tabuleiros que utilizem menos do que 30 peças para o seu preenchimento.

4. Verificar quais os preenchimentos de tabuleiros – sob quais condições pré-estabelecidas – são impossíveis;
5. Uma proposta, bastante interessante de jogo, que além de ser difícil, poderá se mostrar em alguns casos praticamente impossível, é a seguinte:
  - Este é um jogo para dois jogadores, o primeiro propõe o problema que o segundo deve resolver;
  - Deve-se contar a quantidade de casas do tabuleiro escolhido para o jogo e combinar quantas e quais casas do tabuleiro podem ser preenchidas pelo desafiante a cada partida – este valor não deve nunca ultrapassar  $2/3$  da quantidade de casas do tabuleiro, ou seja, a quantidade de casas não permitidas deverá ser menor do que  $1/3$  do total das mesmas;
  - O primeiro jogador, o desafiante, deve dispor os dominós, naquela quantidade que foi antecipadamente combinada, de forma totalmente esparsa sobre o tabuleiro – sem que haja conexão entre eles, isto é, os dominós estarão separados uns dos outros por pelo menos uma das casas do tabuleiro;
  - O segundo jogador, deverá agora, utilizando-se de todos os dominós remanescentes, tentar preenche o tabuleiro casando as peças, de forma conveniente, com aquelas que foram dispostas pelo desafiante.

## 2.6.- Jogos de Tabuleiro

Deve-se tomar um dos tabuleiros apresentados anteriormente ou construir o seu próprio tabuleiro utilizando o material a ser impresso (vide pasra JLOGC#02 no CD-R). O jogo fica ótimo em tabuleiros cujas dimensões sejam pelo menos  $4 \times 4$  casas. Mas outras dimensões podem e devem ser testadas na medida em que os jogadores forem aprimorando suas estratégias. Pode-se ainda, nos tabuleiro de dimensões mais avantajadas, dispor-se casas neutras (aquelas em que não podem ser colocadas nenhuma peça do dominó).

O jogo é para dois jogadores.

- Embaralhar e distribuir 15 dominós para cada jogador;

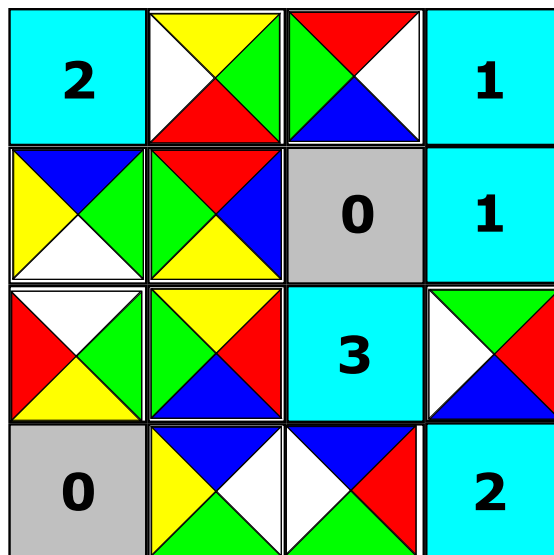
- Cada jogador dispõe uma de suas peças sobre o tabuleiro, no caso de peças contíguas elas devem ter os padrões casados (um, dois, ou até mesmo casamentos);
- Perde o jogo o jogador que não conseguir colocar nenhuma de suas peças no tabuleiro.

### 2.6.1.- Exemplos

A seguir vamos apresentar dois exemplos de jogos com os Dominós Quadrados Cinco Cores em um tabuleiro  $4 \times 4$ . Os exemplos apresentam partidas em andamento, fato este, que nos permitirá uma análise sobre as possibilidades das demais jogadas em cada um dos casos.

#### 2.6.1.1.- O Primeiro Exemplo

O tabuleiro mostra uma partida ainda não terminada. Os números que aparecem nas casas ainda vazias do tabuleiro correspondem à quantidade de casamentos necessários para o encaixe do dominó.



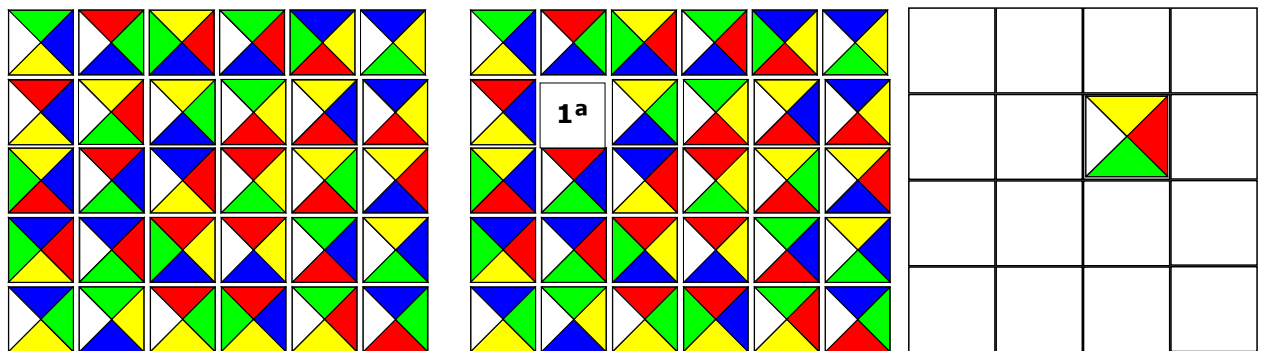
As casas do tabuleiro pintadas de cinza correspondem ao ‘zero’ o que indica a impossibilidade total de casamentos – não há nenhuma peça que possa ser ‘encaixada’ naquela casa.

As casas do tabuleiro pintadas de azul-claro correspondem às possibilidades de jogada e os número que nelas figuram correspondem à quantidade necessária de casamentos de padrões necessárias para o encaixe naquela casa de uma peça do dominó.

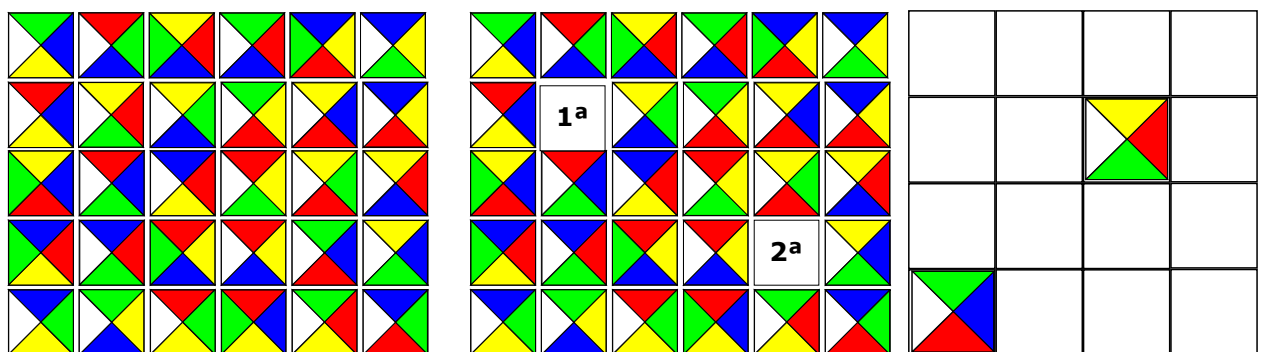
### 2.6.1.2.- O Segundo Exemplo – Jogadas Passo a Passo

O jogo a seguir será mostrado passo a passo, isto é, serão exibidas uma a uma as ações de cada jogador. Para facilitar a nossa visão do jogo nós apresentamos dois conjuntos dos 30 elementos que compõem o Dominó. O primeiro dos conjuntos será mantido estável, enquanto no segundo nós iremos subtraindo os dominós utilizados nas jogadas, bem como iremos numerando-as ordenadamente. Note que os 30 dominós, nas duas figuras que apresentam aquele conjunto, foram propositalmente dispostos fora de ordem.

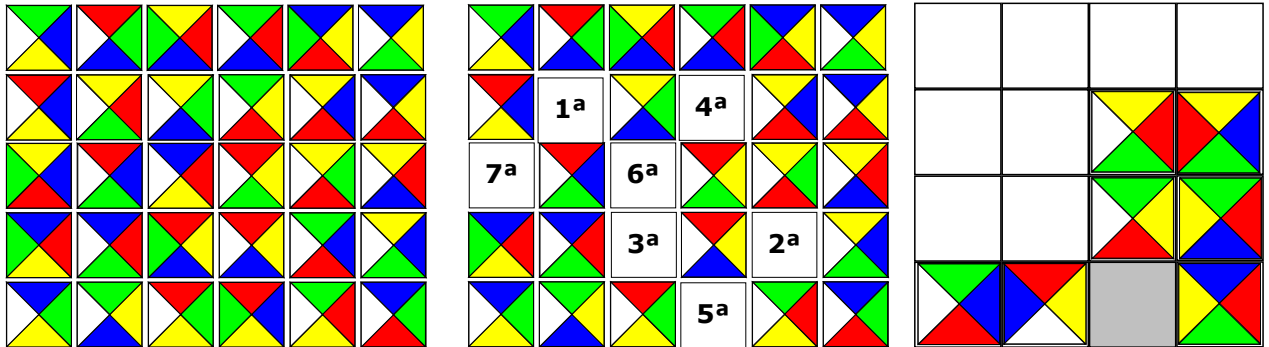
- O primeiro jogador pode alocar o seu dominó em qualquer posição no tabuleiro. Veja que nós retiramos uma peça do conjunto de dominós e marcamos a ordem da jogada: '1ª' .



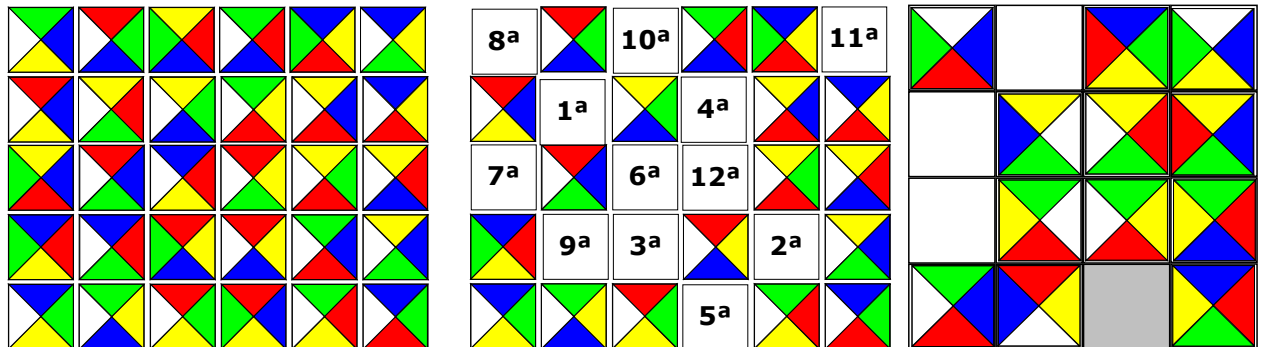
- O segundo jogador também pode alocar o seu dominó em qualquer posição no tabuleiro, mas isto só poderá ser feito, se não se combinou antecipadamente, que as peças sempre devam ser casadas com uma que já esteja no tabuleiro (observe bem que esta possibilidade é limitadora das jogadas e veja se há conveniência em adotá-la definitivamente como regra, ou não). Temos aqui a nossa 2ª jogada, também marcada no conjunto de dominós.



- As seguintes jogadas, a 3ª, 4ª, 5ª, 6ª e 7ª, serão apresentadas de uma única vez na figura a seguir. Veja que a 7ª jogada cria um problema para o próximo jogador: uma das casas do tabuleiro foi ‘perdida’ (na cor cinza na figura do tabuleiro) pois não há nenhum dominó que se encaixe ali. Este tipo de jogada pode ser acidental, ou pode ser um tipo de estratégia adotada para evitar que o oponente vença a partida.



- Continuando veremos mais alguns exemplos de jogadas, e isto até a 12ª, na qual tem que haver o casamento de três dos padrões, as demais jogadas são deixadas para o leitor.



### 2.4.1.2.- Sugestões

Aqui vão algumas sugestões para a criação de mais Jogos Para o Pensamento utilizando os Dominós Quadrados com Cinco Cores.

- O leitor poderá construir os seus próprios tabuleiros e neles eliminar casas pintando-as de uma cor escura.

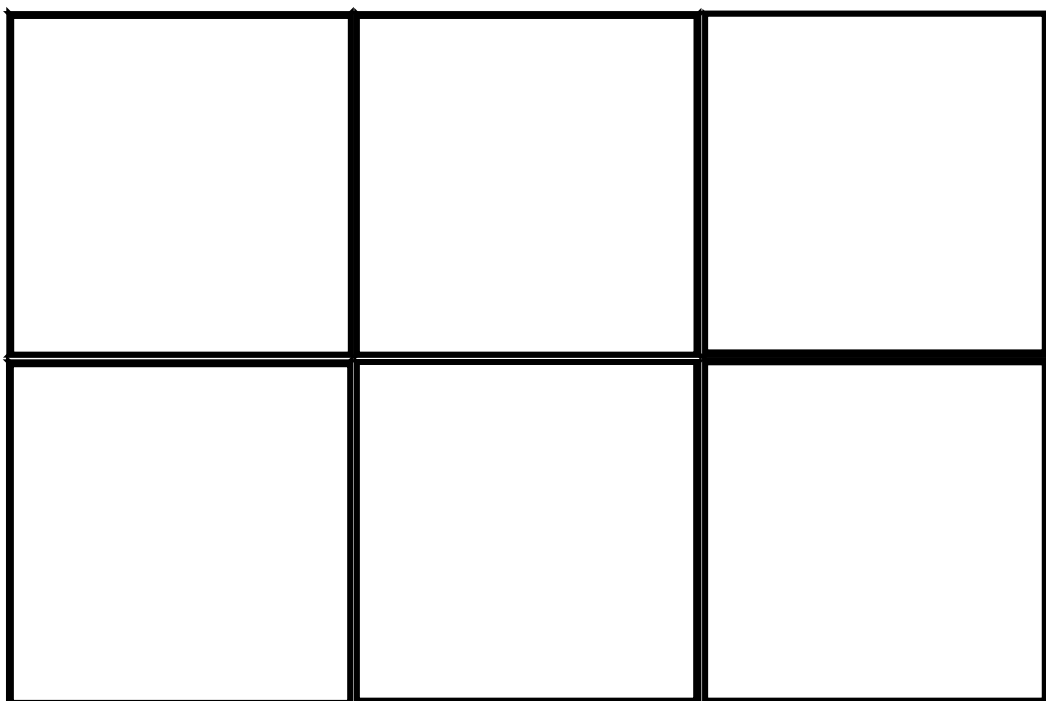
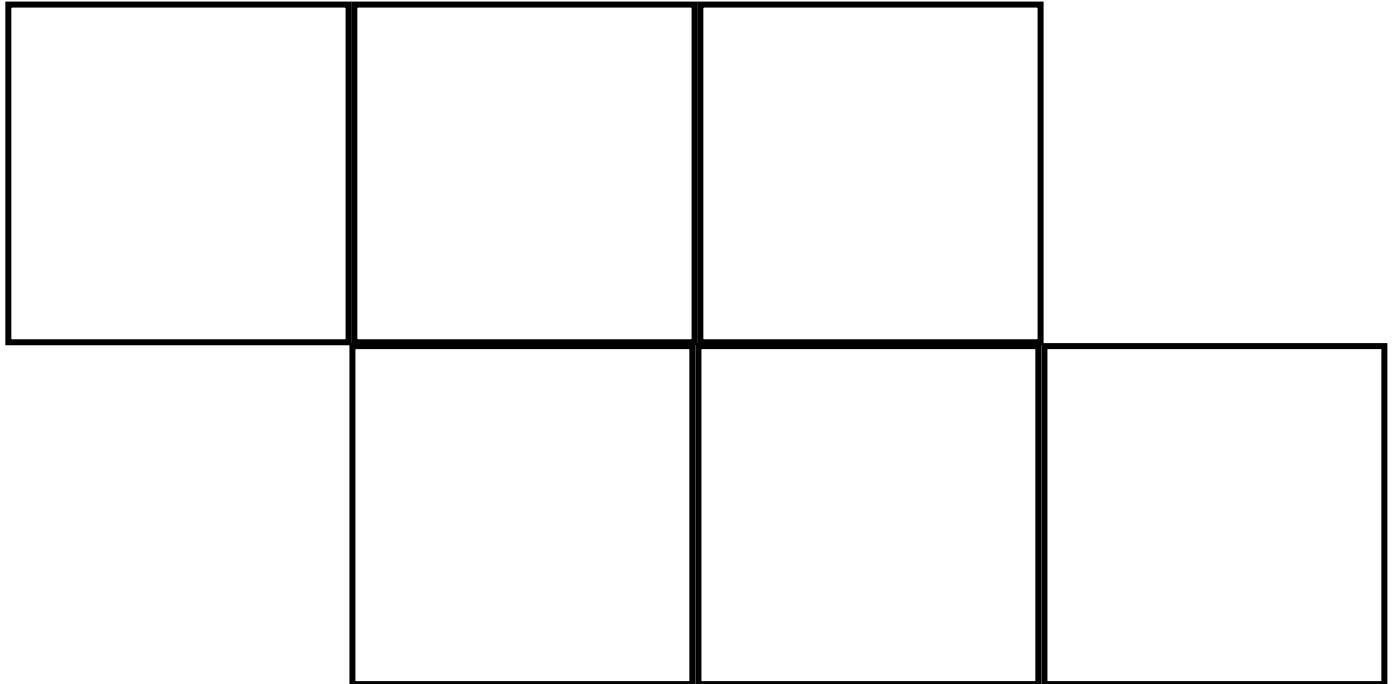
- Pode-se tentar um jogo de paciência no tabuleiro  $4 \times 4$  em que o jogador tente deixar o máximo de casas com possibilidade de jogada '0', isto é, casas no tabuleiro onde não seja possível encaixar nenhum dos dominós.
- Deve-se ir diminuindo as dimensões dos tabuleiros para:  $3 \times 4$ ;  $3 \times 3$ ;  $2 \times 3$  até  $2 \times 2$ , verificando-se a dificuldade existente de dois parceiros disputarem uma partida com as regras colocadas anteriormente.
- Deve-se ir aumentando as dimensões dos tabuleiros para:  $4 \times 5$ ;  $5 \times 5$  até o tabuleiro que poderia comportar todos os 30 dominós:  $5 \times 6$ .
- Como sempre poderão existir casas onde será impossível alocar um dominó, tente jogar com o tabuleiro de dimensões:  $6 \times 6$ ;  $6 \times 7$ ;  $7 \times 7$ , verificando a partir de qual deles o jogo se torna trivial.

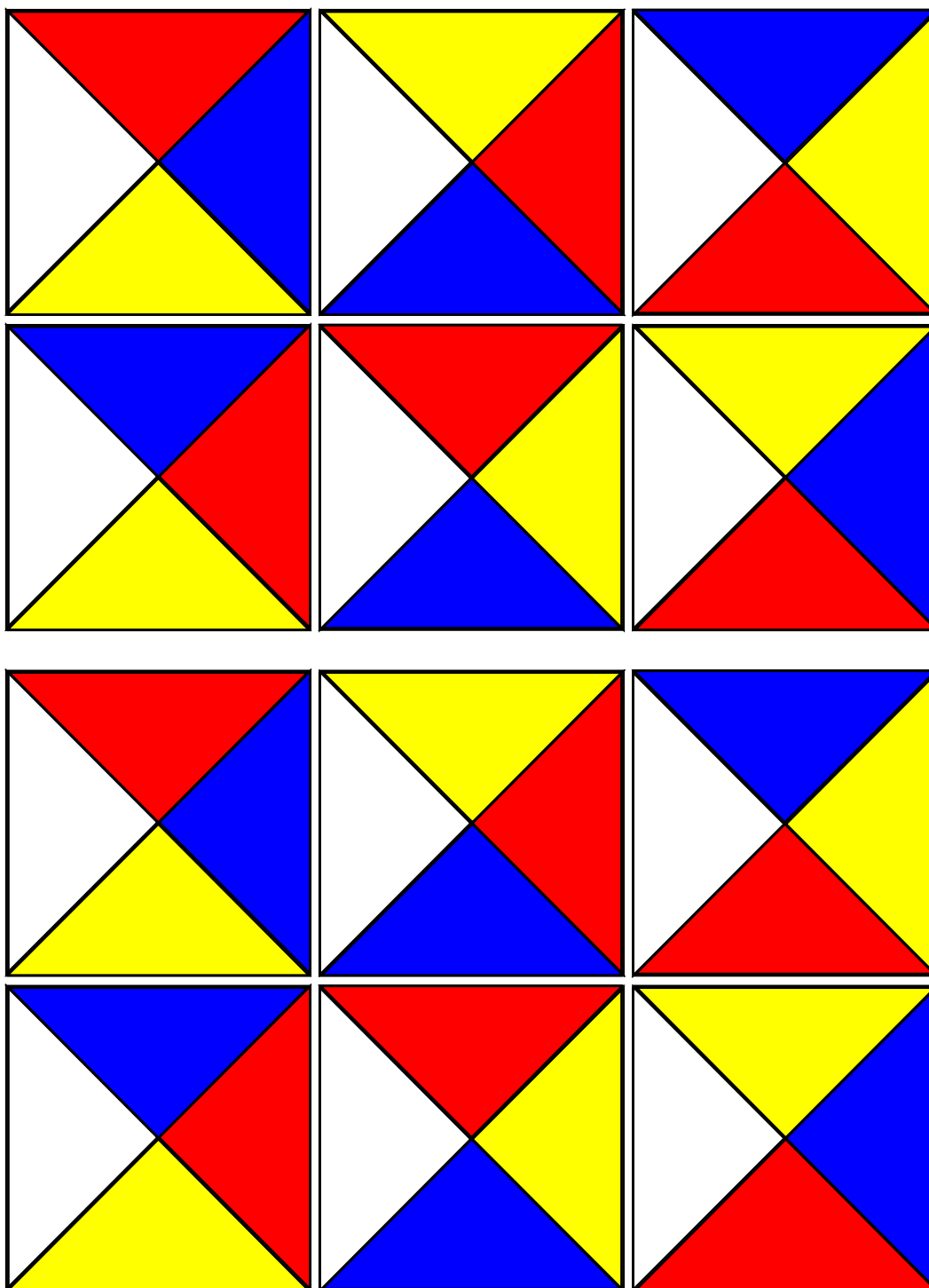
**JLOGC#02 - JOGOS PARA O PENSAMENTO LÓGICO Nº 02**  
**MATERIAL PARA REPRODUÇÃO via IMPRESSORA**  

---

**DOMINÓS QUADRADOS 4-CORES E 5-CORES**

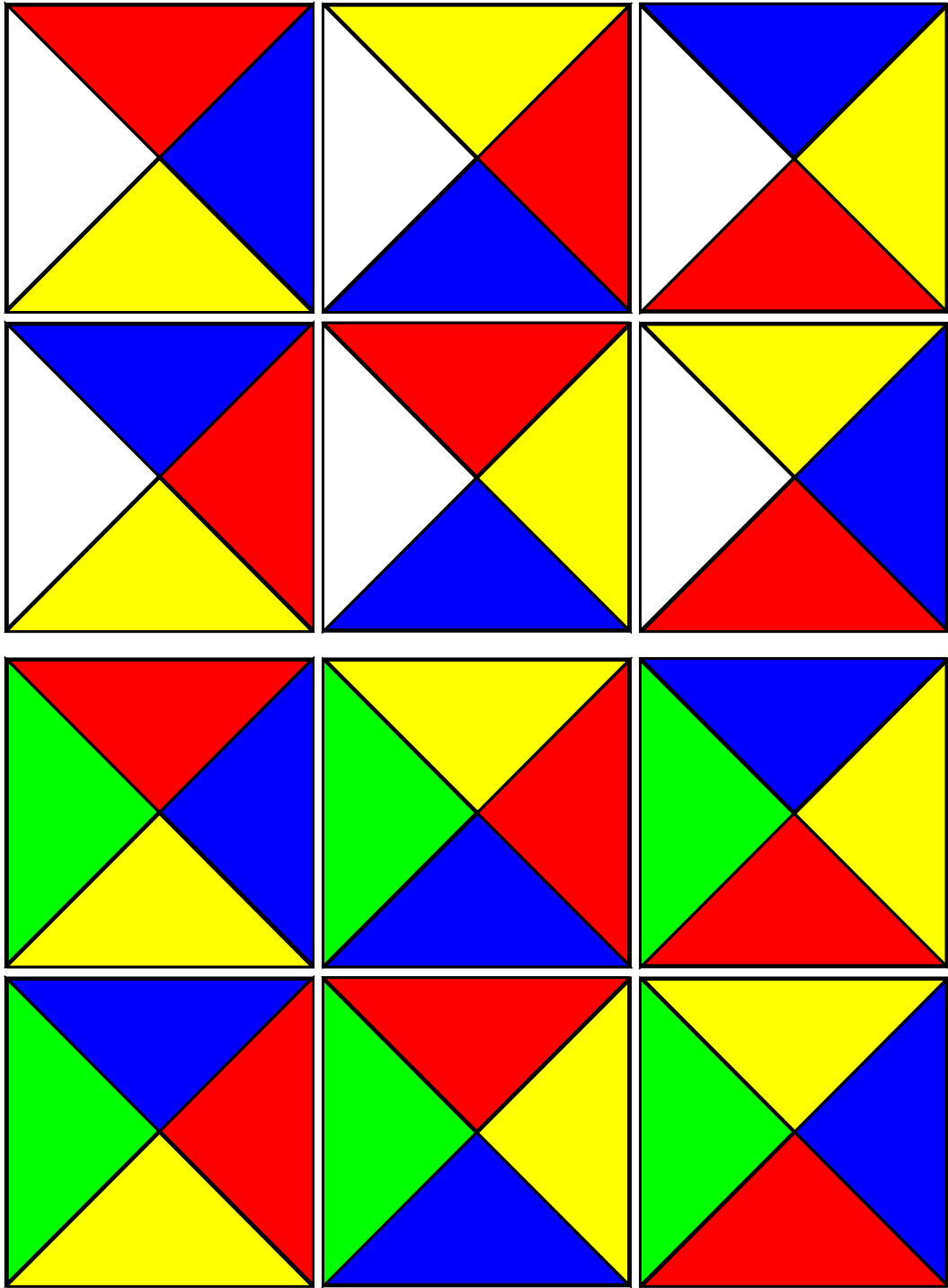
---

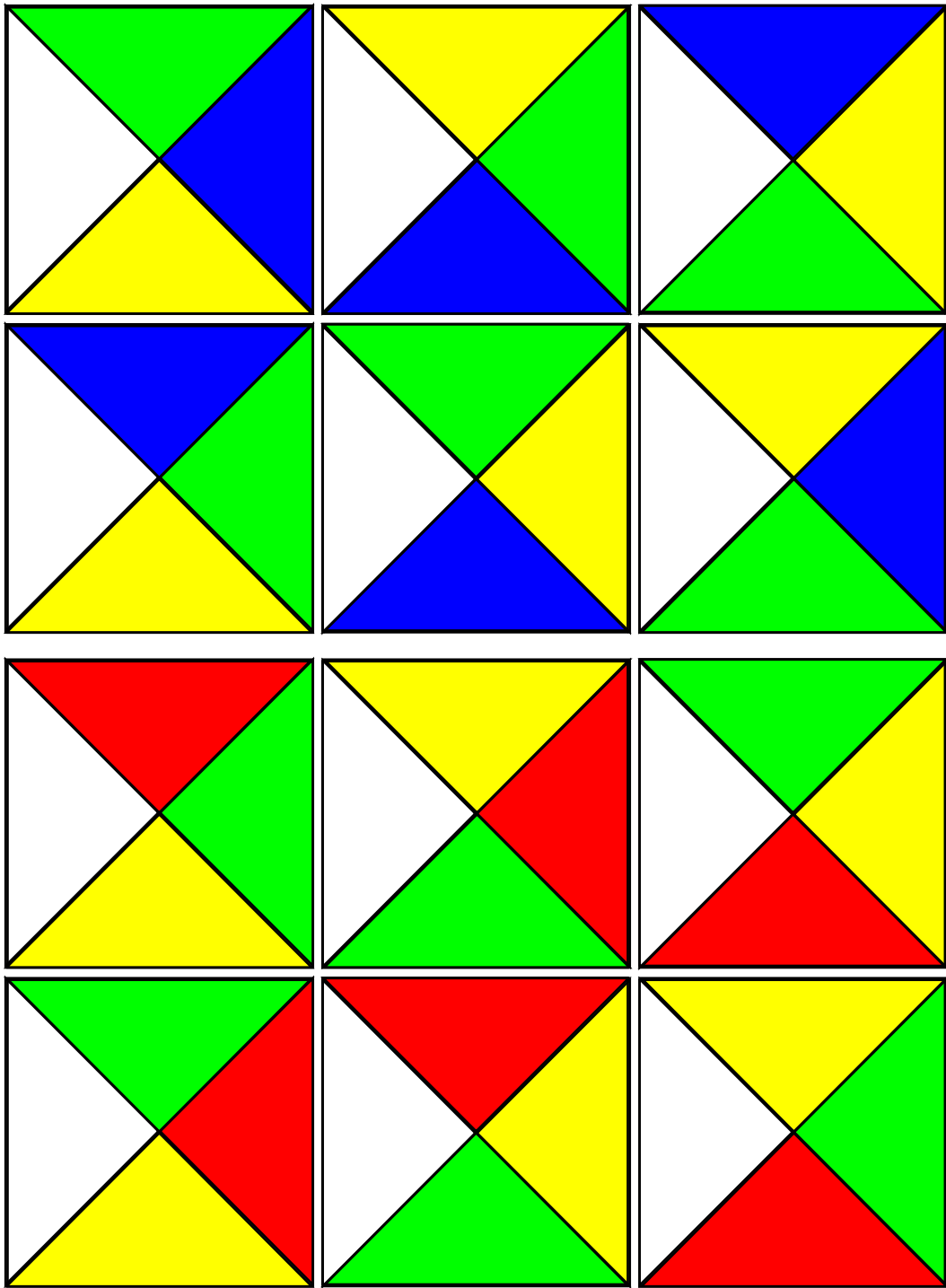


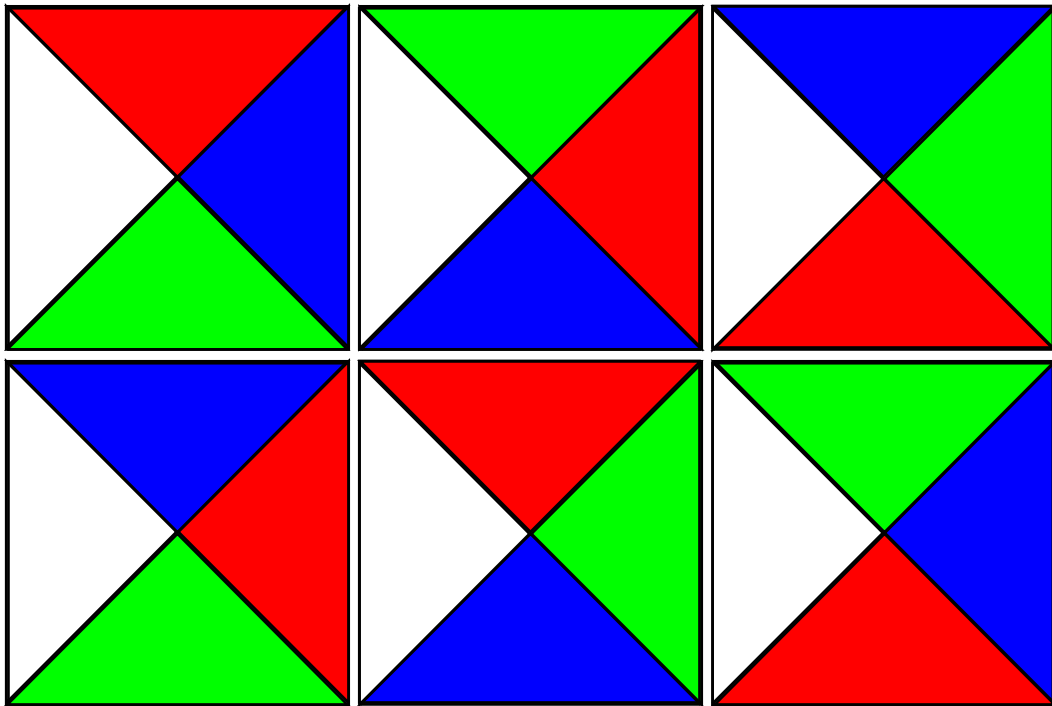


**Dois conjuntos de Dominós Quadrados com Quatro Cores**

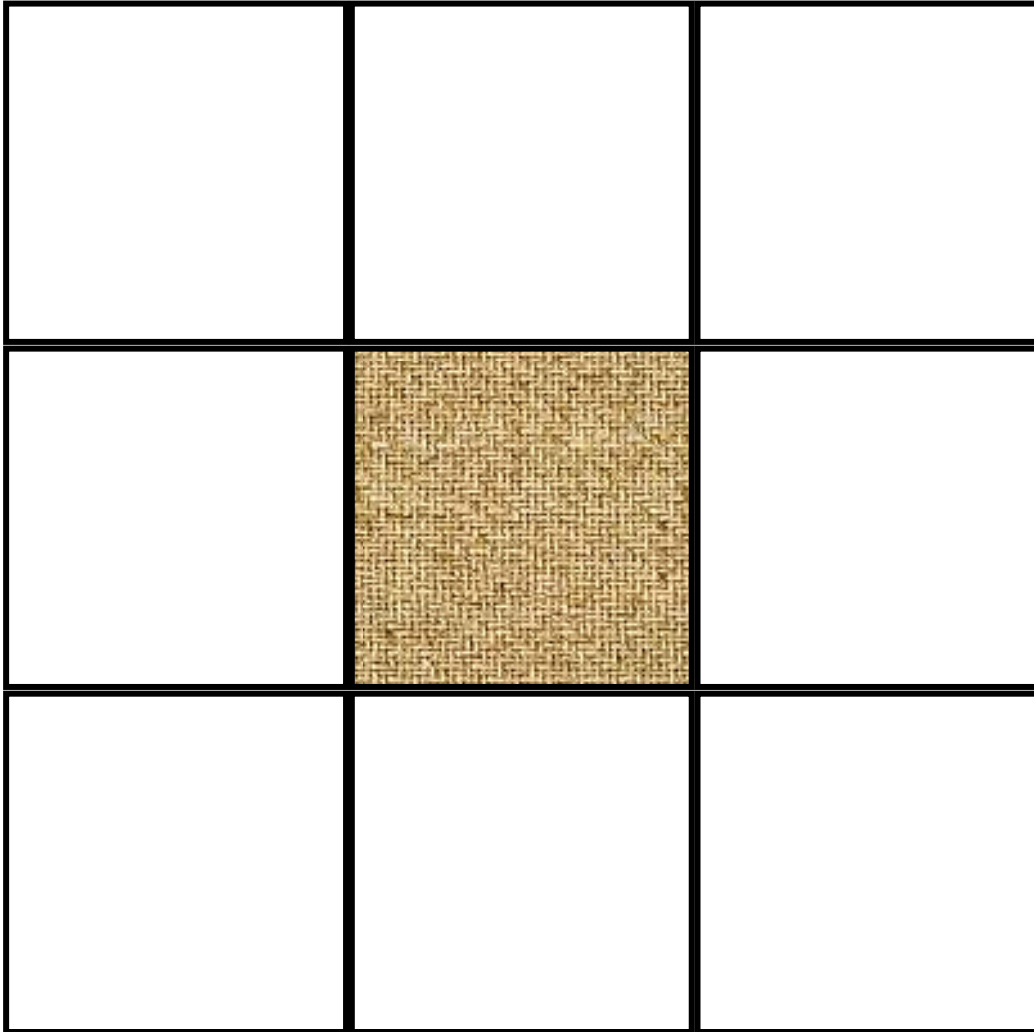








<p><b>Tabela de Cores dos Dominós de 5 Cores, tomadas 4 a 4</b></p>	1				
	2				
	3				
	4				
	5				




**NOTA IMPORTANTE:** Imprima esta página repetidas vezes e crie os seus próprios tabuleiros.

## **JLOGC#03 - JOGOS PARA O PENSAMENTO LÓGICOS Nº 03**

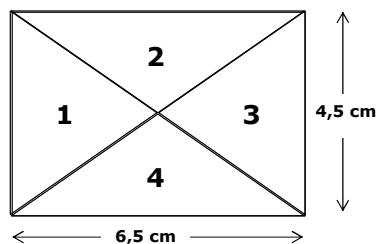
### **DOMINÓS RETANGULARES 4-CORES**

*Vamos transferir o que aprendemos até agora para um novo desafio. O que acontecerá se ao invés dos cartões quadrados com 4,5 cm por 4,5 cm, adotados no JLOGC#01, nós os transformarmos em cartões retangulares cujas medidas serão 4,5 cm por 6,5 cm, mantendo as 4 cores originais ?*

### **3.1.- Criando os Dominós Retangulares com Quatro Cores**

A criação dos dominós retangulares envolverá um tipo de raciocínio distinto daqueles utilizados para a criação do JLOGC#01 e JLOGC#02.

Note que no dominó retangular, ao contrário do que ocorre nos dominós quadrados (tanto nos com quatro cores como nos com cinco cores), onde todos os triângulos são exatamente idênticos (ou congruentes, melhor dizendo), nos dominós retangulares esta identidade (congruência) entre os triângulos, se dá dois a dois, isto é, são congruentes tão somente os triângulos '1' e '3' e os triângulos '2' e '4', conforme mostrado na figura a seguir.

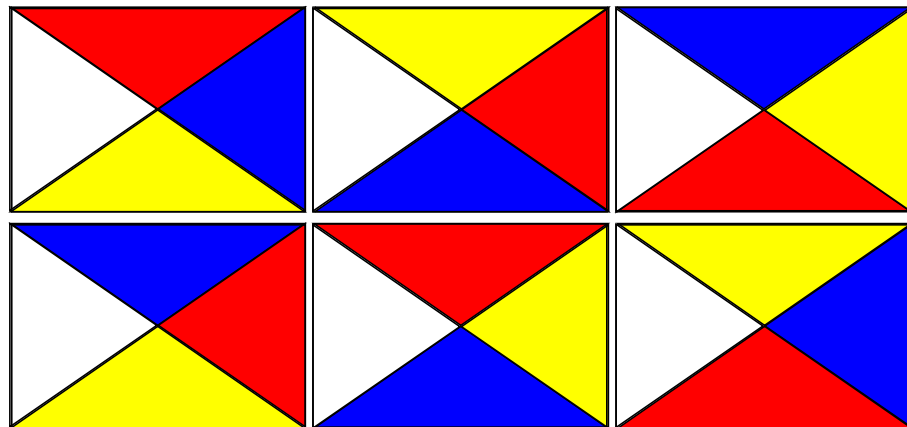
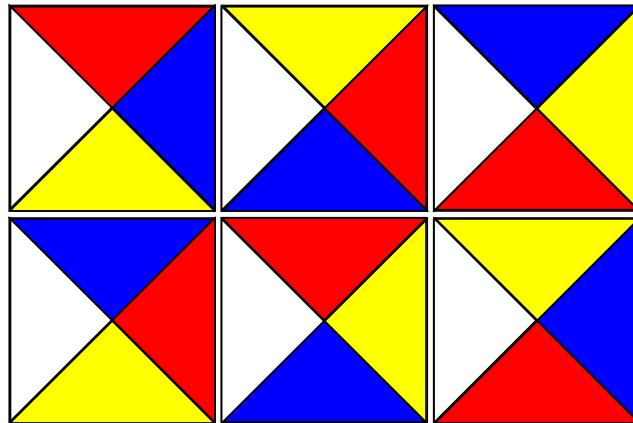


Observado isto, vemos que o cálculo da quantidade de dominós retangulares é distinto do cálculo realizado para a obtenção dos Dominós Quadrados com Quatro Cores (JLOGC#01) e para a obtenção dos Dominós Quadrados com Cinco Cores (JLOGC#02).

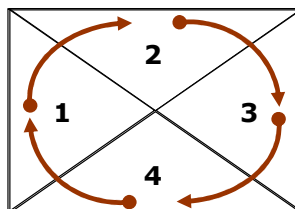
A heurística adotada para a criação deste novo tipo de dominó é a seguinte:

- Tomemos o conjunto com os seis *Dominós Quadrados com Quatro Cores*, cujas medidas são: 4,5 cm de largura por 4,5 cm de altura, e alteremos sua largura para 6,5 cm, transformando-os em dominós retangulares. Veja a seguir os dominós

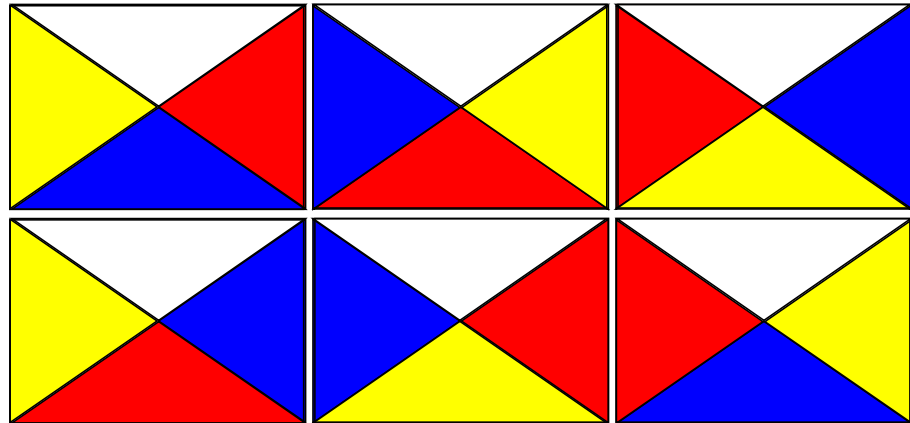
quadrados e em seguida os dominós retangulares obtidos a partir deles – verifique que a distribuição de cores se manteve a mesma:



- Note que a cor branca ocupa a posição ‘1’ em todos os dominós. Esta posição corresponde a um dos triângulos de menor área no dominó retangular.
- Vamos agora ‘rodar’ em 90° cada uma das cores no sentido horário, para posicionar a cor branca na posição 2, para que ela passe a ocupar o triângulo ‘maior’, e as demais cores passem a ocupar a posição seguinte: a 2 vai para a 3; a 3 vai para a 4 e a 4 vai para a 1.



- Estude bem como isto foi feito, observando atentamente a figura a seguir.

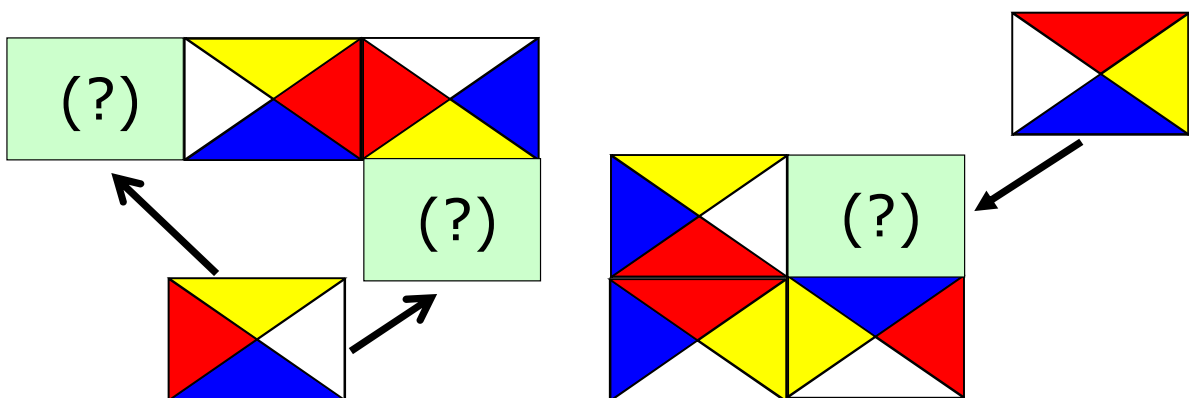


- Temos agora 12 dominós distintos, e os jogos possíveis a partir deles serão bem mais interessantes. Confira a seguir.

### 3.2.- Jogando com os 12 Dominós Retangulares

Mesmo que o jogo com os dominós retangulares seja baseado no jogo do dominó tradicional – em que os casamentos de padrões se dão univocamente –, teremos que estar atentos a alguns tipos de jogadas muito especiais, como os mostrados na figuras a seguir: casamentos de padrões unívocos (simples); duplos; triplos e quádruplos, estes, os mais raros.

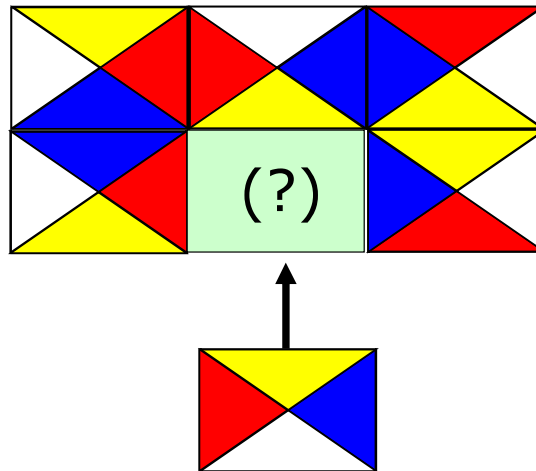
#### 3.2.1.- Casamentos de Padrões Simples e Duplos





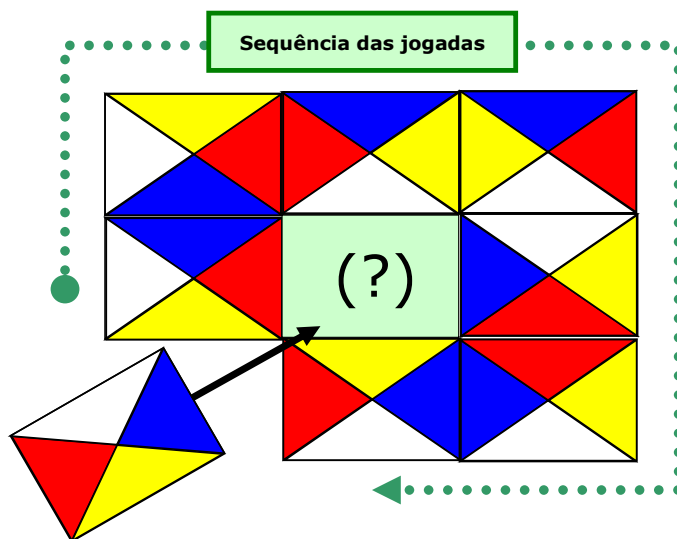
### 3.2.2.- Casamentos de Padrões Triplos

Note que, na figura a seguir, a peça a ser colocada na região assinalada com (?) irá estabelecer um casamento de padrões de nível 3, ou seja um casamento de padrão triplo.



### 3.2.3.- Casamentos de Padrões Quádruplos

O exemplo a seguir mostra a possibilidade de termos um casamento de padrão do tipo 4, ou quádruplo. Veja que o que permitiu este tipo de casamento foi a sequência dada pelos jogadores aos casamentos de padrão anteriores.



### **3.2.4.- Vários Tipos Casamentos de Padrões num mesmo Jogo**

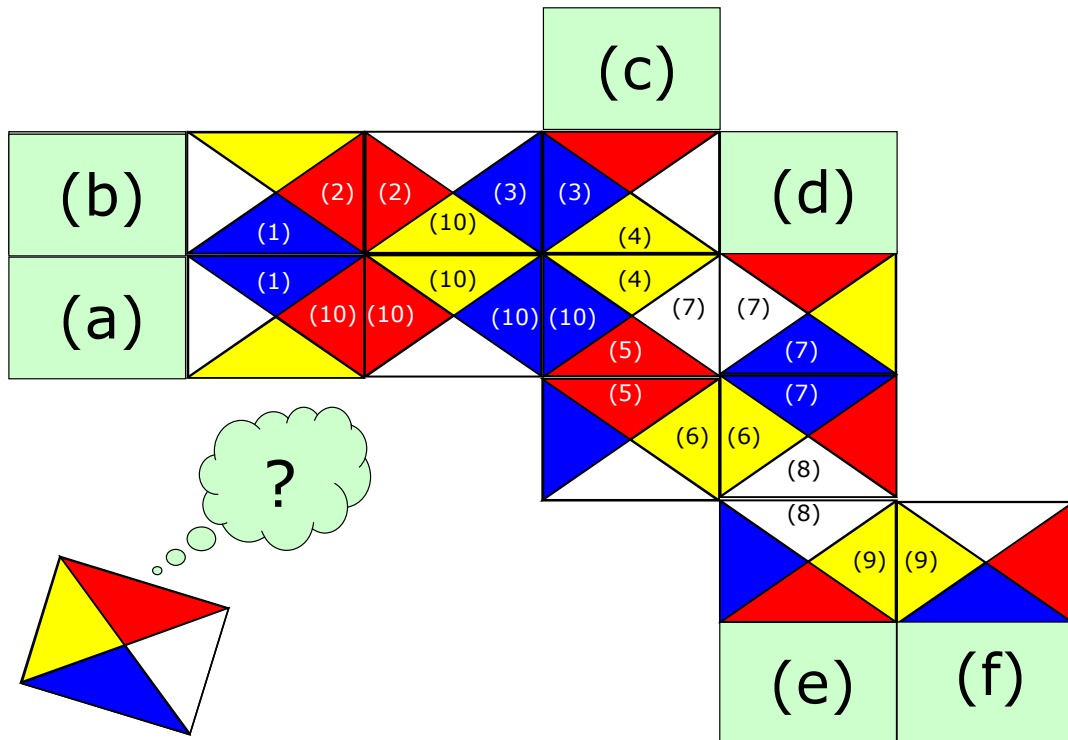
Uma regra bastante curiosa e estimulante, em termos de *Jogo Para o Pensamento*, que poderá ser adotada num jogo de dominós retangulares é a da atribuição de pontos para cada um dos tipos de casamentos de padrões:

- se unívoco = 1 ponto;
- se duplo = 2 pontos e
- se triplo = 3 pontos.
- note que poderá haver ainda casamentos quádruplos, que são bastante difíceis, quando deverão ser atribuídos 4 ou 5 pontos, a ser combinado antecipadamente pelos jogadores, ao jogador.

#### **3.2.4.1.- Um Exemplo de Jogo com atribuições de Valores para as Jogadas**

Na figura a seguir os números indicam os casamentos de padrão e a ordem em que cada um dos dominós foram jogados, assim, o leitor poderá observar que:

- há dominós com casamentos de padrão unívoco (único): de (1) até (6) e de (8) até (9);
- há dominós casados duplamente: (7);
- há dominós com casamentos triplos: (10);
- há ainda um ultima peça que pode ser colocada em qualquer uma das seguintes posições: (a), (b), (c), (d), (e) ou (f). A jogada mais favorável se dará com a escolha da posição (d), onde haverá um casamento duplo, pois as demais posições somente permitirão casamentos unívocos.
- o casamento quádruplo pode ocorrer sim, como pôde ser visto no exemplo dado acima (vide item 3.2.3.). Mas o casamento quádruplo é bastante raro e a sequência de jogadas que leva a isto, precisa ser *'muito bem pensada'* por aquele jogador que deseje conseguir estes quatro pontos. Pense sobre isto!



### 3.3.- Sugestões Importantes

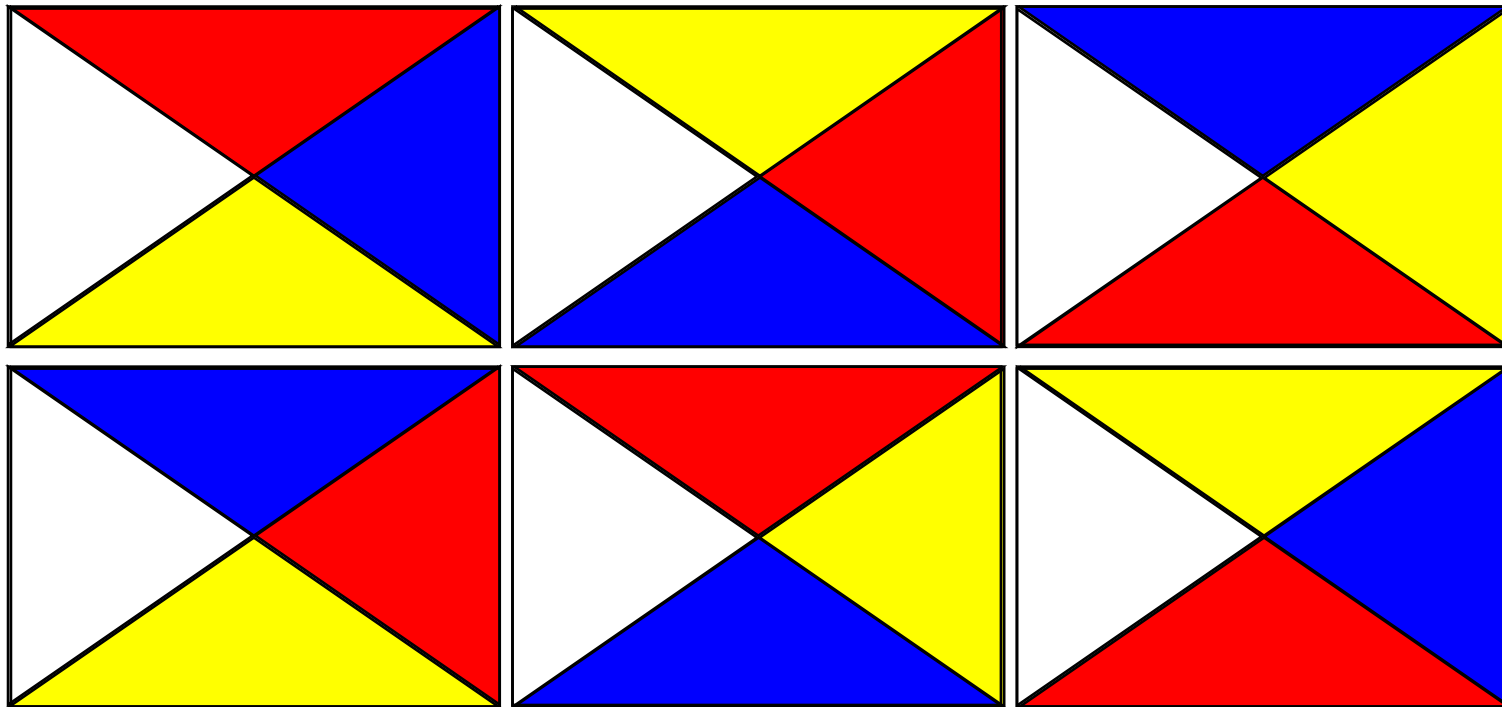
O jogo dos dominós retangulares se tornará mais interessante se:

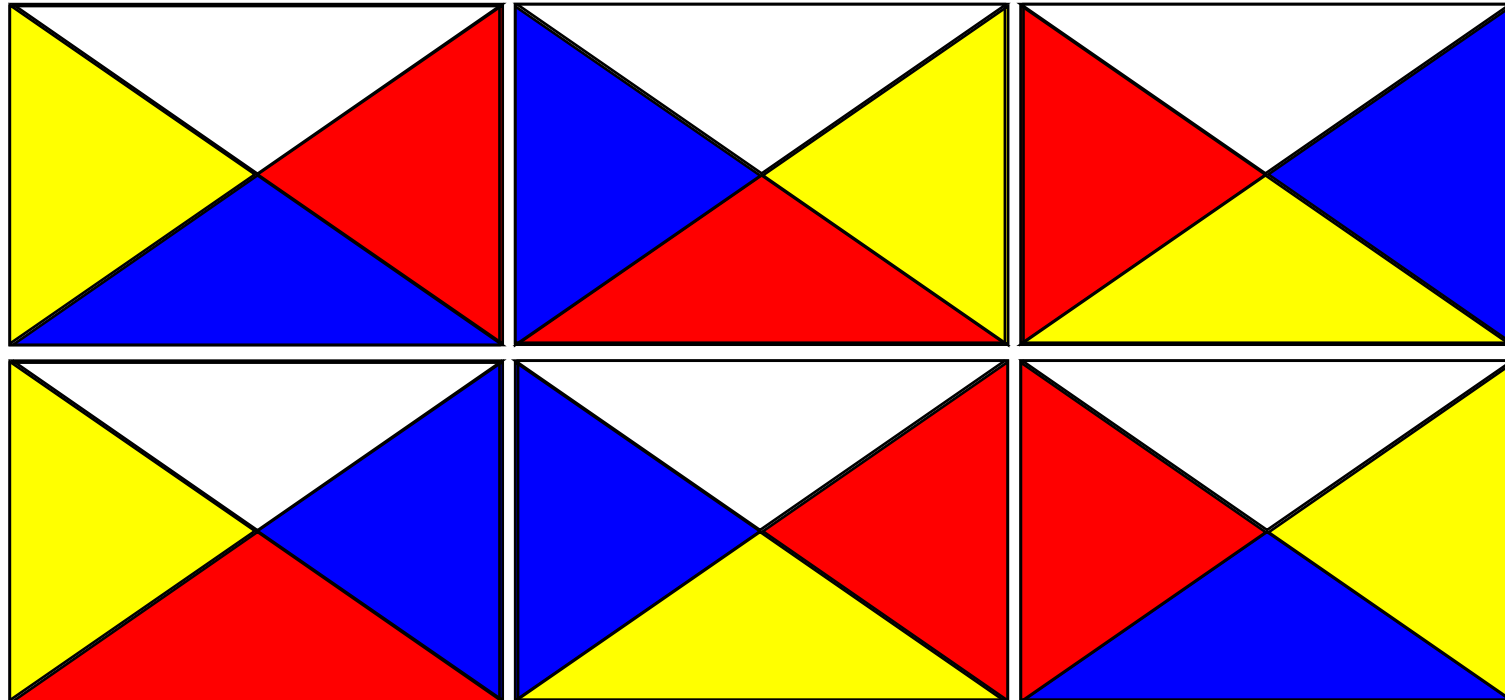
- O leitor duplicar o conjunto de dominós, aumentando o conjunto de dominós para 24, onde haverá dois dominós exatamente iguais entre si, para cada um dos 12 dominós anteriores.
- Ao invés de se atribuir pontos simples (1, 2, 3 ou 4) para os casamentos de padrão, pode-se combinar atribuir o dobro de pontos para cada um destes tipos de casamento: 2, 4, 6 ou 8.

**JLOGC#03 - JOGOS PARA O PENSAMENTO LÓGICO Nº 3**  
**MATERIAL PARA REPRODUÇÃO via IMPRESSORA**  
**DOMINÓS RETANGULARES COM QUATRO CORES**

---

---





**Imprimir estes dois conjuntos de dominós duas vezes perfazendo um total de 24 peças, conseguindo-se 12 pares de dominós idênticos.**

## **JLOGC#04 - JOGOS PARA O PENSAMENTO LÓGICO Nº 04**

### **DOMINÓS QUADRADOS COM FIGURAS CONCÊNTRICAS**

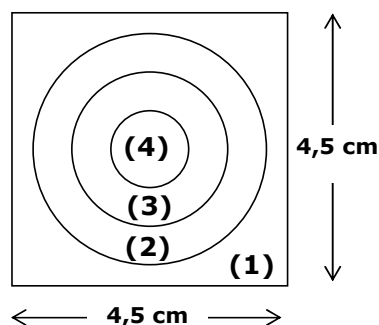
*Os conjuntos de cartões a deste JLOGC, JLOGC#04, diferem daqueles apresentados nos JLOGC#01, JLOGC#02 e JLOGC#03, que possibilitavam o jogo tradicional de dominós, aquele em que se buscam casamentos de padrões idênticos. Aqui, as características dos cartões, adicionarão alguns tipos de dificuldades que tornam o jogo de dominós, muito mais interessante, porquê mais exigente quanto ao casamento de padrões.*

#### **4.1.- Cartões com Três Círculos Coloridos Concêntricos**

Se para os cartões apresentados anteriormente (os ‘*Cartões quadrados com quatro cores*’ – CL1 – e os ‘*Cartões retangulares com quatro cores*’ – CL2), os casamentos de padrão ocorriam de forma praticamente natural – como nos dominós comuns –, para este novo tipo de cartão (‘*Cartões com quatro figuras concêntricas coloridas*’ – CL3) vamos encontrar alguma dificuldade para fazê-lo. Veremos que para este tipo de cartões, novas regras de casamento de padrões deverão ser criadas.

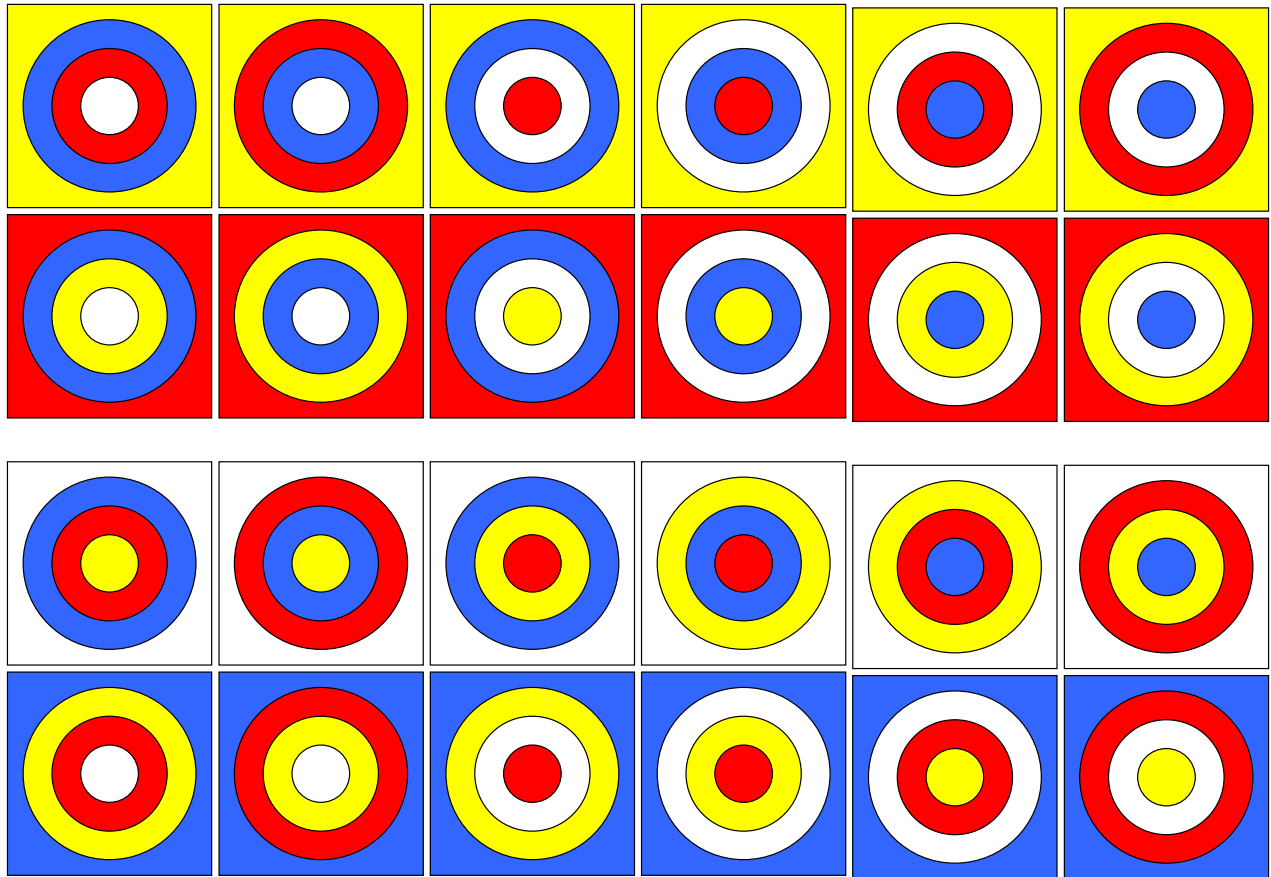
##### **4.1.1.- Criando os Cartões Com Círculos Concêntricos**

Vamos escolher quatro cores para colorir de forma alternada, cada uma das quatro regiões, a saber: azul, amarelo, vermelho e branco.



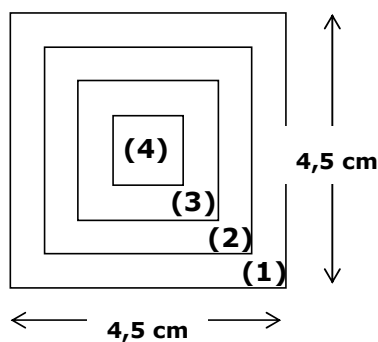
Para facilitar, estabelecemos uma numeração para cada uma das regiões, numeração esta que partindo do suporte para o desenho dos três círculos concêntricos (1) – a superfície do cartão, que podemos denominar *suporte das figura* – e que vai até o círculo central (4), conforme mostrado acima.

Os cartões foram coloridos segundo uma estratégia que não iremos apresentar aqui, mas o leitor, que leu e aprendeu sobre os *Jogos Para o Pensamento Lógico* anteriores – JLOGC#01, JLOGC#02 e JLOGC#03 – estará capacitado a verificar o raciocínio utilizado para a elaboração dos cartões, sem grandes dificuldades.



#### 4.2.- Cartões com Três Quadrados Coloridos Concêntricos

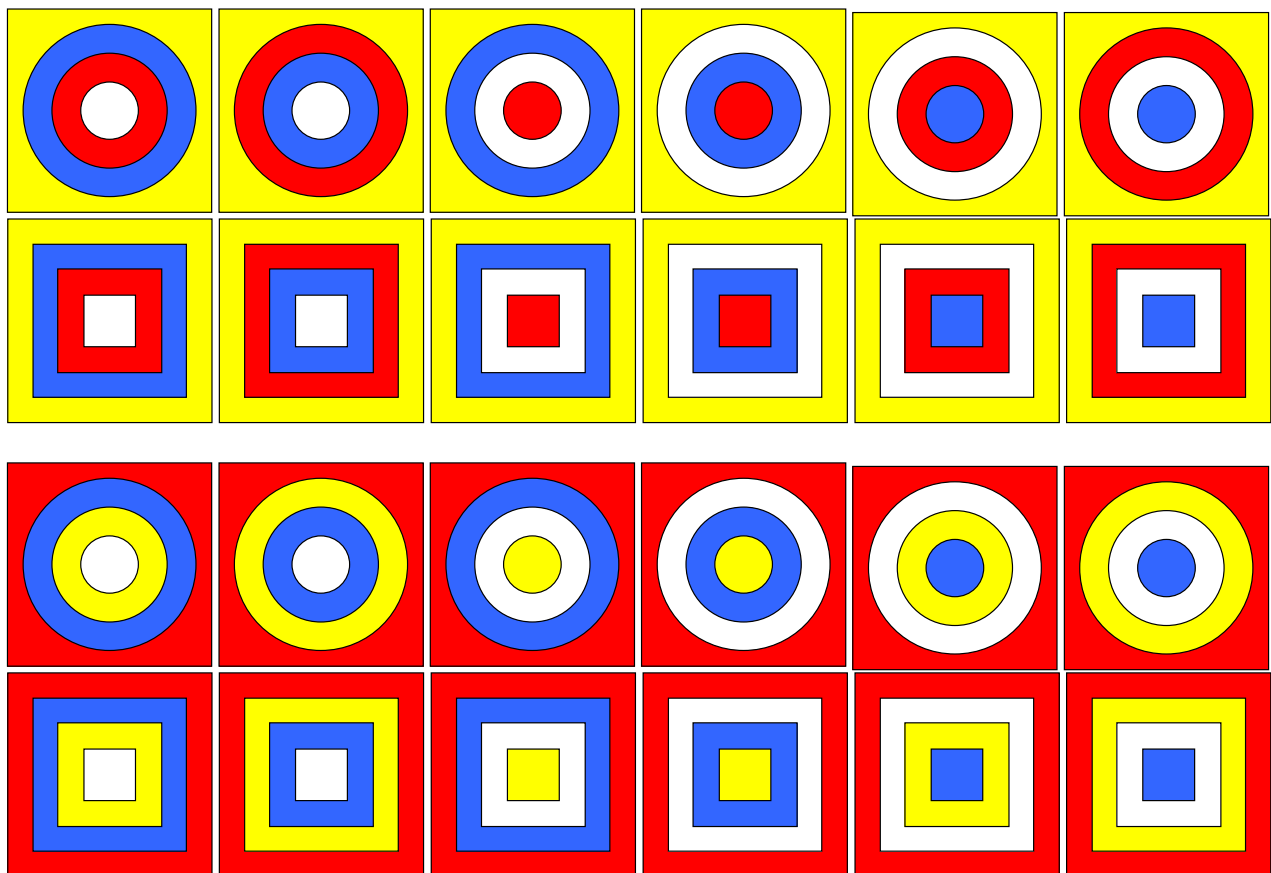
Além dos cartões com círculos concêntricos iremos ainda criar um conjunto de cartões com quadrados concêntricos, baseado no modelo mostrado na figura a seguir.



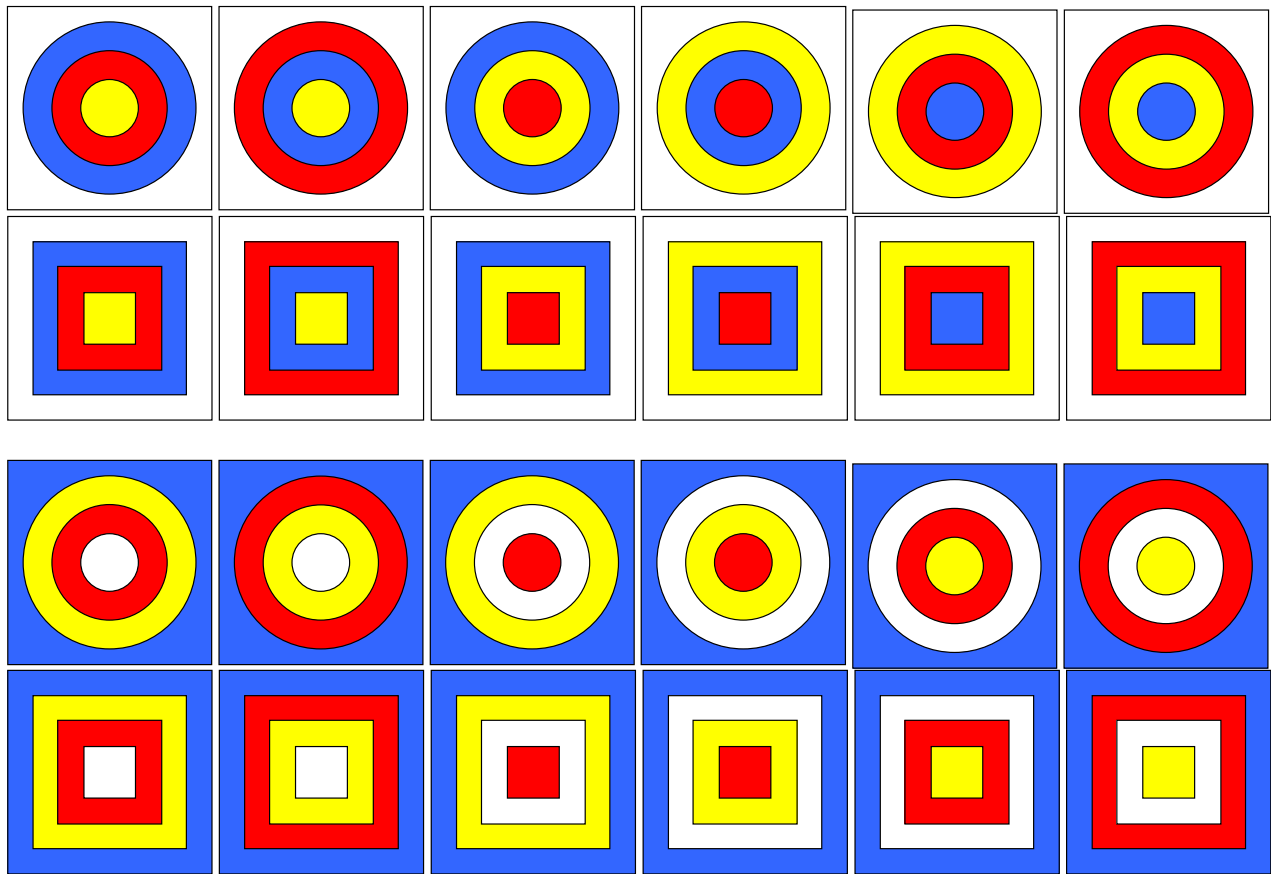
Cabe notar que *cada um dos cartões do segundo conjunto*, cujas regiões também foram numeradas de (1) até (4), do centro para a borda, irá encontrar um cartão a ele exatamente correspondente no primeiro conjunto de cartões. Dizendo isto de maneira mais formal:

- há uma correspondência entre a disposição de cores de um dado cartão do primeiro conjunto e um único outro cartão do segundo conjunto;
- cada cartão do primeiro conjunto corresponde, em termos de disposição ordenada das cores, a um único cartão do segundo conjunto e vice-versa;
- há uma correspondência um-a-um entre os cartões destes dois conjuntos;
- há uma correspondência biunívoca entre os elementos destes dois conjuntos.

Nas figuras a seguir são mostrados os cartões correspondentes.







### 4.3.- Propondo um Primeiro Jogo

Apesar de termos dito no início que iríamos encontrar alguma dificuldade para estabelecer os casamentos de padrão, vemos que há entre estes dois grupos de cartões um casamento de padrões bastante natural, que é o sugerido exatamente pelo conjunto de figuras anteriores em que se comparam cada dois grupos de 6 cartões (com círculos e com quadrados) com base na cor do suporte e não das cores dos círculos ou quadrados. Cada cartão de um grupo (círculos e quadrados) têm um seu correspondente, exatamente do mesmo tipo, no outro grupo.

Assim, nos parece bastante natural que o nosso primeiro *Jogo Para o Pensamento Lógico* deva ser o seguinte: embaralhar todos os 48 (quarenta e oito) cartões e estabelecer a correspondência um-a-um entre eles.

## 4.4.- Propondo Outros Jogos de Correspondência entre Cores

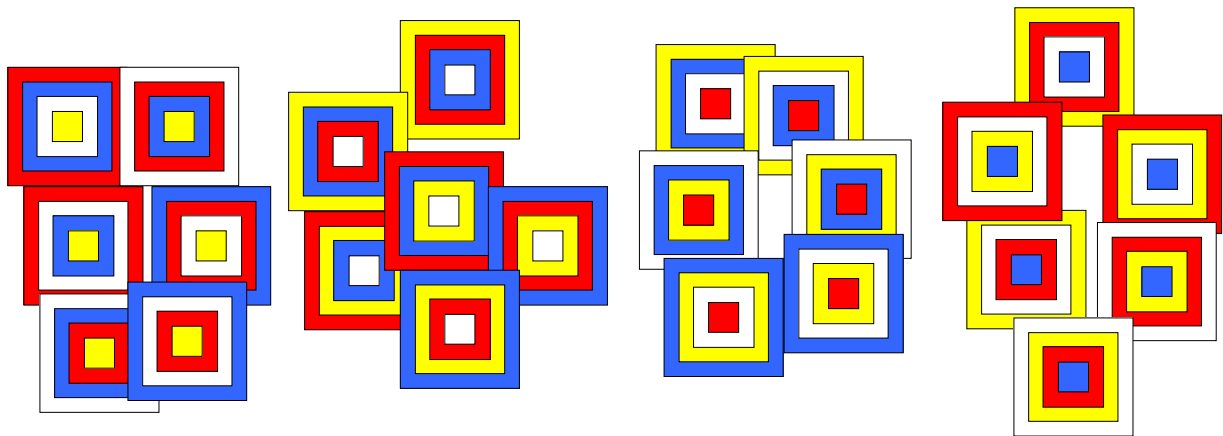
Deve-se notar que os cartões tanto de um dos conjuntos (círculos concêntricos), como os do outro conjunto (quadrados concêntricos) estão em absoluta correspondência biunívoca. *Assim sendo, os jogos propostos para um dos tipos de cartões servirá para o outro tipo.*

As sugestões a seguir podem envolver apenas um dos conjuntos de cartões – quando então demos preferência aos cartões com os quadrados, mas isto não impossibilita a utilização para estes mesmos jogos dos cartões com círculos. O leitor verá que podemos adaptar facilmente estes jogos apresentados a seguir para que se passe a jogá-los com os dois conjuntos de cartões simultaneamente, isto é, como se os 48 cartões formassem um único conjunto.

Dito isto, vamos exemplificar os jogos a seguir utilizando apenas um dos conjuntos de 24 cartões, para somente então indicar a utilização de todos os 48 cartões.

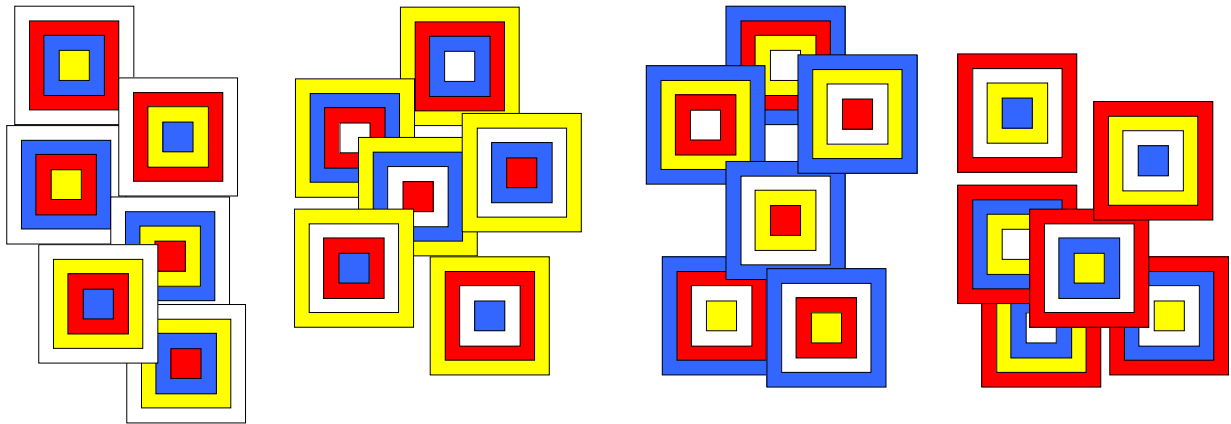
### 4.4.1.- *Jogo do Casamento da Cor Central*

Utilizar apenas um dos conjuntos de cartões (círculos ou quadrados). Aqui o jogador deve agrupar os cartões, de acordo apenas com as cores da região central, região (1).



### 4.4.2.- *Jogo do Casamento da Cor de uma das Regiões (2), (3) ou (4)*

O mesmo jogo proposto visando o casamento de cores da região (1) – região central – pode também ser proposto para as demais regiões: ((2), (3) ou (4), como mostra o exemplo a seguir, no qual, a cor escolhida para o agrupamento, foi a da região (4).



#### 4.4.3.- O Jogo do Casamento de Cores de Duas ou Três Regiões

Um jogo bastante interessante é o do casamento de cores de duas regiões. Neste caso pode-se escolher casar as cores de duas regiões, de acordo com as seguintes seis possibilidades:

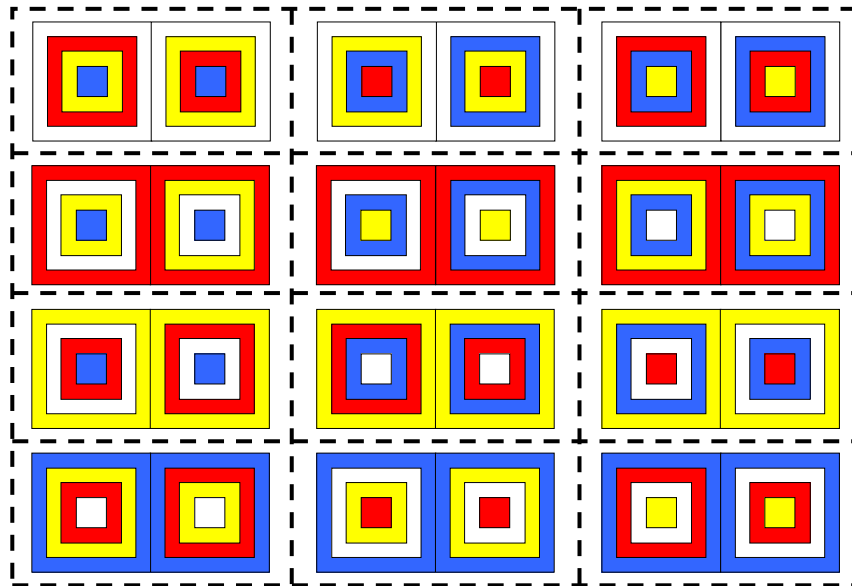
- i.- (1) e (2)
- ii.- (1) e (3)
- iii.- (1) e (4)
- iv.- (2) e (3)
- v.- (2) e (4)
- vi.- (3) e (4)

Para confirmar se os cálculos estão certos, mas particularmente *para aqueles que dominam as fórmulas básicas da Análise Combinatória*, basta calcular a quantidade de Combinações Simples de 4 elementos tomados 2 a 2:

$$C_{4,2} = \frac{A_{4,2}}{P_2} = \frac{4 \times 3}{2 \times 1} = 6$$

onde  $A_{4,2}$  é calcula os Arranjos Simples de 4 elementos tomados 2 a 2 e  $P_2$  é calcula as Permutações Simples de 2 elementos.

Veja o exemplo, na figura a seguir, do *casamento de cores das regiões (1) – região mais extern – e (4) – a região central –*, que produziu doze pares de casamentos possíveis.



O Leitor deve agora tentar os demais tipos de casamentos possíveis entre duas regiões anteriormente sugeridos.

#### **4.4.4.- O Jogo do Casamento de Cores de Três Regiões**

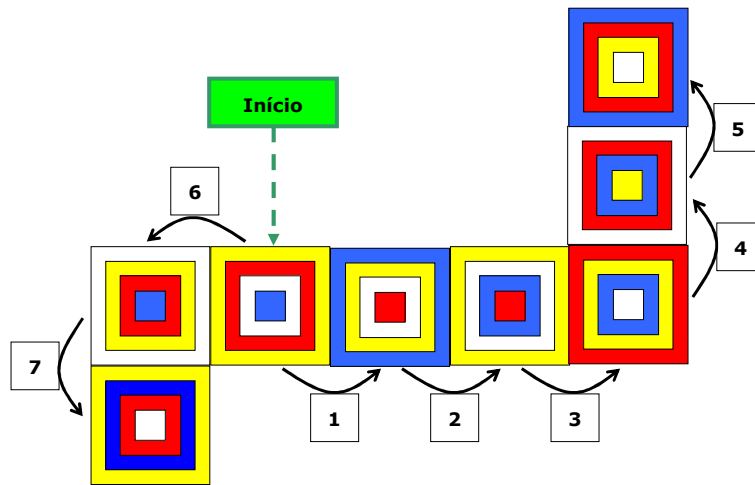
Estamos diante de uma impossibilidade. Não há como casar os cartões a partir da escolha de três regiões em exata correspondência. Propomos que o leitor pense sobre isto.

#### **4.4.5.- Uma observação Importante**

Os jogos apresentados até aqui poderiam ser jogados utilizando um dos conjuntos de cartões ou até mesmo os dois conjuntos. O leitor se ainda não fez este último tipo de escolha deveria fazê-la e jogar novamente os jogos propostos nos itens anteriores: 3.4.1, 3.4.2, 3.4.3 e repensar, agora, a possibilidade de jogar o que foi proposto no item 3.4.4., envolvendo os dois conjuntos de cartões.

#### **4.4.6.- O Dominó de Uma Única Cor Estável**

O Jogo do Dominó de uma Única Cor Estável consiste, como o próprio nome sugere, em que só sejam permitidas as justaposições de cartões onde, de um para outro, apenas uma das cores esteja no mesmo nível (1), (2), (3) ou (4), os demais níveis devem apresentar, entre si, cores totalmente distintas de um para outro. Vejamos um pequeno exemplo, a seguir.



No exemplo acima, fizemos, a partir do dominó inicial, mais 7 jogadas, que vamos justificar uma a uma:

- (1ª) conservou-se apenas a cor branca na mesma posição;
- (2ª) conservou-se apenas a cor vermelha na mesma posição;
- (3ª) conservou-se apenas a cor azul na mesma posição;
- (4ª) conservou-se, novamente, apenas a cor azul na mesma posição;
- (5ª) conservou-se apenas a cor vermelha na mesma posição;
- (6ª) conservou-se apenas a cor azul na mesma posição;
- (7ª) conservou-se apenas a cor vermelha na mesma posição;

O leitor deverá estar ciente de que: em cada jogada apenas um atributo poderá ser mantido, enquanto os três outros, deverão ser modificados.

#### **4.4.7.- O Dominó de Duas Cores Estáveis**

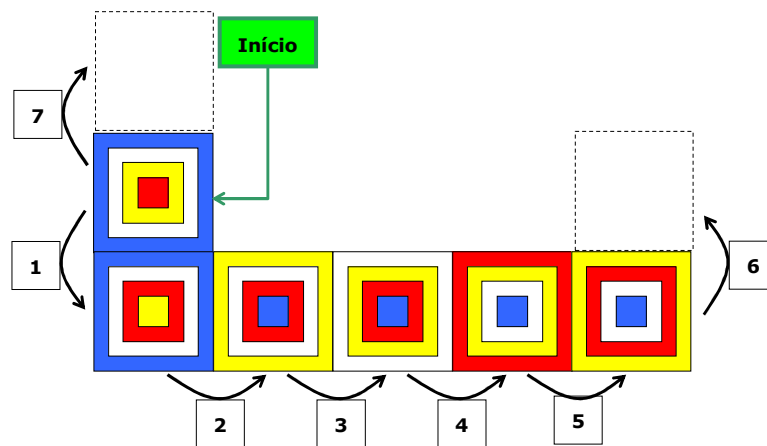
Vamos propor aqui um novo jogo, mais difícil que os anteriores por exigir muita mais atenção dos participantes.

As regras deste novo jogo, denominado Dominó de Duas Cores Estáveis, são as seguintes:

- deve-se jogar apenas com os cartões de um mesmo conjunto de cartões – escolher somente os cartões contendo quadrados ou então, aqueles contendo círculos;

- ele será jogado como os dominós comuns, onde devem ser casados padrões, mas envolvem o casamento um certo tipo de estabilidade entre os cartões;
- *vamos estabelecer a seguinte regra de casamento entre dois cartões: duas cores devem permanecer exatamente na mesma posição e as outras duas devem permutar de posição de um cartão para outro.*

Veja, a seguir, um exemplo do jogo que denominamos Dominó da Estabilidade de Duas Cores onde as justaposições das peças foram numeradas e serão comentadas a seguir

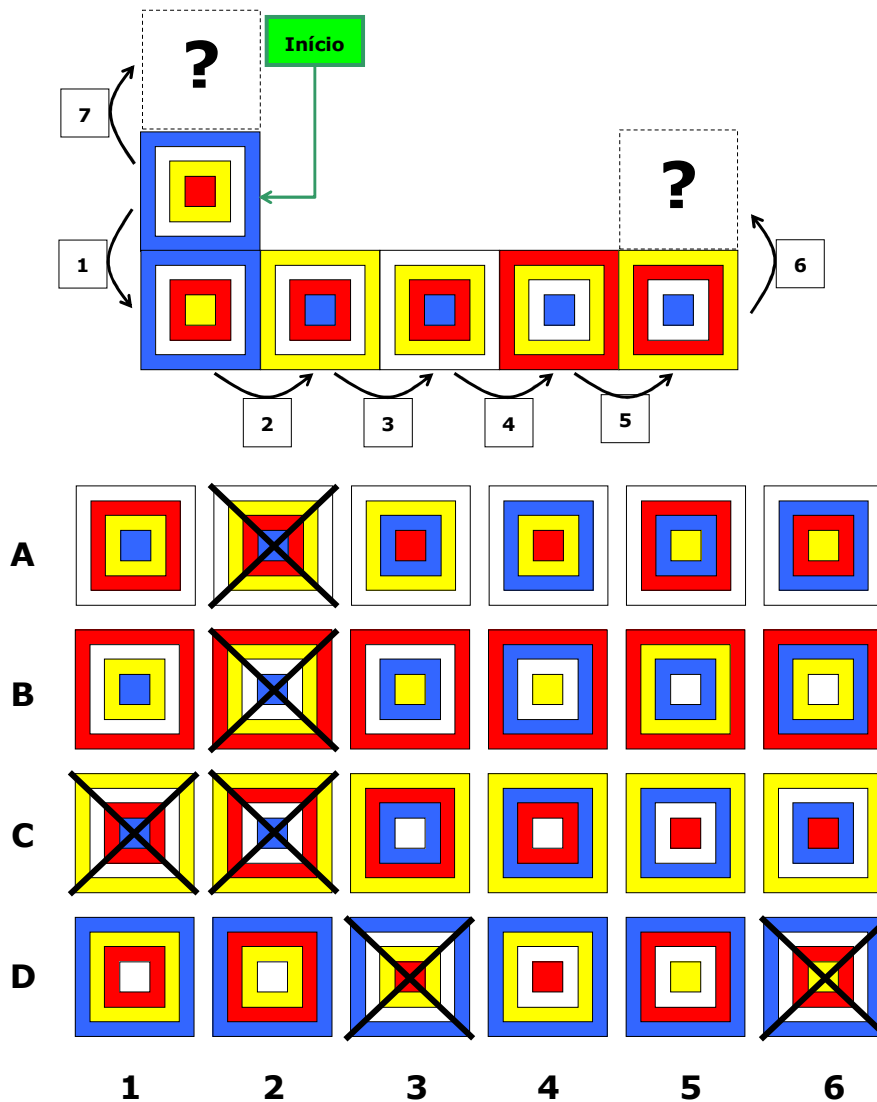


→ *Vamos conferir as jogadas mostradas acima através das cores conservadas em suas posições anteriores:*

- (1) conservaram-se as cores branca e azul nas mesmas posições, veja que houve uma permuta entre as cores vermelha e amarela;
  - (2) conservaram-se as cores branca e vermelha nas mesmas posições, houve uma permuta entre as cores azul e amarela;
  - (3) conservaram-se as cores vermelha e azul nas mesmas posições;
  - (4) conservaram-se as cores azul e amarela nas mesmas posições;
  - (5) conservaram-se as cores azul e branca nas mesmas posições;
  - (6) há agora alguns cartões que podem se encaixar nesta jogada? Verifique o porquê;
- Pergunta-se: há outros cartões que possam ser jogados em (6) ou são somente aqueles 5?

→ Quais seriam todos os cartões, dentre aqueles ainda não utilizados, que poderiam ser jogados em (7) ?

Cabe ao leitor, agora, utilizando o conjunto de todos os 24 cartões apresentado a seguir numa disposição matricial com 4 linhas (A, B, C e D) e 6 colunas (1, 2, 3, 4, 5, e 6) fazer uma lista de todos aqueles cartões que satisfaçam às jogadas de número 6 e às jogadas de número 7, conforme a figura acima. Observe-se que aqueles cartões que já foram utilizados no jogo foram riscados com um 'X'.



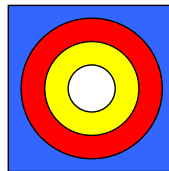
Nós não vamos resolver o problema para o leitor, no entanto vamos dar apenas dois exemplos de cartões que satisfazem a cada uma das jogadas 6 e 7, o restante da tarefa cabe ao leitor.

- Dois dos cartões que satisfazem à jogada de número 6: C-3 e D-5
- Dois dos cartões que satisfazem à jogada de número 7: A-4 e D-4

### 4.7.- O Dominó das Igualdades e das Estabilidades

Neste novo jogo iremos utilizar todos os 48 cartões e um dado de jogar hexagonal.

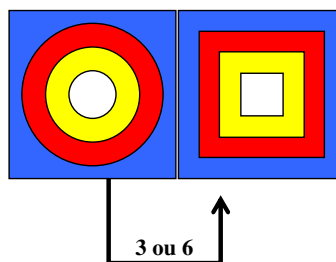
- Embaralhar e distribuir parte dos cartões para os jogadores, fazendo com que o restante deles fique sobre a mesa, numa pilha (‘monte’) com as faces voltadas para baixo;
- O primeiro jogador escolhe um de seus cartões e o coloca voltado com a face para cima:



- O segundo jogador lança o dado hexagonal e, segundo a tabela a seguir, deve escolher um de seus cartões que satisfaça aquela jogada:

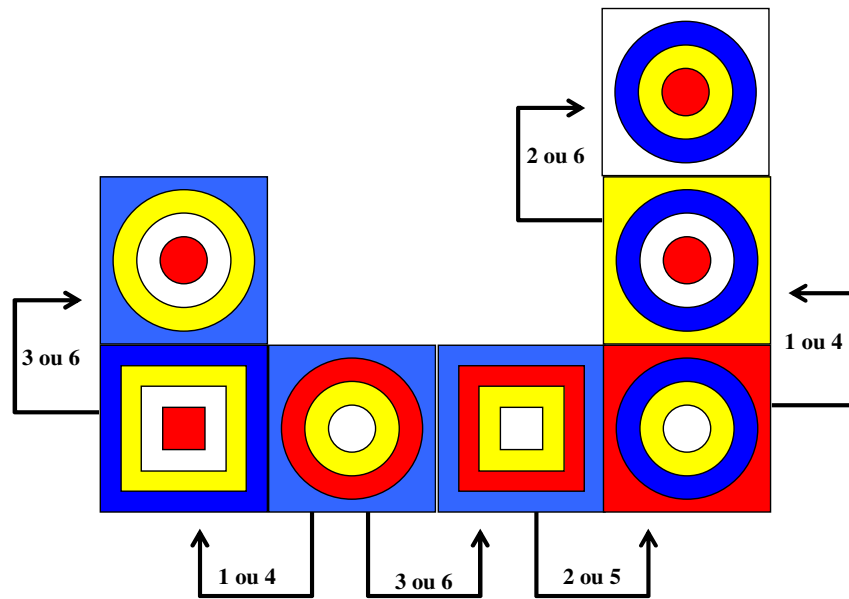
<b>Resultados</b>	<b>1 ou 4</b>	<b>2 ou 5</b>	<b>3 ou 6</b>
<b>Cores Estáveis</b>	<b>uma</b>	<b>duas</b>	<b>todas</b>

- Vamos supor que o resultado obtido no dado sejam 3 ou 6. Há em todo o conjunto de 48 cartões um único que satisfaz, é o cartão de quadrados concêntricos em que todas as cores estão em correspondência biunívoca com aquele cartão de círculos concêntricos colocado sobre a mesa pelo primeiro jogador.

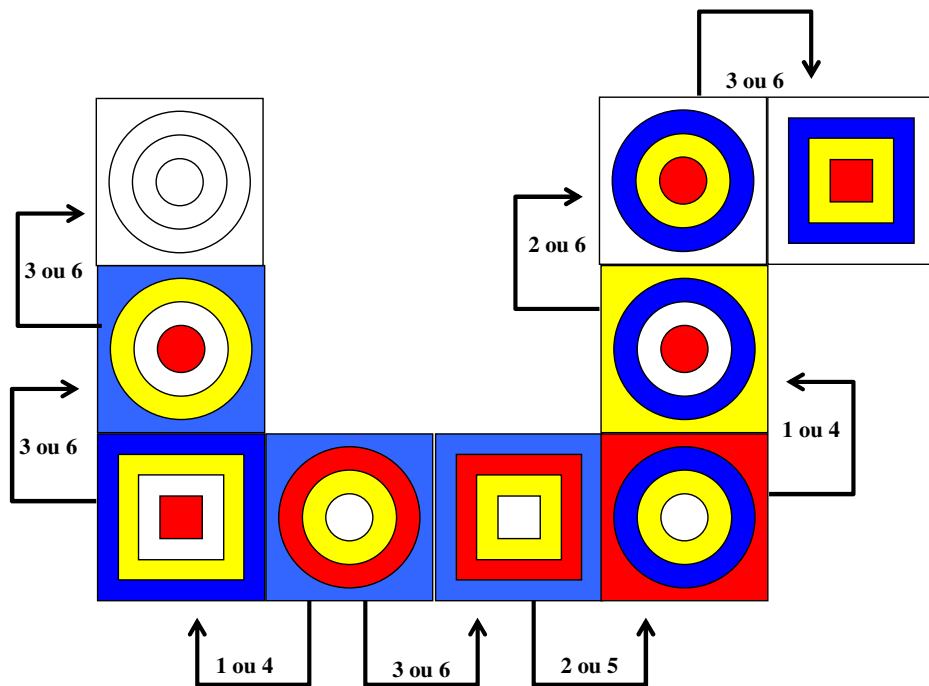


- Dando continuidade ao jogo, vamos supor que tenhamos obtido o seguinte resultado parcial que deve ser examinado atentamente pelo leitor.





- Verifique o seguinte, a partir do estado anterior do jogo: se o jogador da vez obtiver um valor 3 ou 6 no dado, ele estará impossibilitado de jogar numa das extremidades, como mostrado a seguir:



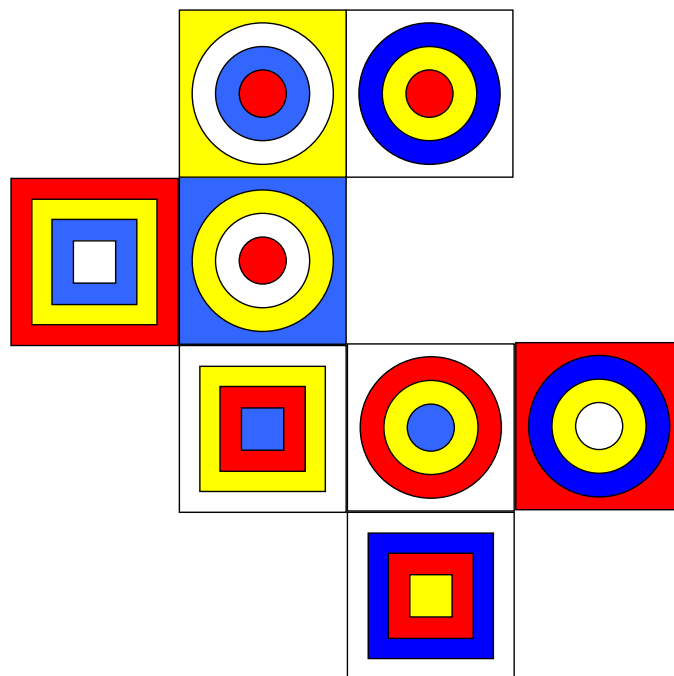
- Como nos jogos de dominó comum, quando qualquer um dos jogadores não tiver em seu poder cartões que satisfaçam à jogada, ele deve comprar um, e apenas um dos cartões que

estejam disponíveis no ‘monte’. No caso em que o ‘monte’ tenha acabado, ele deve passar a sua vez de jogar para o outro jogador.

### 4.7.1.- Comentários

Uma das melhores propostas deste livro é a deixar para o leitor a possibilidade da criação de novas regras ou novas formas de utilizar o material destinado aos jogos. Assim, aconselha-se ao leitor, que sempre que um novo jogo for compreendido em todas as suas possibilidades e limitações, deve-se tentar extrapolar as suas regras ou o estudo de suas limitações ou das novas possibilidades que o próprio leitor descobriu, para os jogos anteriores ou para os jogos seguintes.

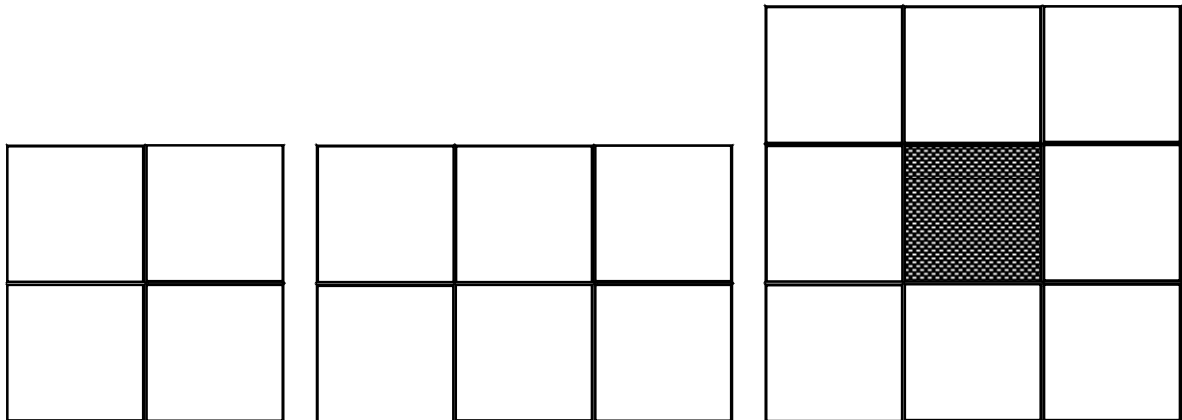
Uma sugestão curiosa, mas que deve ser combinada antes entre os jogadores, é a de que os cartões do jogo possam ser alocados em qualquer posição, não necessariamente nas extremidades do jogo em andamento. Veja isto no exemplo a seguir, em que mostramos uma série de jogadas no dominó da uma cor estável. Em que a alocação de cartões pode ser qualquer.



#### 4.7.1.1.- Três Desafios Interessantes

O leitor poderia agora, tentar um jogo solitário utilizando os tabuleiros mostrados a seguir: com 4, 6 ou 8 peças – este último com uma casa interna a ser mantida vazia – que deveriam ser

preenchidos de tal forma que, de uma peça para outra houvesse a manutenção de apenas uma das cores em uma única região de um cartão para outro.

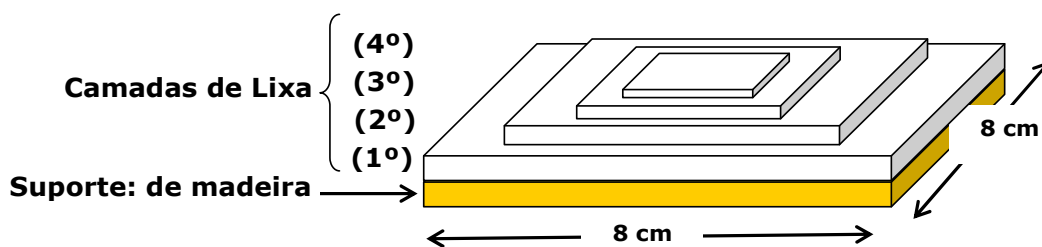


Tendo conseguido passar pelos desafios propostos no parágrafo acima, o desafio seguinte seria: preencher os tabuleiros com cartões que mantivessem as cores em duas regiões, de um para outro. Isto seria possível?

Mas ainda fazemos um terceiro desafio: estes dois jogos acima propostos, em que utilizamos tabuleiros para orientar as jogadas, poderiam ser ampliados, envolvendo tabuleiros maiores, quadrados, retangulares ou com espaços internos vazios? Desenhe seus próprios tabuleiros e utilize 24 das peças (um conjunto de cartões) ou todas as 48 peças (os dois conjuntos de cartões).

#### 4.7.1.2.- Criando Cartões Com Quadrados Concêntricos Táteis

Podemos pensar as 4 regiões dos cartões quadrados concêntricos, como sendo níveis, ou seja (1º), (2º), (3º) e (4º) níveis, como se o cartão se apresentasse com camadas sobrepostas, como o que mostramos na figura a seguir. Este efeito pode ser conseguido através da colagem de quadrados cujos raios variam do maior para o menor sobre o outro.



Assim, ficará fácil construir os 24 cartões com os quadrados concêntricos para que eles sejam utilizados como material tátil por deficientes visuais. Veja que, para facilitar a sua utilização sugerimos que as medidas dos lados do suporte que era de 4,5 cm fossem alteradas para 8 cm, como mostrado na figura acima. Assim sendo, poderíamos adotar as seguintes medidas para os lados daqueles quadrados: 8 cm, para o maior dos quadrados, 6 cm e 4 cm para os quadrados intermediários e 2 cm para o menor dos quadrados.

Basta agora, escolhermos quatro tipos distintos de lixa para confeccionarmos cada uma das quatro camadas. Note que o suporte poderá ser um quadrado de madeira de 8cm × 8cm que deverá sempre receber a primeira camada de lixa. Para facilitar o trabalho tanto de elaboração do material, quanto o trabalho do observador que irá introduzir o jogo, deve-se escolher cores distintas para as lixas. Uma boa sugestão é utilizar vários tipos de lixa: lixa para madeira, para ferro e lixas d'água.

Talvez fosse bom que, em alguns casos nos limitássemos a adotar cartões com apenas três camadas de lixa, e não quatro camadas como sugerida acima.

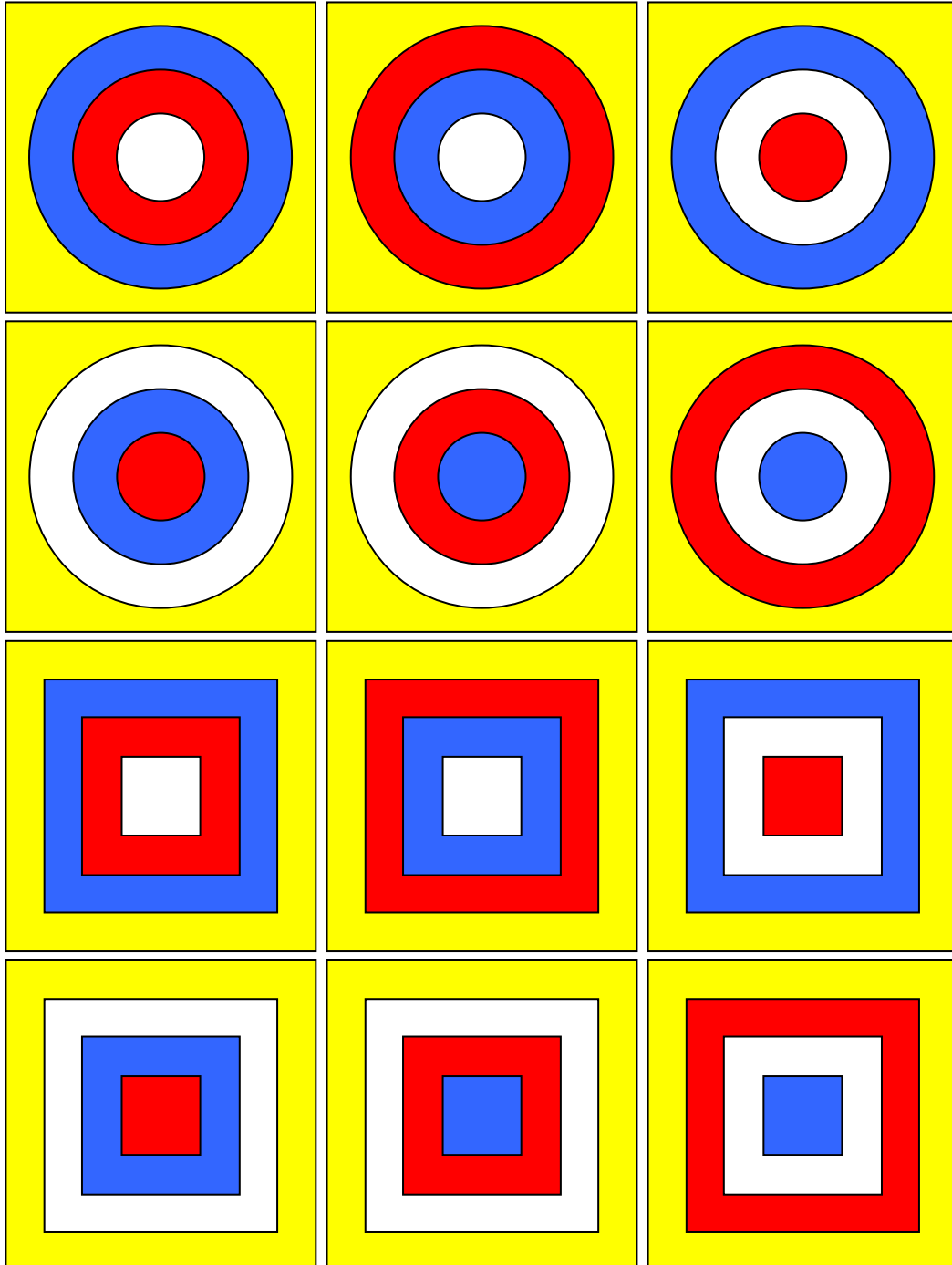
No caso de se querer confeccionar com lixa os cartões com círculos concêntricos, teríamos que enfrentar a dificuldade de ter que recortar círculos perfeitos, o que nos parece ser bastante difícil quando trabalhamos com lixas de diversas granulações.

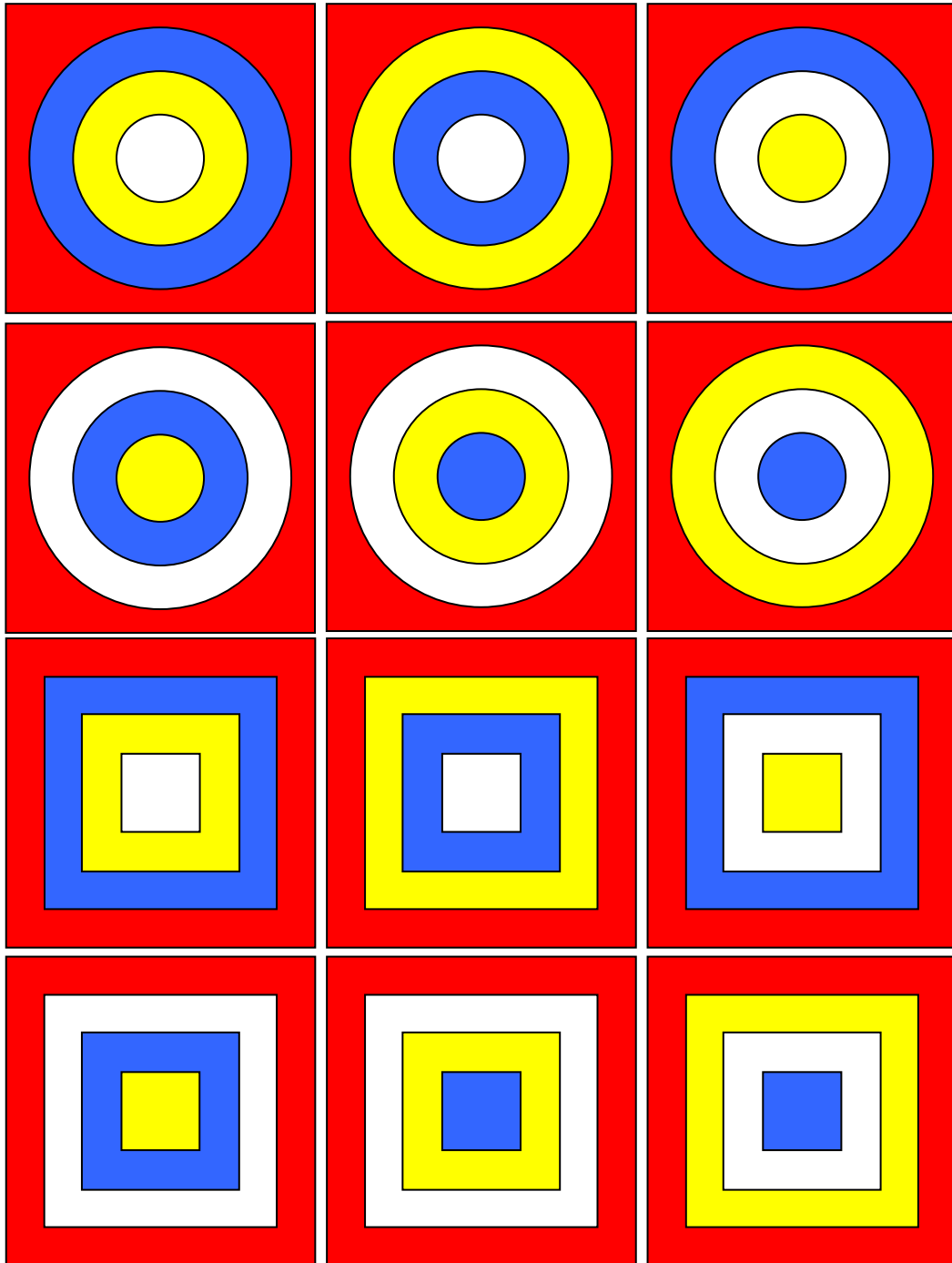
**JLOG#04 - JOGOS PARA O PENSAMENTO LÓGICO Nº 4**  
**MATERIAL PARA REPRODUÇÃO via IMPRESSORA**  

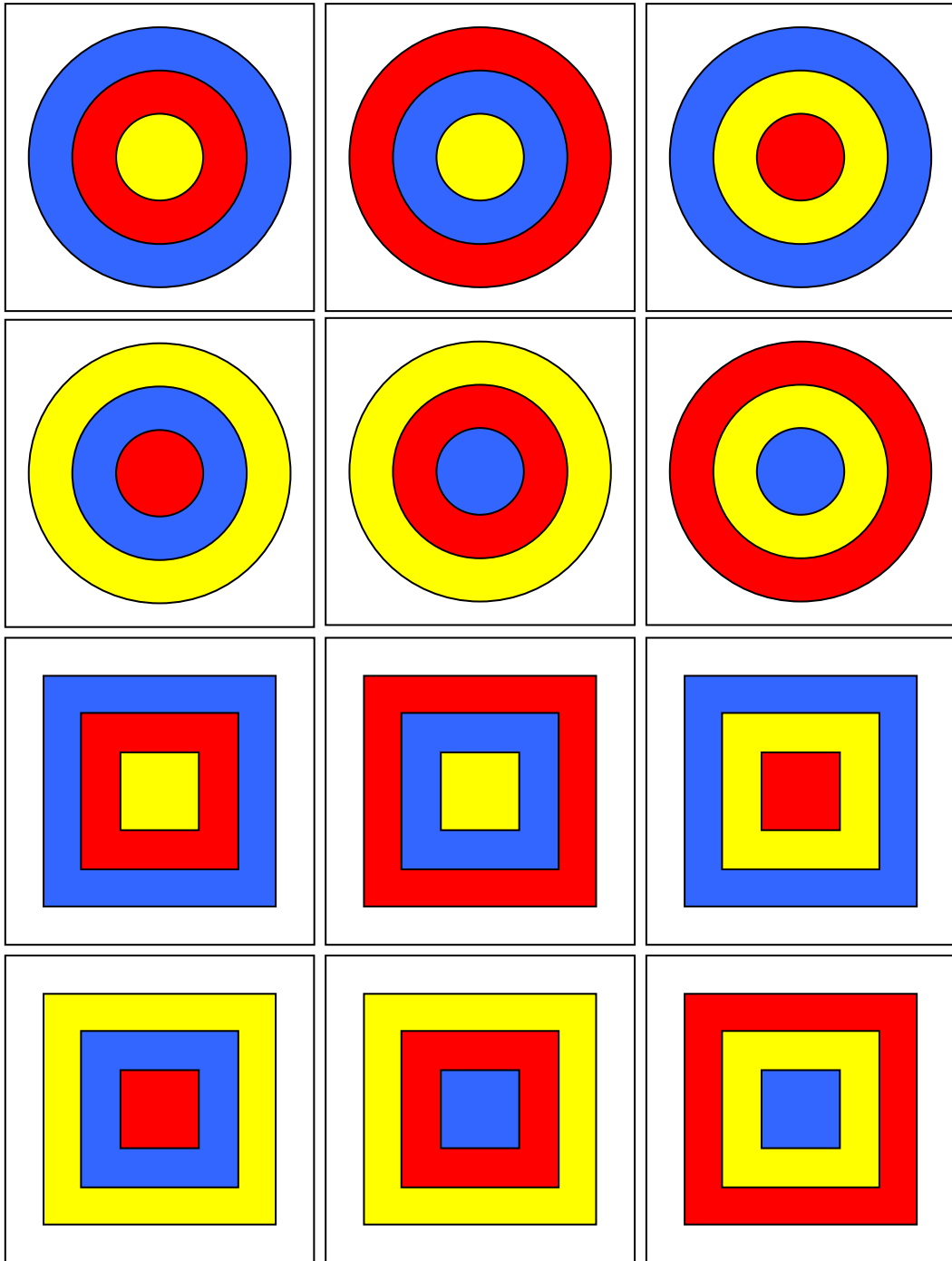
---

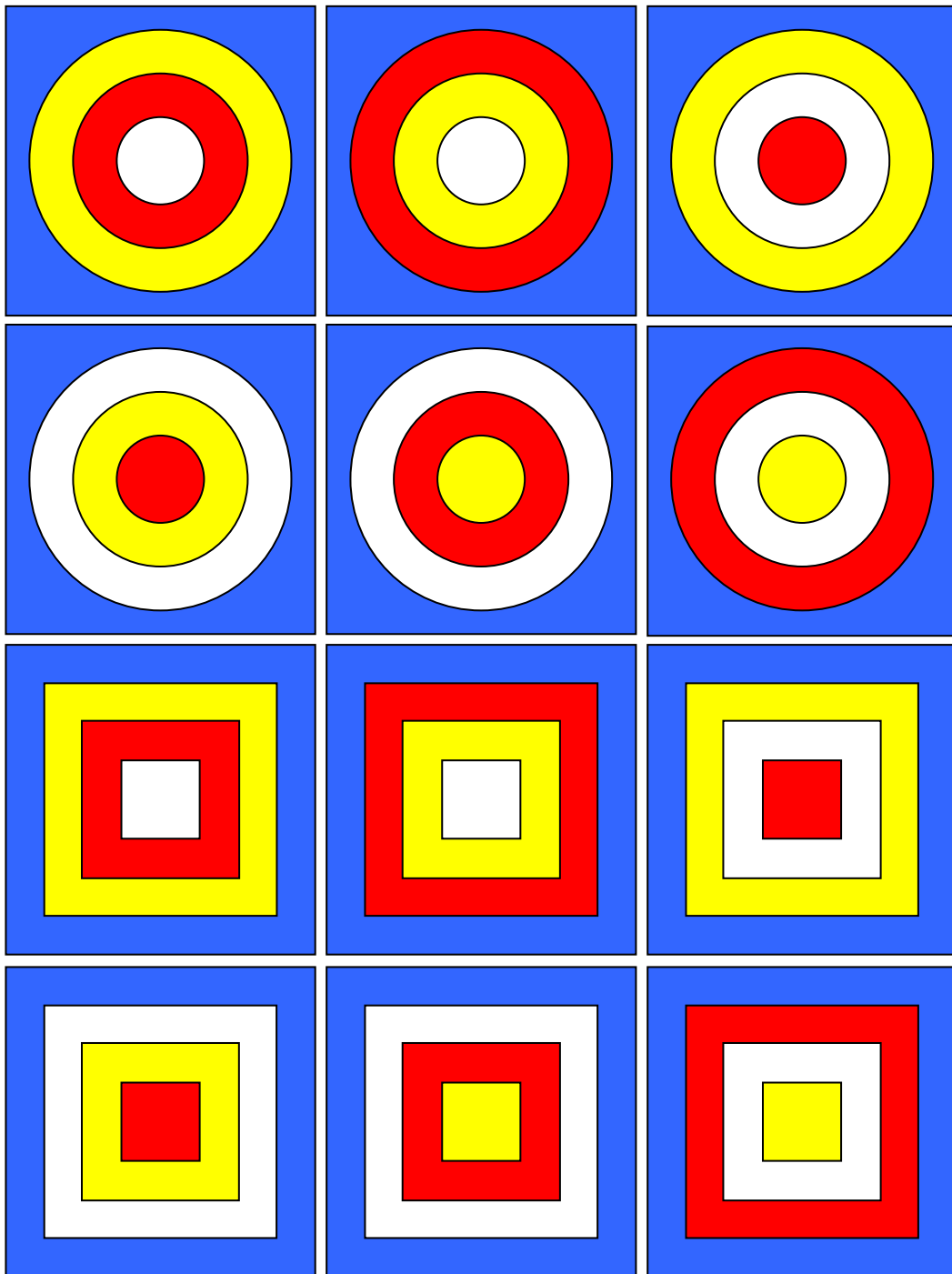
**CARTÕES COM QUATRO FIGURAS CONCÊNTRICAS**  
**COLORIDAS**

---



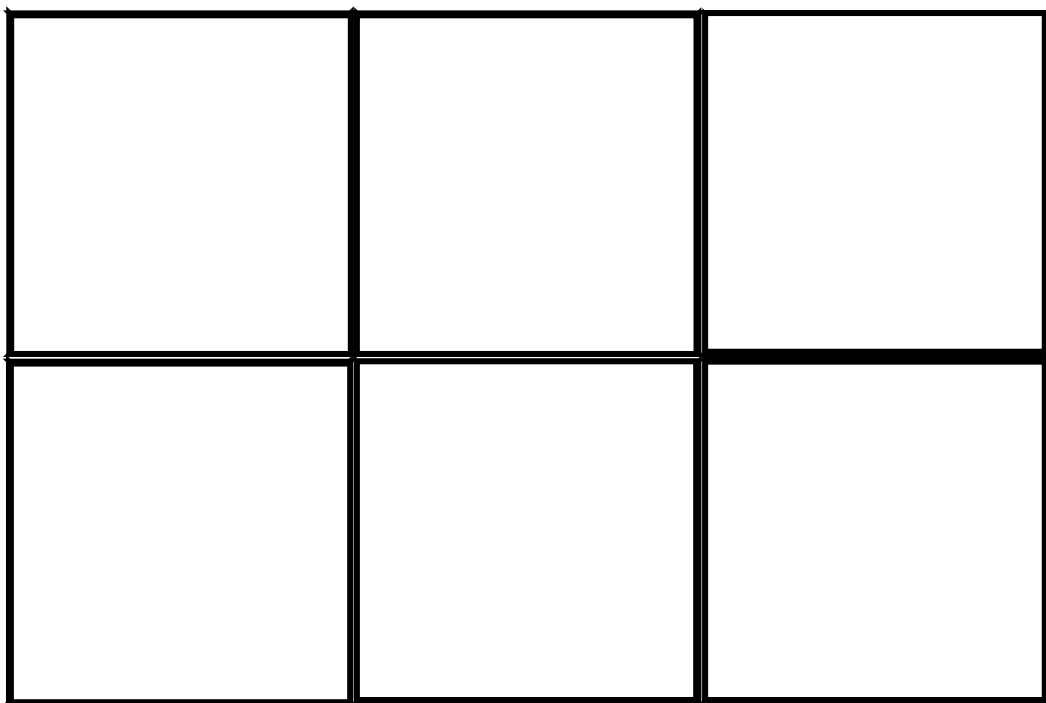
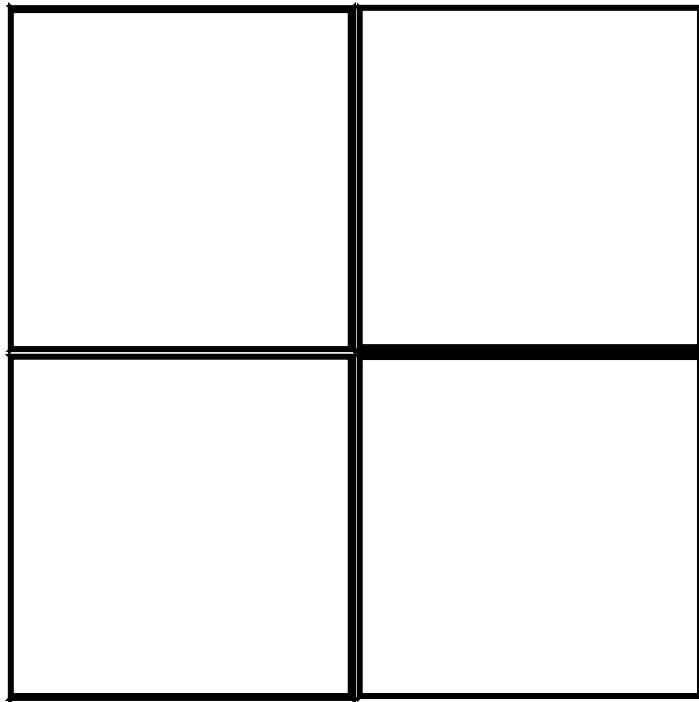


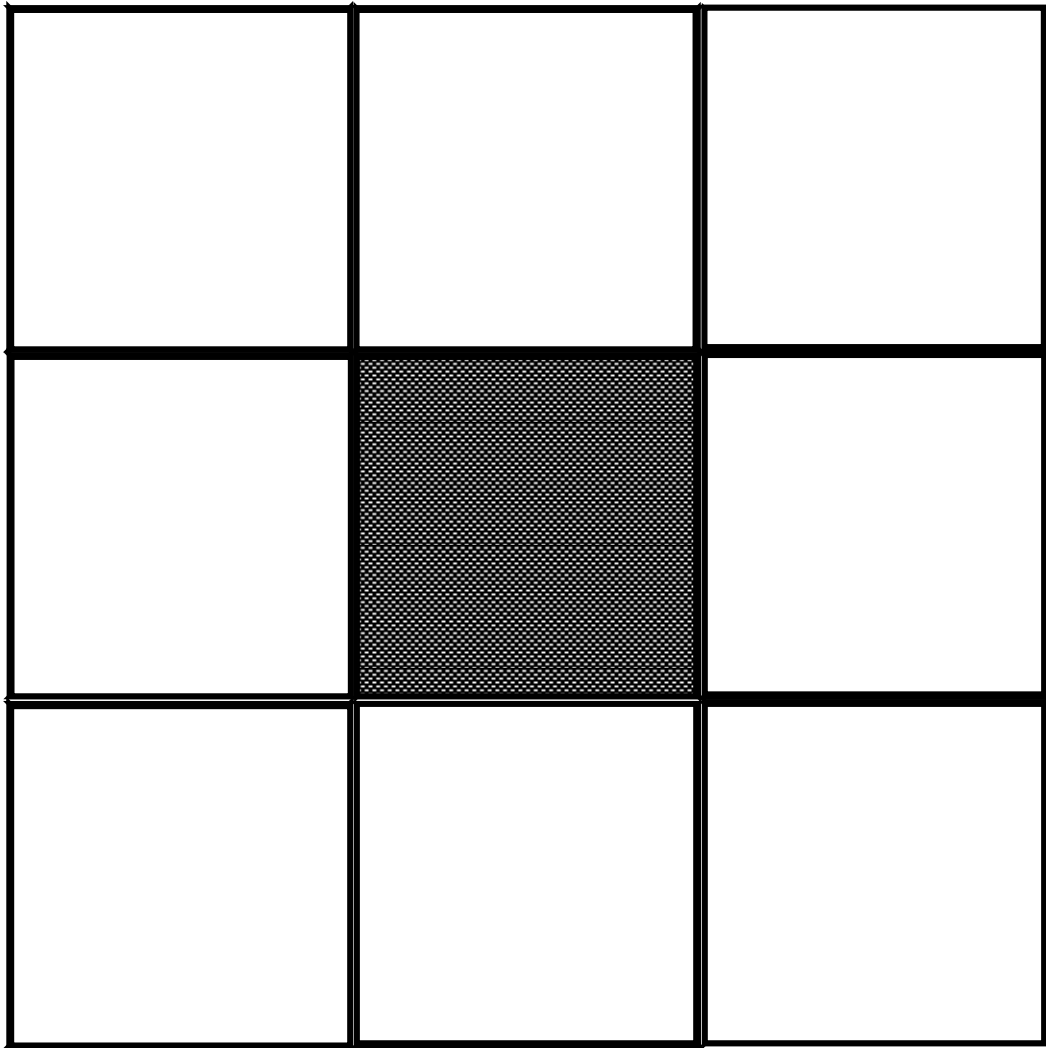




<b>Resultados</b>	<b>1 ou 4</b>	<b>2 ou 5</b>	<b>3 ou 6</b>
<b>Cores Estáveis</b>	<b>uma</b>	<b>duas</b>	<b>todas</b>








**NOTA IMPORTANTE:** Imprima esta página repetidas vezes, recorte-as e cole-as, criando os seus próprios tabuleiros.

## JLOGC#05 - JOGOS PARA O PENSAMENTO LÓGICO Nº 05

---

### DOMINÓS QUADRADOS 7-CORES

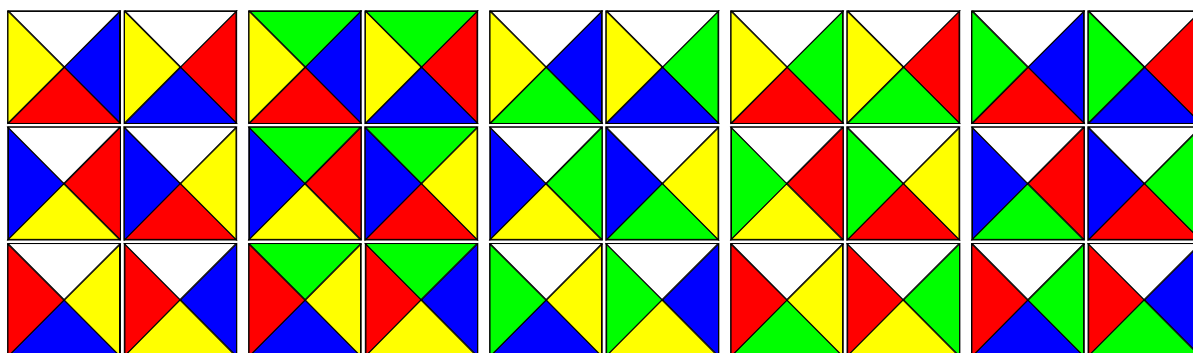
---

*Os Cartões Lógicos 7-Cores serão gerados a partir dos Cartões Lógicos 5-Cores, apresentados no JLOGC#02. Uma nova forma de jogar – híbrida - será possível com estes novos cartões, em que além do casamento de padrões, será exigido ainda o casamento de figuras ou cores distintas, ou seja, com estes cartões jogaremos o Jogo das Diferenças entre figuras e cores centradas nos cartões 5-Cores, e iremos, como anteriormente fazíamos no JLOGC#02, casar os padrões dos cartões que servem de suporte a estas novas figuras e cores.*

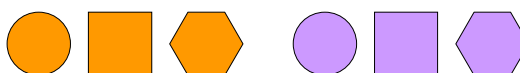
---

#### 5.1.- Reaproveitando os ‘Dominós Quadrados 5-Cores’

Os 30 *Dominós Quadrados 5-Cores* apresentados no JLOGC#02, e novamente reproduzidos abaixo, foram desenvolvidos como sendo adequados aos jogos que realizamos com os dominós típicos, aqueles em que se devem *casar os padrões existentes nas peças*. Ora, há também os dominós em que o que deve ser casado são as diferenças, como nos jogos apresentados no JLOGC#01, item 1.5., em que podíamos jogar o dominó de uma e de duas diferenças. No entanto, este tipo de dominó, o *Quadrados 5-Cores*, não se presta a este tipo de jogo. Mas vamos modificar isto.



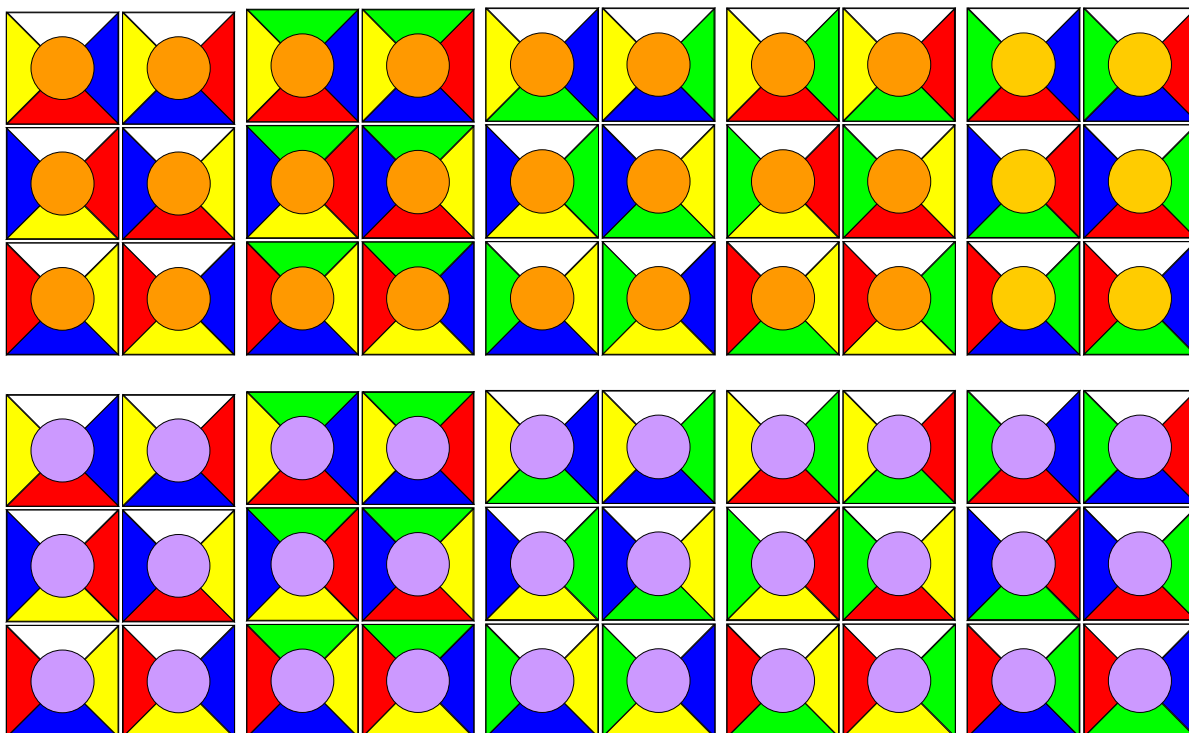
O que proporemos a seguir, é o seguinte: os 30 *Dominós Quadrados 5-Cores* estudados no JLOGC#02 serão aqui retomados e iremos acrescentar aos centros dos mesmos três figuras geométricas, a saber: um círculo, um quadrado e um hexágono, bem como, iremos colorir estas figuras ora com a cor laranja, ora com a cor lilás (roxo):



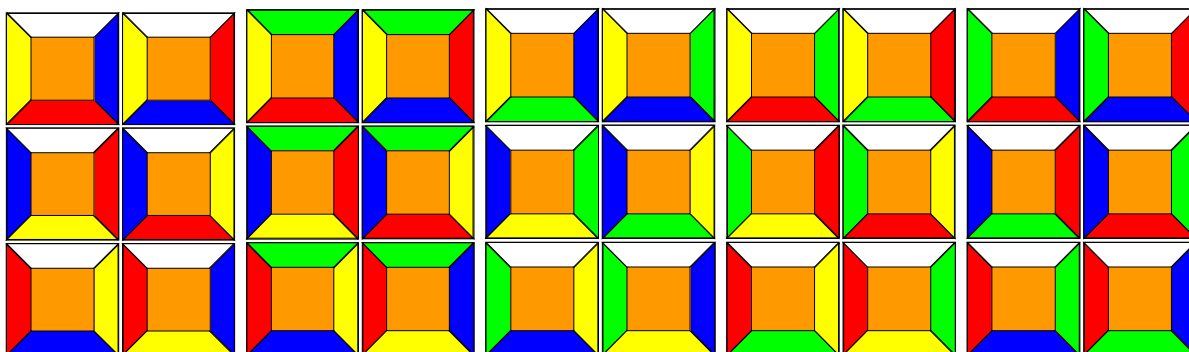
Com isto estes 30 dominós que são distintos um dos outros, passarão agora a ser 180 dominós distintos, como mostraremos a seguir.

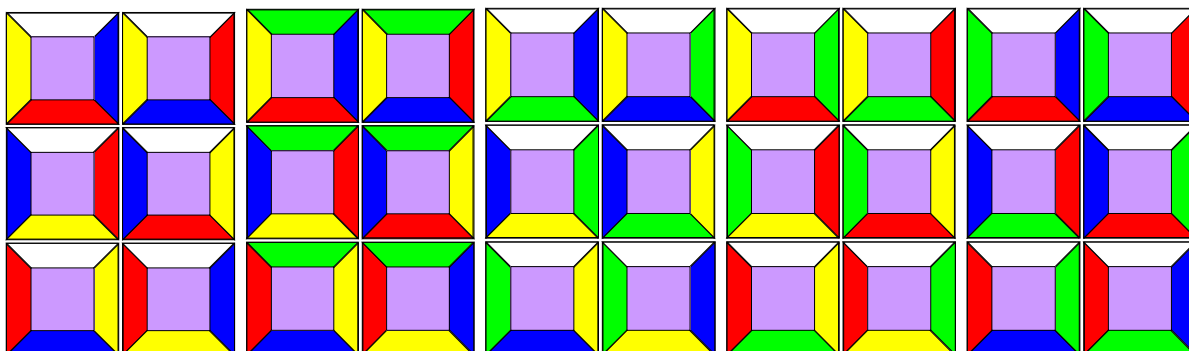
### 5.2.- Um Conjunto de 180 Dominós Distintos entre Si

O primeiro conjunto de dominós será gerado a partir das 30 peças do dominó com 5-cores pelo acréscimo de círculos centrais, ora na cor laranja, ora na cor lilás: 30 dominós x 2 cores laranja e lilás = 60 novos dominós, distintos entre si.

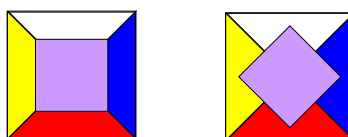


O segundo conjunto de dominós será gerado a partir das 30 peças do dominó 5-cores pelo acréscimo de quadrados centrais paralelos à borda dos cartões: quadrados centrais, ora na cor laranja, ora na cor lilás: 30 dominós x 2 cores laranja e lilás = 60 novos dominós, distintos entre si.

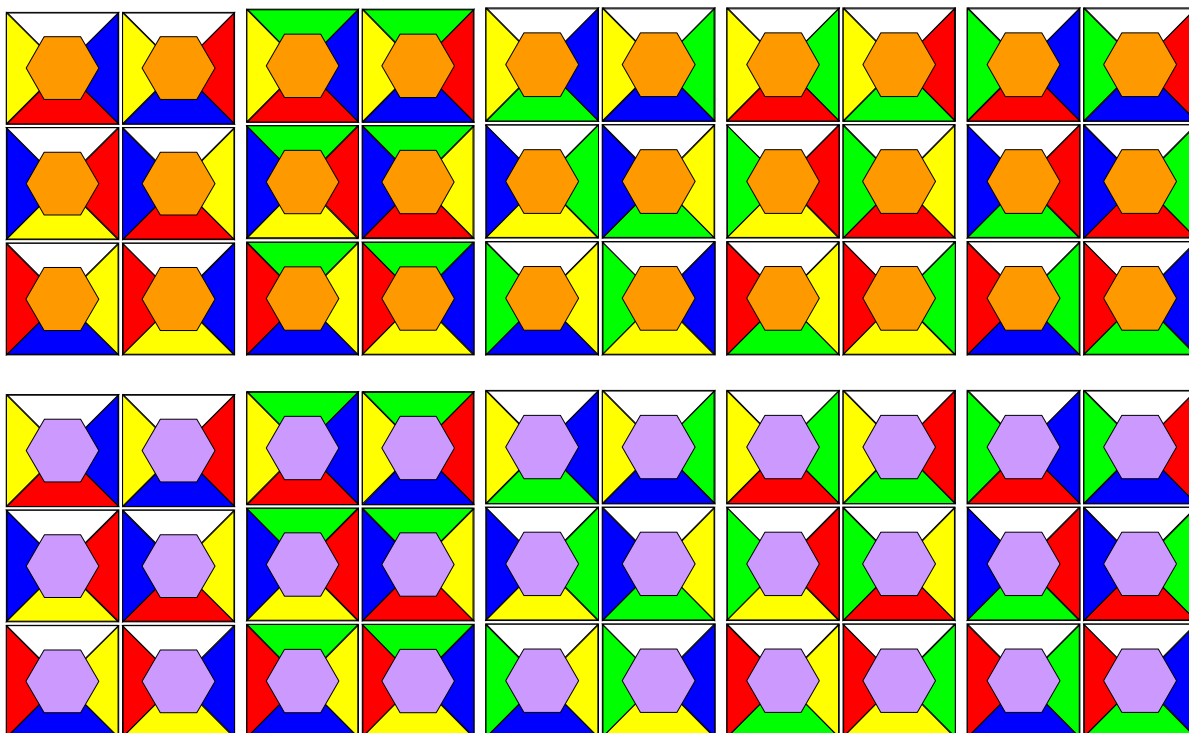




Observe que a escolha da colocação dos quadrados centrais com suas bordas paralelas às bordas dos cartões foi arbitrária, os quadrados poderiam ser posicionados em diagonal. O leitor irá encontrar no CD-R que acompanha este livro não somente os três novos conjuntos de cartões, mas aquele conjunto de que os quadrados estarão dispostos com suas diagonais, e não os seus lados, paralelos às laterais dos cartões.

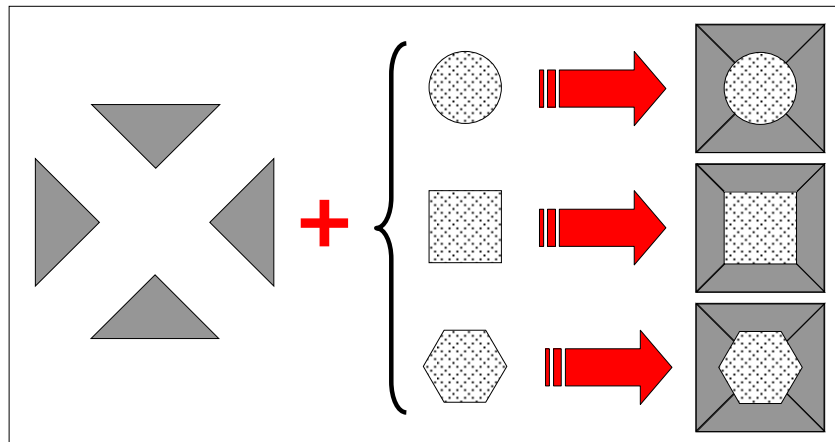


O terceiro conjunto de dominós será gerado a partir das 30 peças do dominó 5-cores pelo acréscimo de hexágonos centrais: hexágonos centrais, ora na cor laranja, ora na cor lilás:  $30 \text{ dominós} \times 2 \text{ cores laranja e lilás} = 60 \text{ novos dominós}$ , distintos entre si.



### 5.3.- Um Jogo de Casamento de Padrões e de Diferenças

Estruturalmente os cartões 7-cores são compostos por 4 triângulos idênticos cujas cores (amarelo, azul, vermelho, verde e branco) são ciclicamente combinadas 4 a 4 (possibilidades que são calculadas como um caso de: 5 vezes as *Permutações Circulares* de 4 elementos =  $5 \times 4! = 5 \times 3 \times 2 = 30$ ), e mais 3 figuras centrais que podem ser círculos, quadrados e hexágonos, como mostra a figura a seguir ( que resultam em  $3 \times 30 = 90$ ). Para a obtenção de todos os cartões 7-cores, basta adotar duas cores (laranja e lilás para colorir as figuras centrais) o que nos dá  $2 \times 90 = 180$ .



Os jogos de dominó com este tipo de cartão exige que os triângulos coloridos sejam casados segundo a identidade de cores, e que as figuras centrais sejam distintas uma das outras pela cor ou pela forma, no caso do dominó de uma diferença; e pela cor e também pela forma, no caso do jogo do dominó de duas diferenças.

#### 5.3.1.- A Quantidade de Cartões Envolvidos em um Jogo

Acredito que nós concordemos que não será muito prático jogar uma partida de dominó utilizando todos os 180 cartões do conjunto de cartões 7-cores. Assim, para que os jogos a seguir apresentados se tornem mais interessantes, deve-se embaralhar os cartões e utilizar apenas uma parte dos mesmos para jogar. Deste modo, sugere-se que dois jogadores possam jogar com 30 ou 40 dos 180 cartões, *por exemplo*. Três jogadores podem optar por jogar com 45 ou 60 cartões, e assim por diante. Um novo embaralhamento de todo o conjunto de cartões, bem como a quantidade de cartões a serem utilizados no jogo, devem ser estabelecidas a cada nova partida, permitindo assim que os jogadores possam discutir estratégias e formas de melhorar o desempenho.

#### Note que:

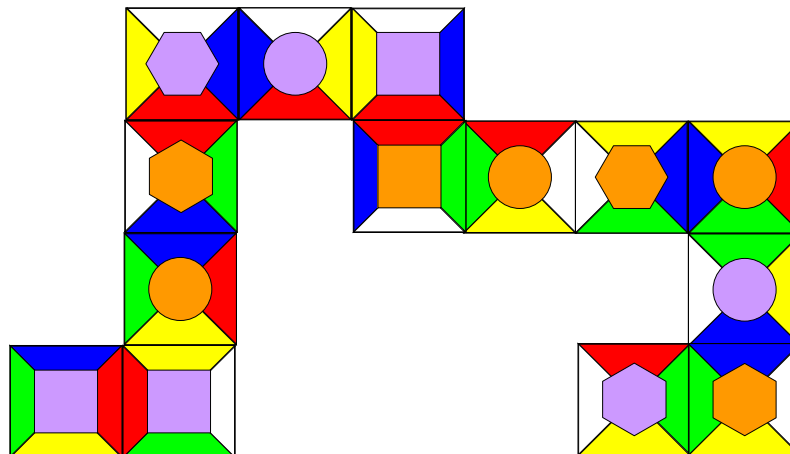
- Os cartões podem ser distribuídos em pequenas quantidades, mas sempre em quantidades iguais para cada um dos jogadores, e isto, com o objetivo de sobra

cartões que deverão ser colocadas sobre a mesa do jogo voltadas para baixo, formando aquilo que muitos denominam ‘morto’.

- Cada jogador, quando não tiver possibilidade de jogar um de seus cartões, poderá comprar um cartão, mas somente um, do ‘morto’ na sua vez de jogar.
- Perde a partida aquele que ao final do jogo estiver com a maior quantidade de cartões em suas mãos.
- Pode ser combinado no início do jogo que, o jogador sem chance de jogar, deveria comprar um cartão de um de seus oponentes no jogo. Isto não é obrigatório, mas dá ao jogo uma nova dimensão estratégica, pois fica a dúvida a cada instante, ao longo do desenrolar da partida: *“Seria melhor comprar um cartão do oponente com mais cartões ou daquele com a menor quantidade de cartões?”*

### 5.3.2.- O Jogo de Casamento de Padrões com Uma Diferença

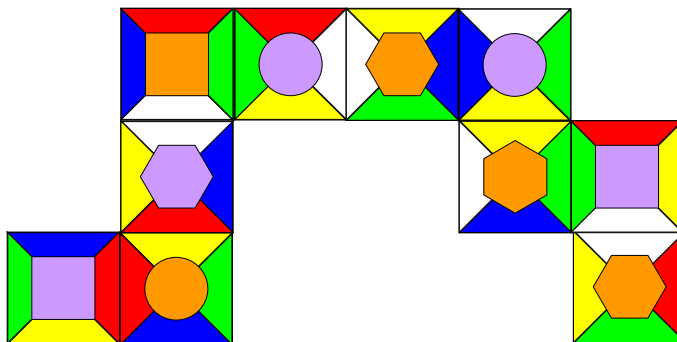
O exemplo a seguir mostra um trecho de um jogo em que há o casamento de padrões (entre os triângulos, quanto à identidade das cores) e uma diferença entre os elementos centrais do cartão lógico (quanto à forma ou quanto à cor).



### 5.3.3.- O Jogo de Casamento de Padrões com Duas Diferenças

O exemplo a seguir nos mostra quão limitado passa a ser o jogo, pois é fácil notar que haverá uma alternância nas cores das figuras centrais: se uma figura é laranja, ela deverá ser seguida de uma da cor lilás. Somente as formas é que irão variar sem um sequenciamento obrigatório. Confira a seguir.



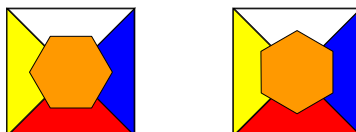


### 5.4.- Considerações Finais

O conjunto de Cartões 7-Cores, poderia ser ampliado para 8-Cores, o que tornaria o jogar com estes cartões mais difícil e possivelmente mais interessante quando se tratasse de um jogo com um bom número de participantes. Por isto no CD-R deste livro você encontrará um conjunto alternativo de cartões ‘7-cores’ em que a figura central aparece em cor-de-rosa, o que permitirá que você consiga formar o conjunto de cartões ‘8-cores’.

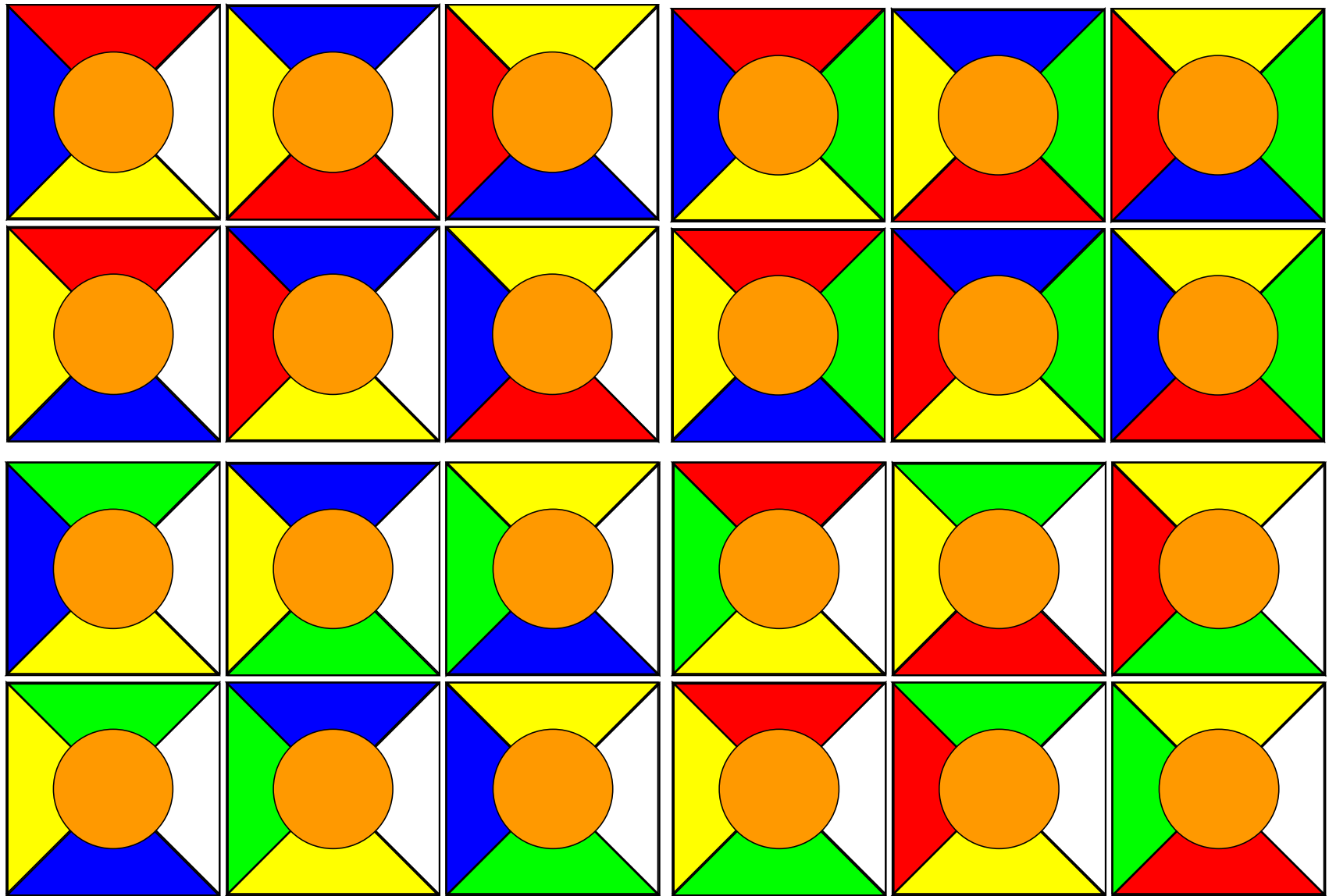
Ainda mais, no caso de cartões em que o quadrado central esteja localizado diagonalmente, o jogo das diferenças poderá levar em conta, além da forma das figuras centrais ou de sua cor, a posição dos quadrados se com lados paralelos à borda do cartão ou com as diagonais paralelas às bordas.

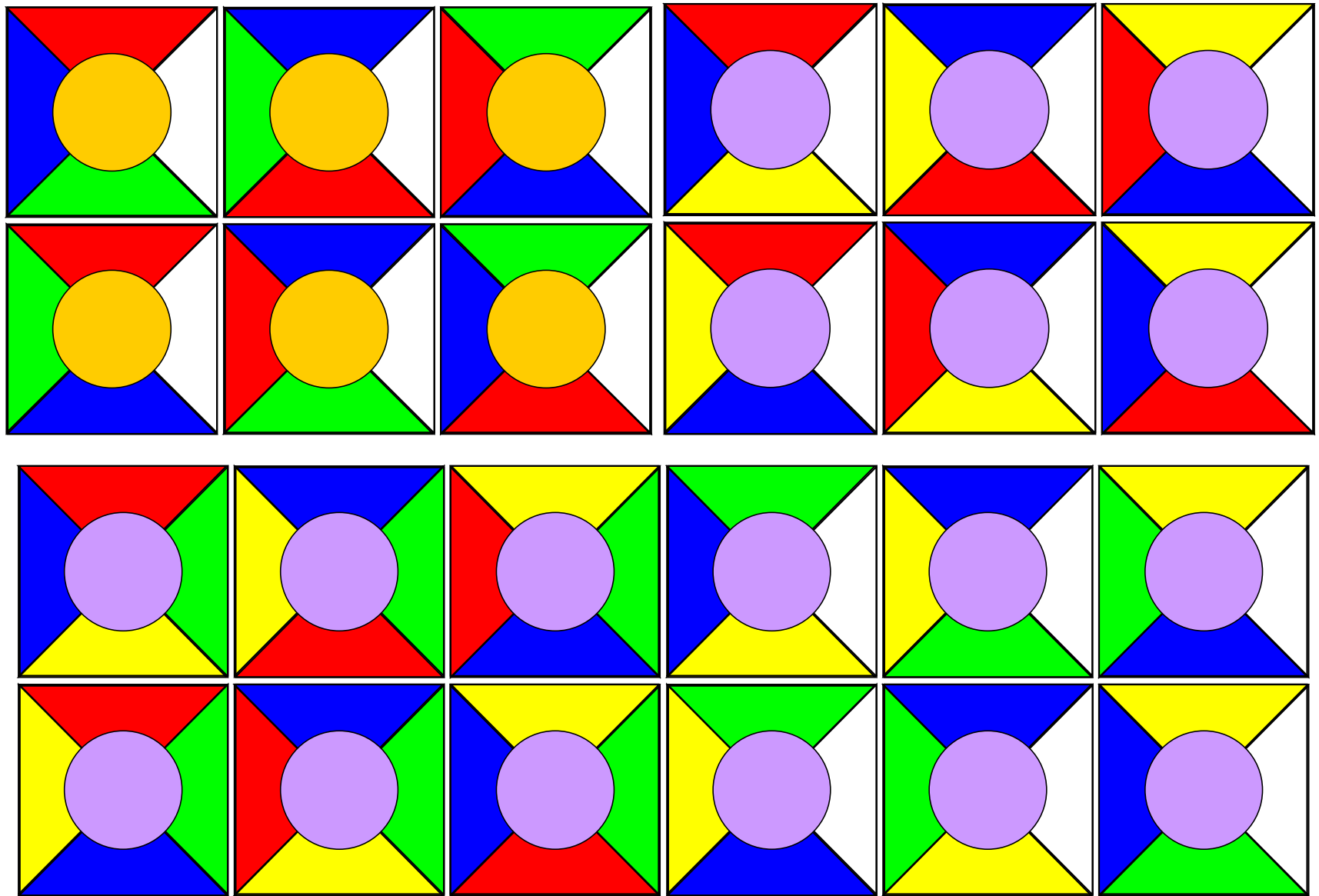
- No tocante à posição dos hexágonos, fica aqui uma proposta de Jogo para o Pensamento: no tocante à posição do hexágono, estes cartões são distintos?

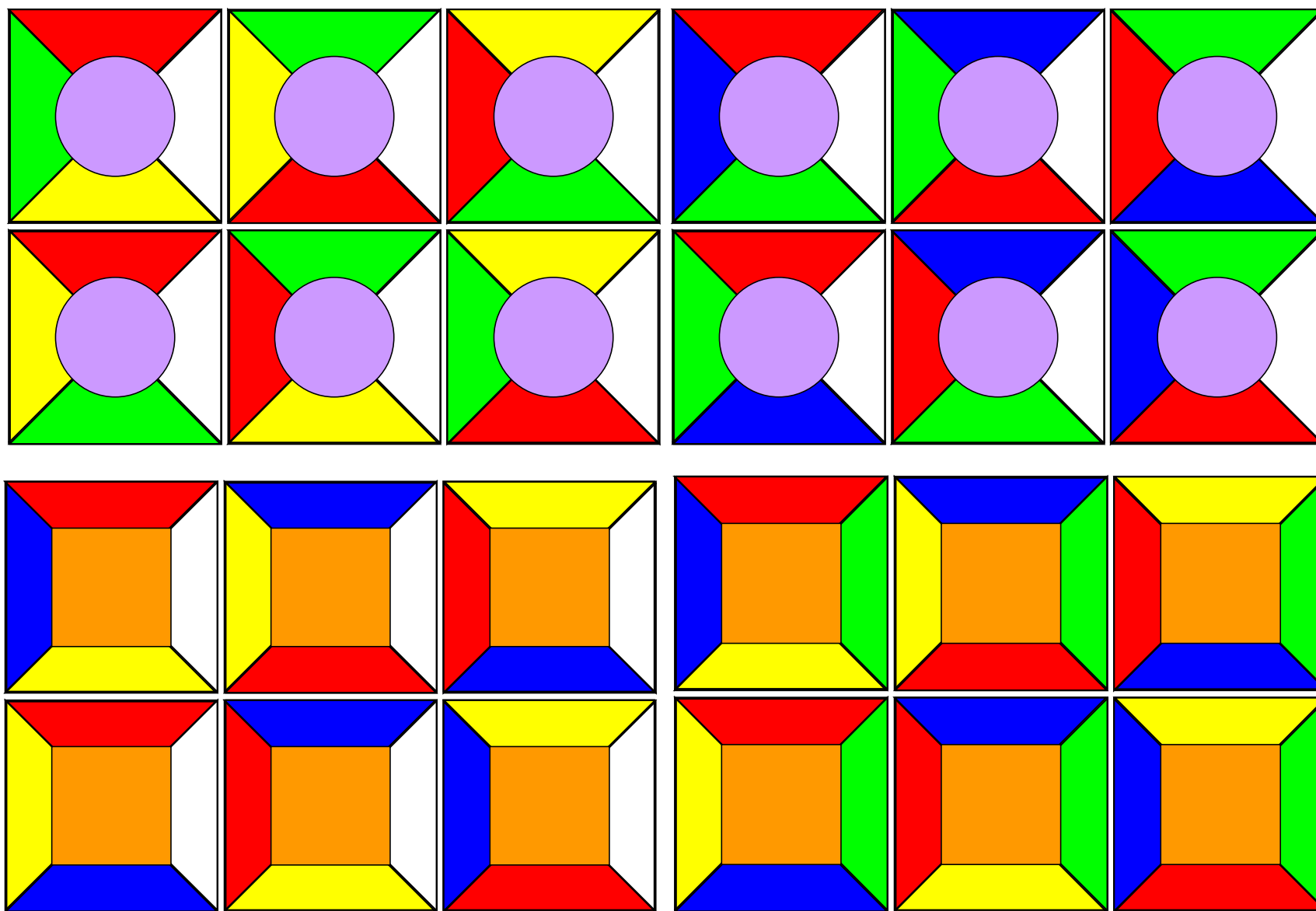


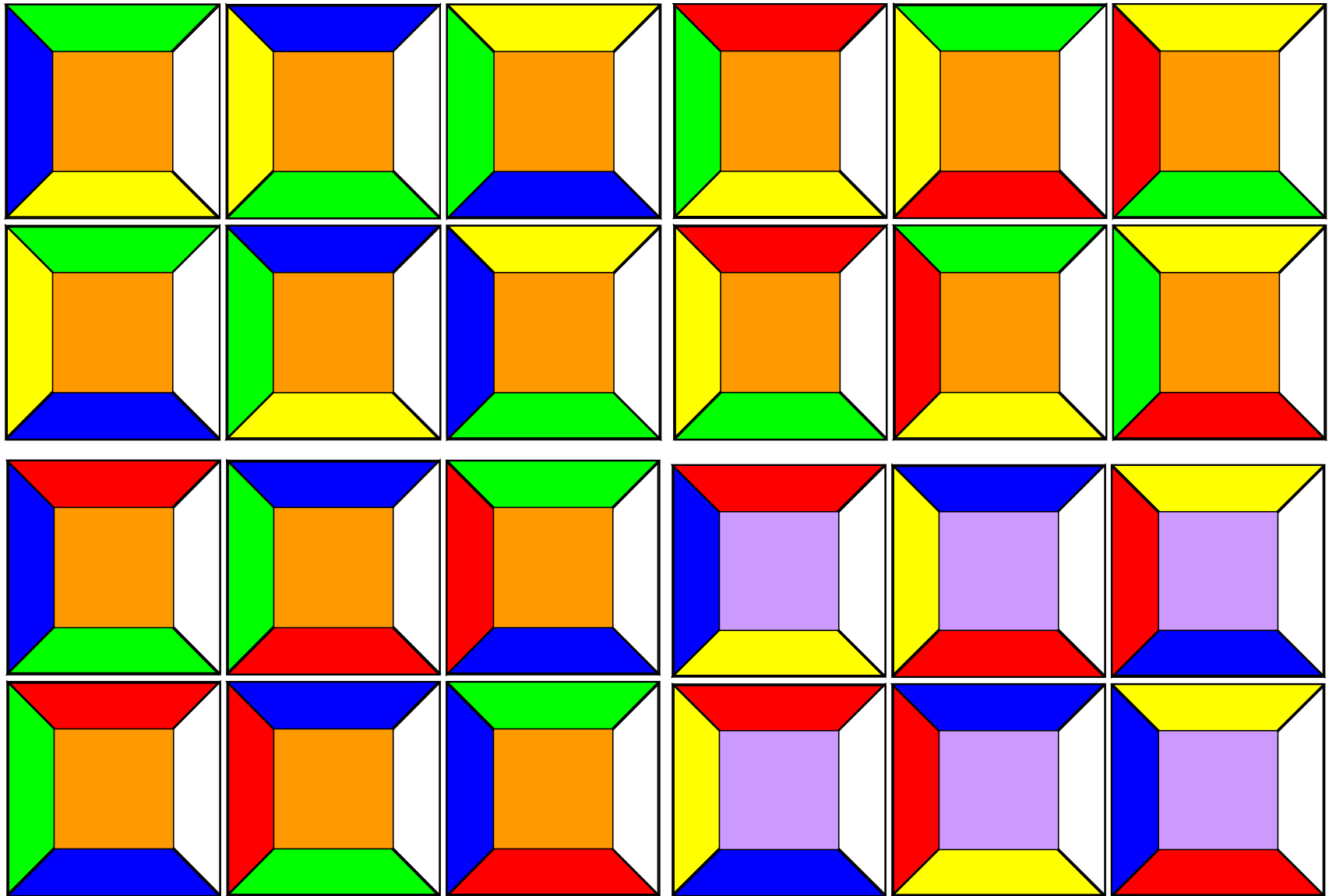
O leitor irá encontrar no CD-R, o conjunto de cartões em que o hexágono estará rotacionado de 30°, formando este novo conjunto de cartões.

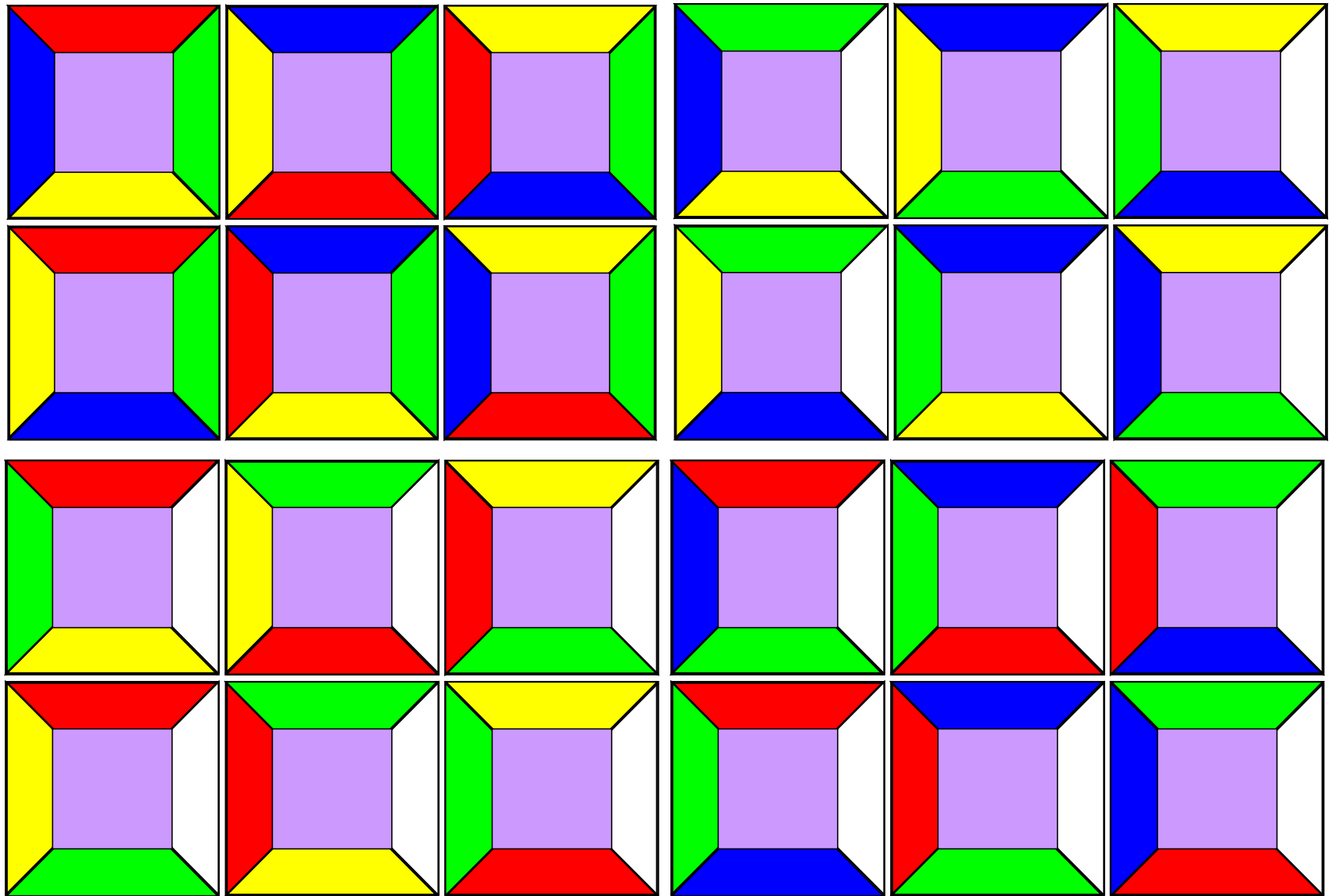
- O total de cartões que figuram no CD-R é 360. São os 180 7-cores, mais 120 com o quadrado e o hexágono rotacionados, respectivamente de 45° e 30° , mais os 60 cartões com os centro cor-de-rosa.

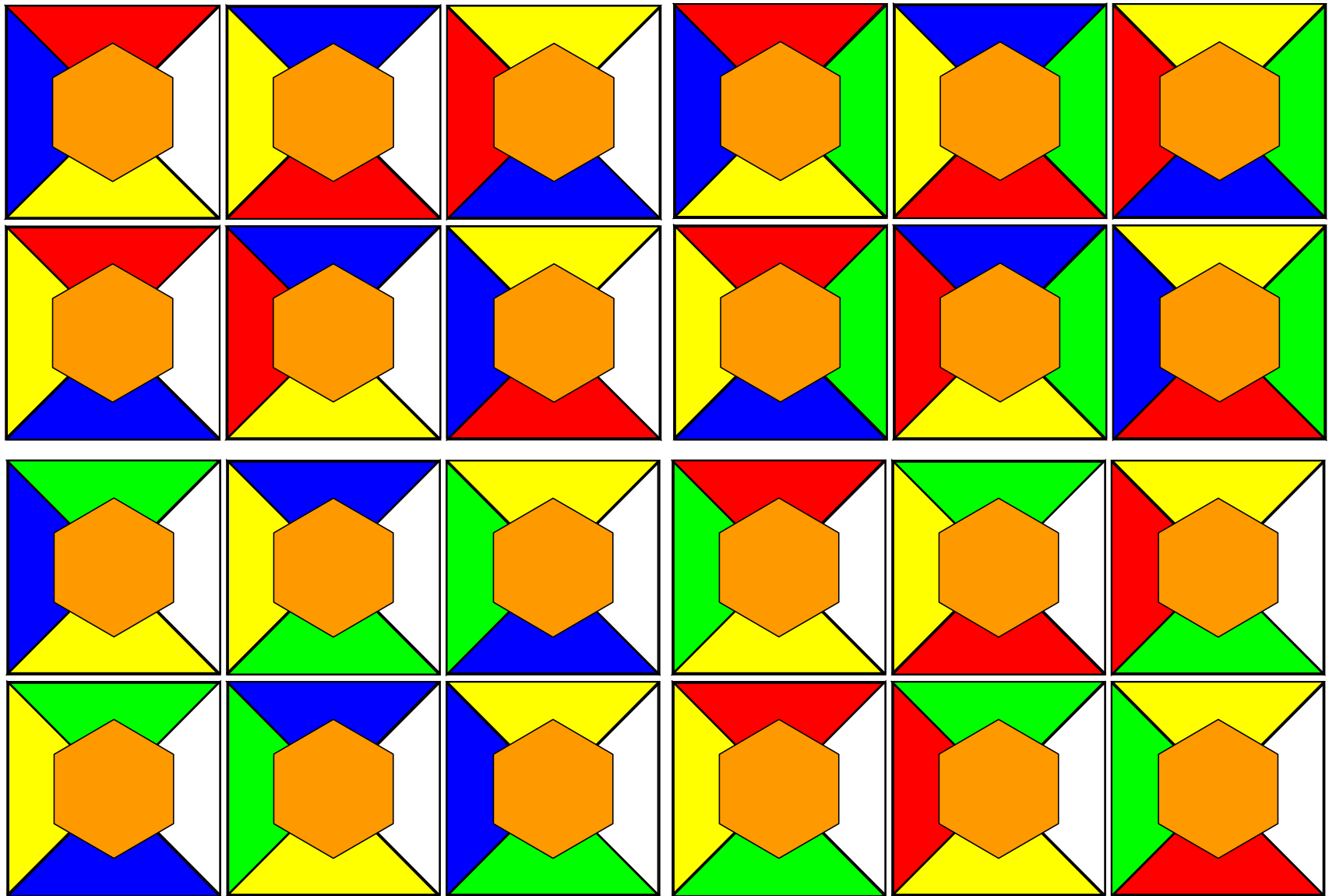


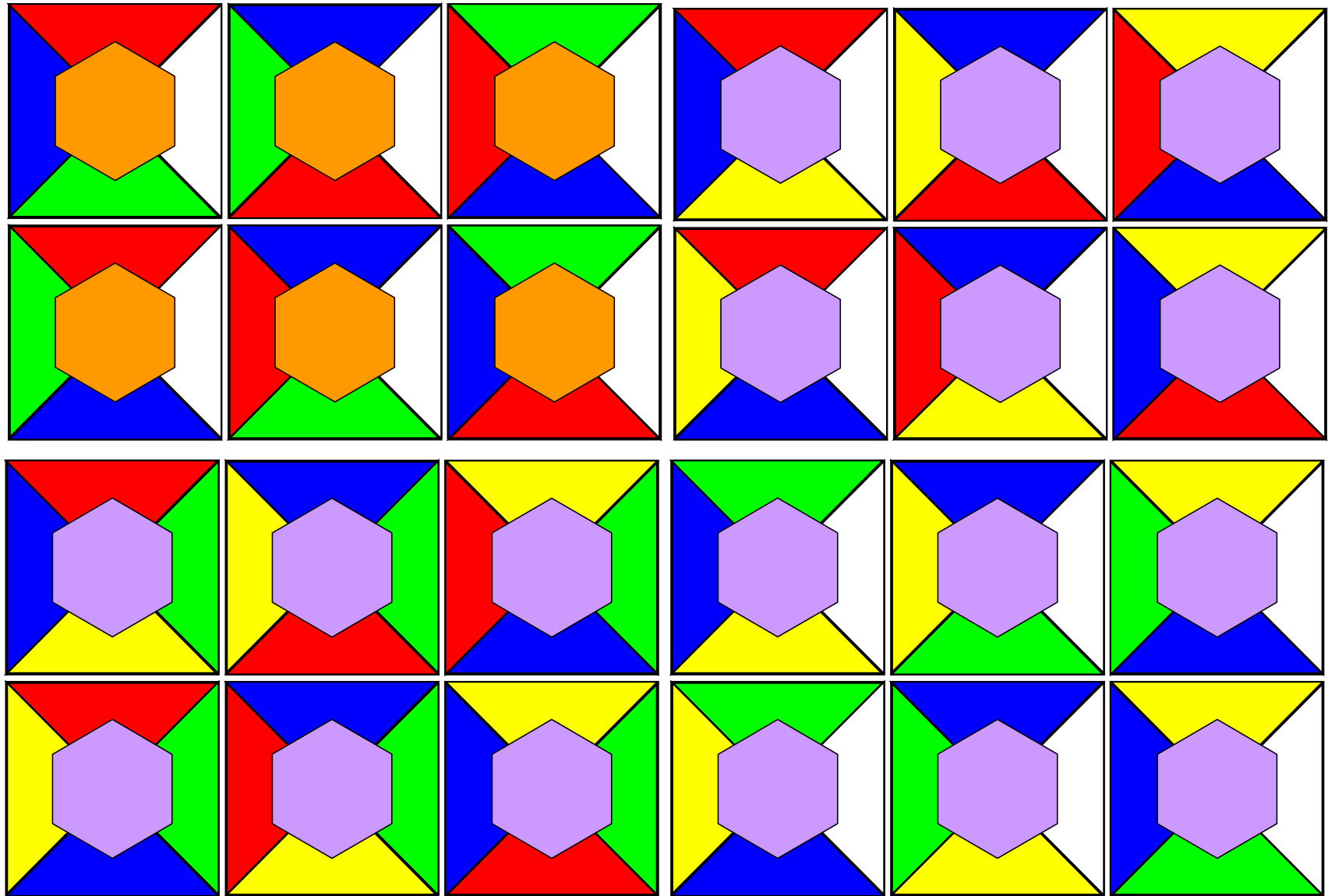




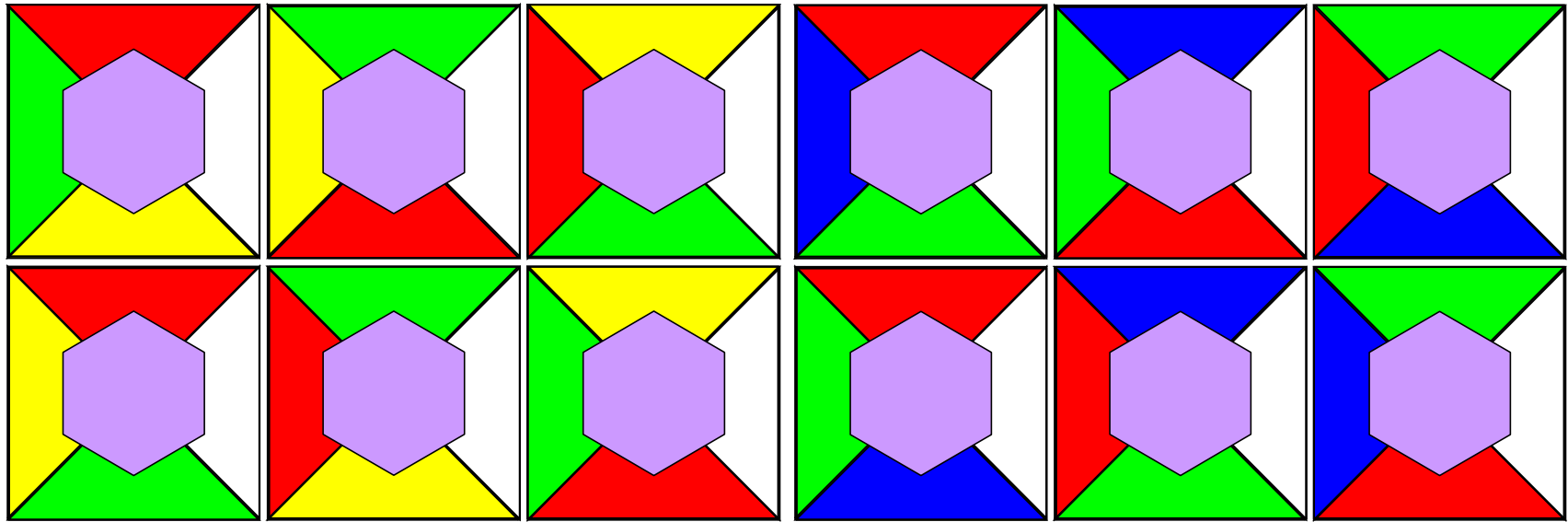


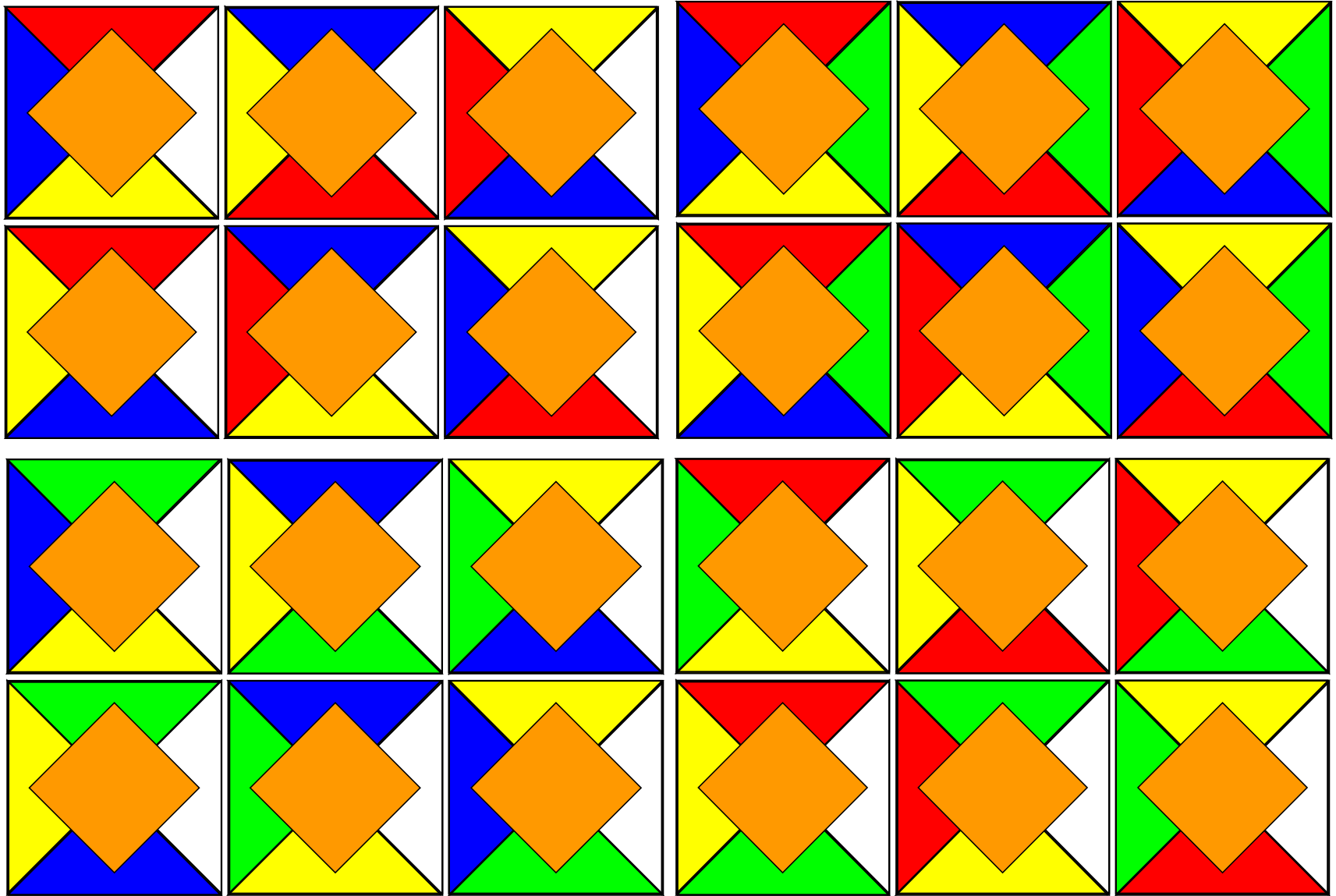


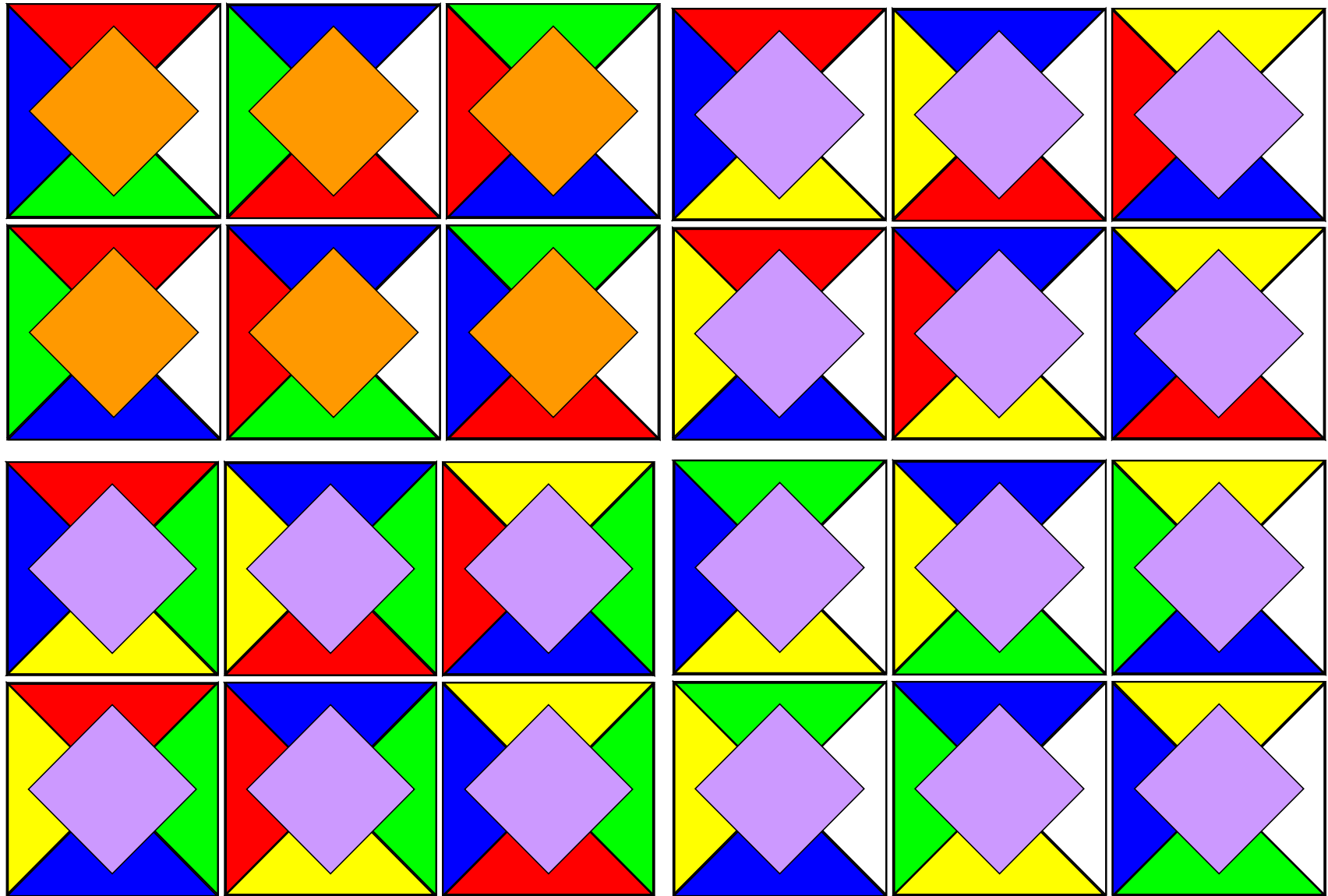


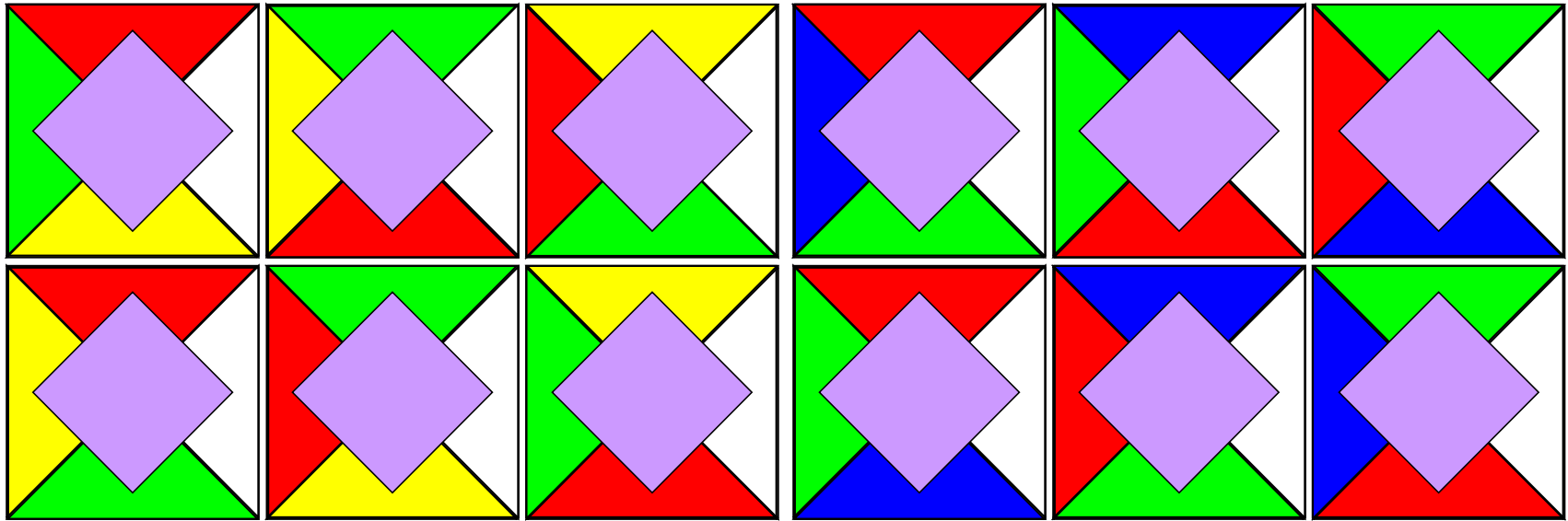


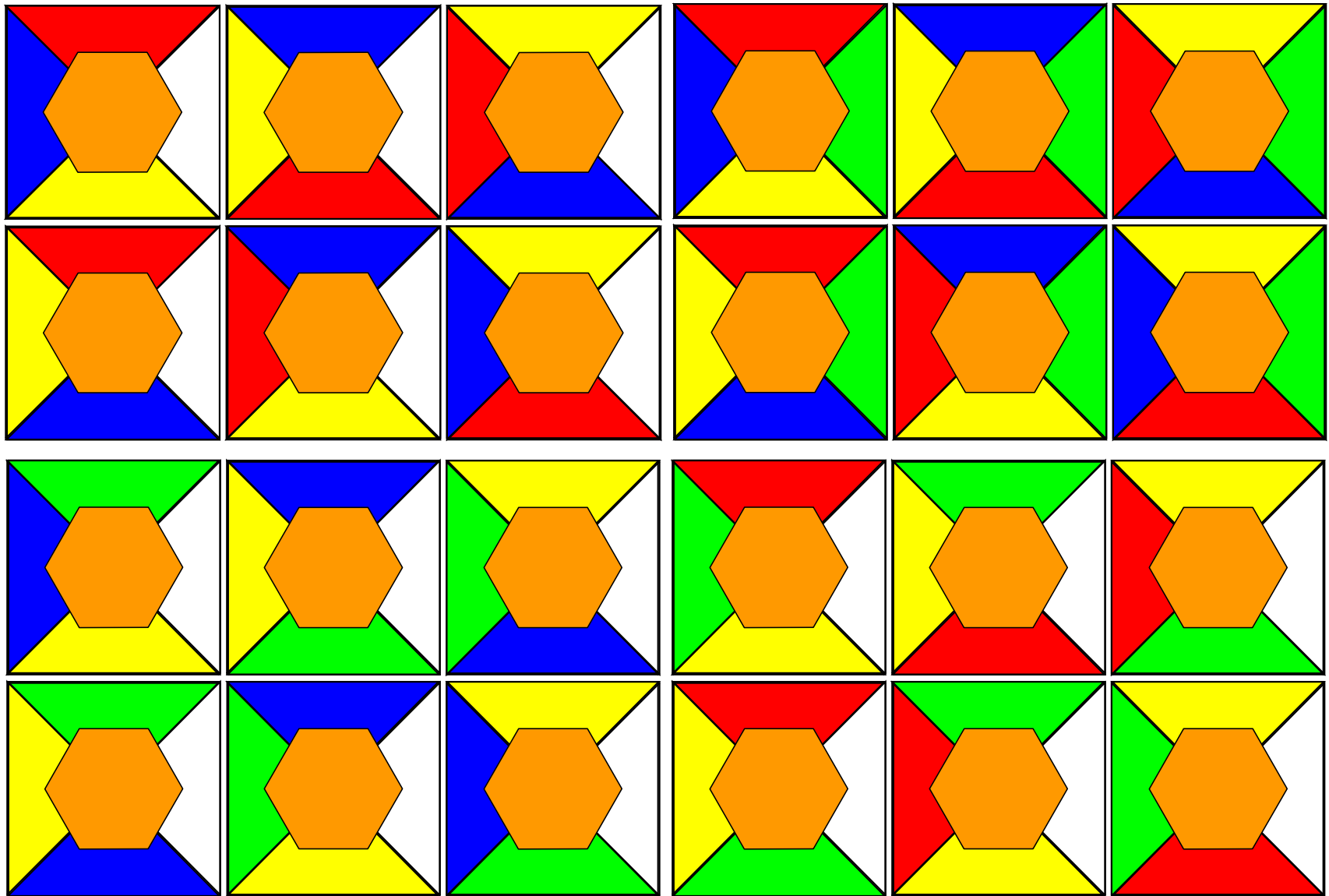


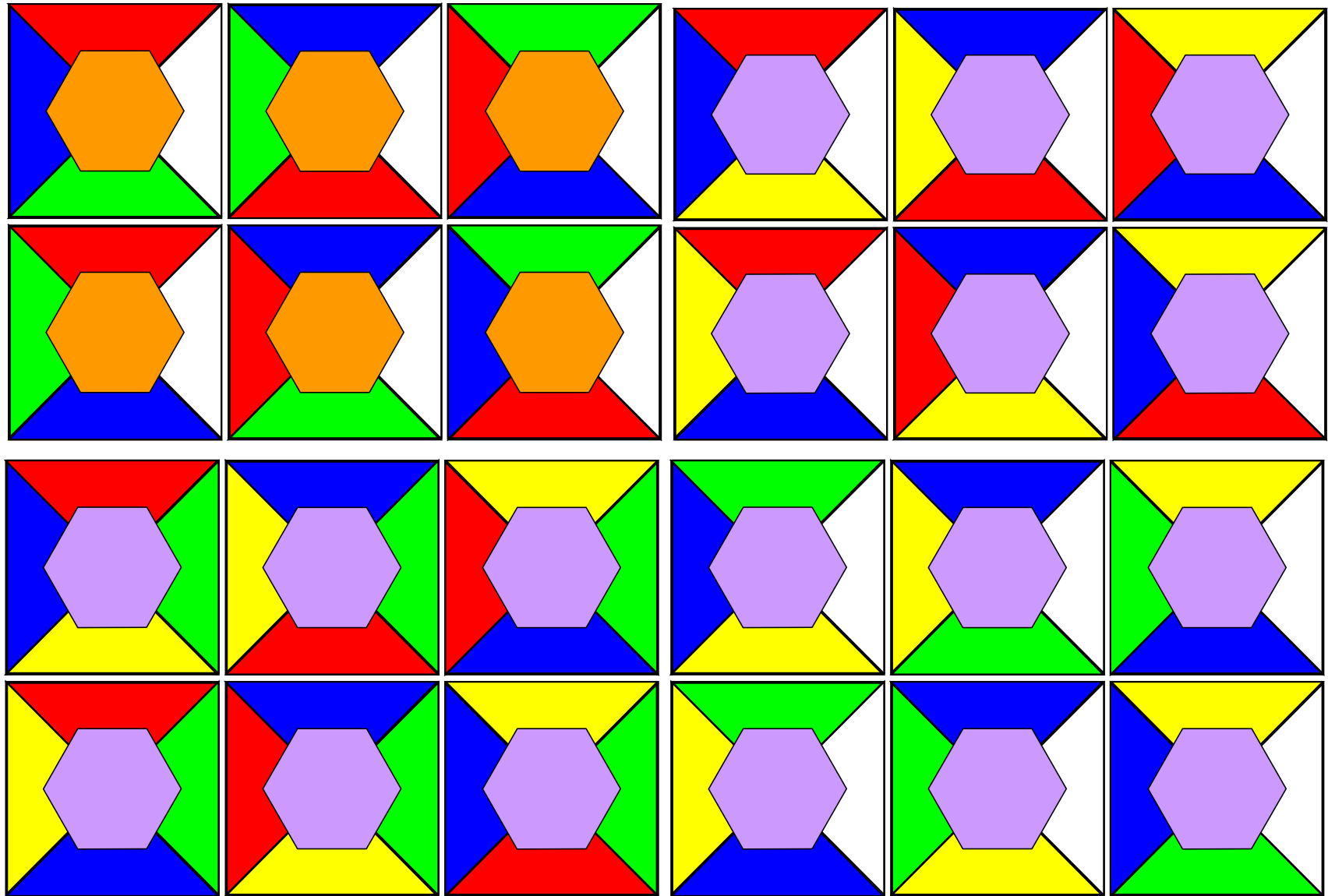


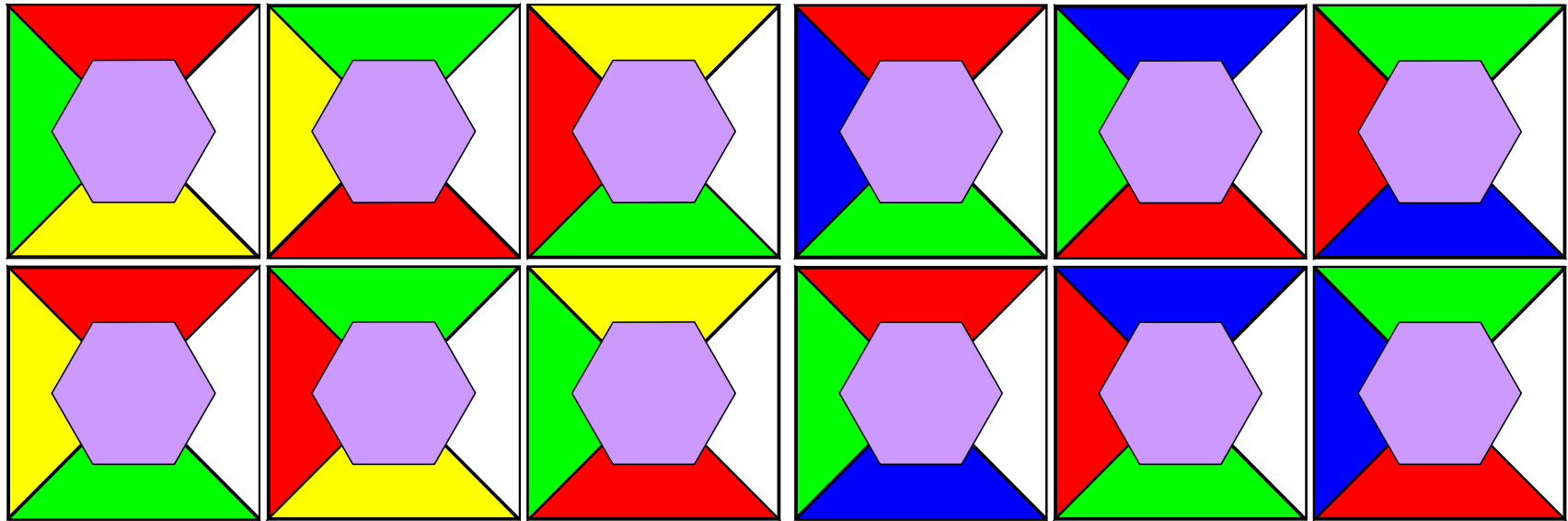


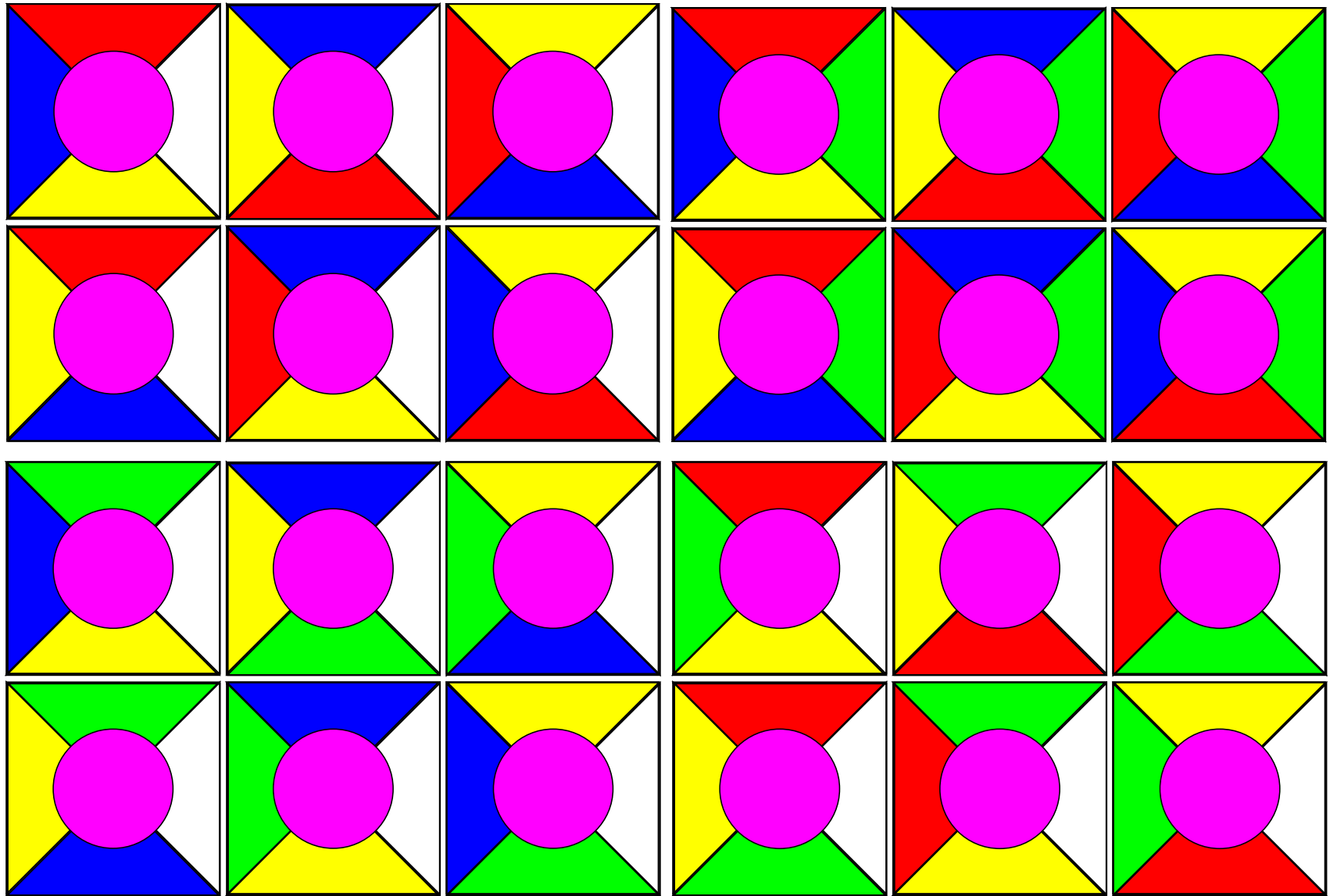




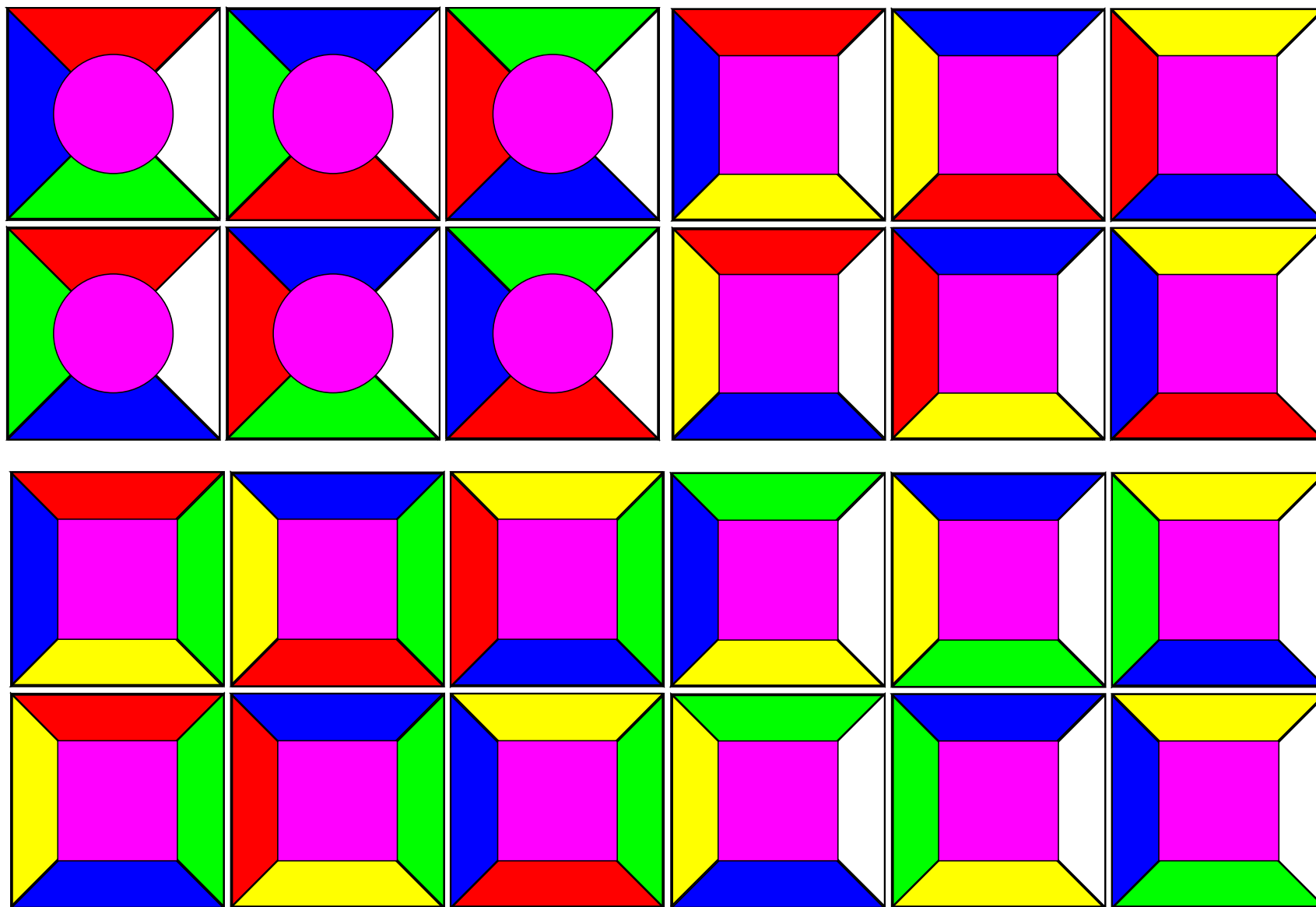


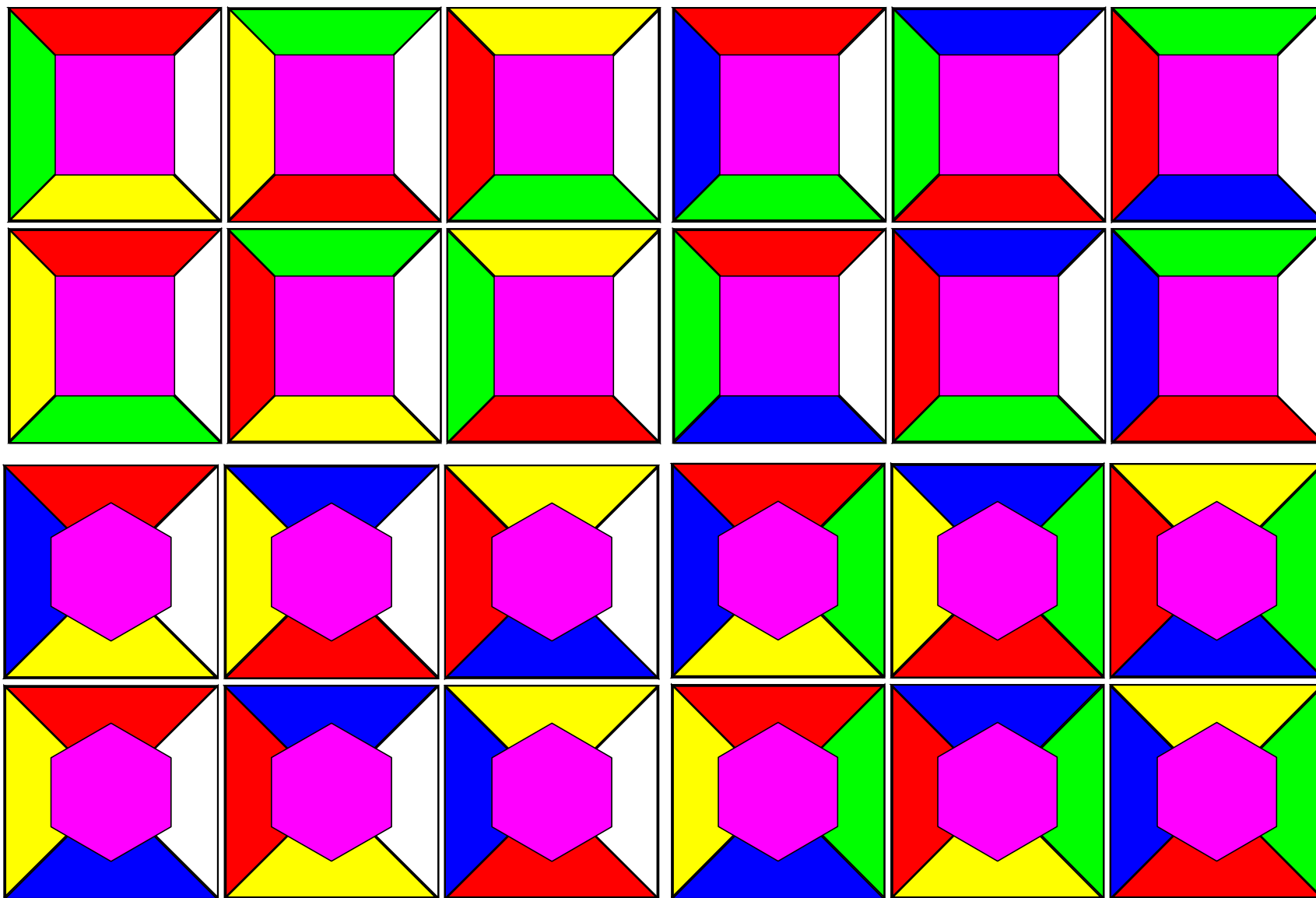


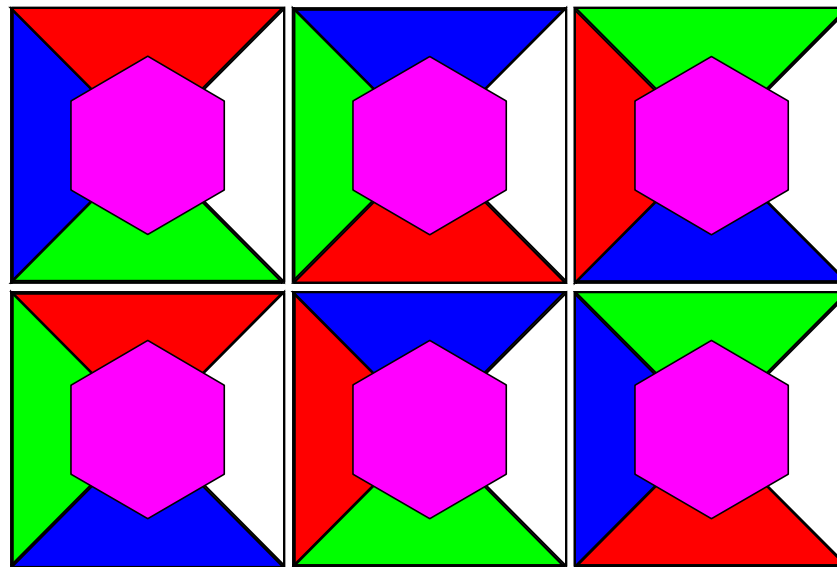
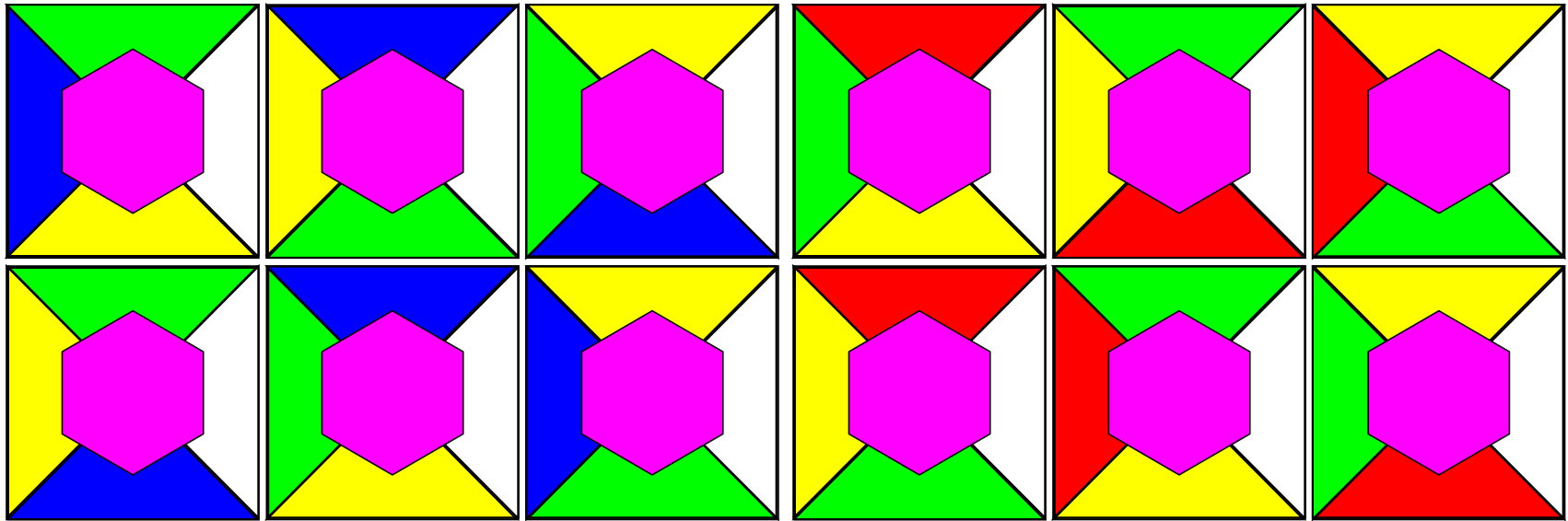












## **JLOGC#06 - JOGOS PARA O PENSAMENTO LÓGICO Nº 06**

---

### **BLOCOS LÓGICOS OU BLOCOS ATRIBUTOS**

---

*Os Blocos Lógicos ou Blocos Atributos é um notável conjunto de manipulativos concretos. Anteriormente utilizados por Vygotsky e por Hull em experimentos sobre a aquisição de conceitos, com Dienes, passa a ser utilizado como suporte para jogos Lógico-Matemáticos muito próximos daqueles apresentados em JLOGC#05. Os Blocos Lógicos ou Blocos Atributos, são apresentados ao leitor sob a forma de cartões lógicos – denominados Cartões Blocos-Símbolos – e sob a forma de Planiblocos. No entanto, caberá aos leitores interessados buscar nas diversas obras apresentadas no item 6.2.1. deste texto, as formas de uso deste material, bem como as regras para mais de uma centena de jogos lógicos possíveis com os Blocos Atributos.*

---

### **6.1.- Blocos Lógicos ou Blocos Atributos**

Os *Blocos Lógicos* ou *Blocos Atributos*, como vêm sendo denominados atualmente, se constituem num conjunto de 48 blocos sólidos totalmente distintos entre si, geralmente confeccionado em madeira, plástico ou em material emborrachado EVA<sup>1</sup> e que podem ser reagrupados por cor, tamanho, espessura e/ou forma, permitindo aos indivíduos, através de manipulação, a aquisição (assimilação), a organização (equilibração) e a conseqüente acomodação de conhecimentos lógicos à sua estrutura mental. O mais interessante sobre o uso destes manipulativos, é que os educadores podem observar, de forma vívida, *o como e quando os indivíduos, ao agirem através de manipulações naquele micromundo, compreendem as propriedades, as limitações, as regras, bem como fazem uso destas idéias conceituais para continuar jogando ou agindo “dentro” daquele mundo.*

Recentemente, por uma questão de conveniência matemática, este conjunto foi ampliado, passando de 48 para 60 blocos, o que será mostrado adiante. A escolha do valor ‘60’ é significativa na medida em que o número 60 tem mais divisores que o número 46:  $D(46) = \{1,2,23,46\}$  e  $D(60)=\{1,2,3,4,5,6,10,12,15,20,30,60\}$ . No caso de se adotar 60 Blocos Lógicos nós poderemos estabelecer uma maior quantidade de partições (criação de subconjuntos) neste conjunto de blocos.

---

<sup>1</sup> O ‘Edil Vinil Acetato – EVA’ é um material expandido (poroso) normalmente vendido em placas coloridas por quilo ou, por metro, no caso das menores espessuras.

### **6.1.1.- Blocos Lógicos de ‘Dienes’**

Os Blocos Lógicos ou Blocos Atributos se constituem num magnífico exemplo de ‘micromundo educativo’, não somente pela consistência de suas propriedades lógicas, como também pela sua completude e fechamento – a impossibilidade de que, os resultados das operações realizadas dentro deste ‘mundo’, tenham que ser buscadas fora dele. Zoltan Paul Dienes, um matemático húngaro, colaborador de Jean Piaget, divulgou em seus livros mais de uma centena de *Jogos Para o Pensamento Lógico-Matemático* que utilizavam as propriedades lógicas destes blocos. No entanto, há um fato muito curioso acerca dos nomes ‘Blocos Lógicos’ ou ‘Blocos Atributos’ que gostaríamos de mencionar.

Este manipulativo concreto chegou ao Brasil na década de 70 e foi amplamente divulgado com o nome *Blocos Lógicos “de Dienes”*, parecendo indicar, ou fazendo crer a muitos de nós, na época, que eles tivessem sido criados por Dienes. No entanto, estes blocos não foram criados por ele:

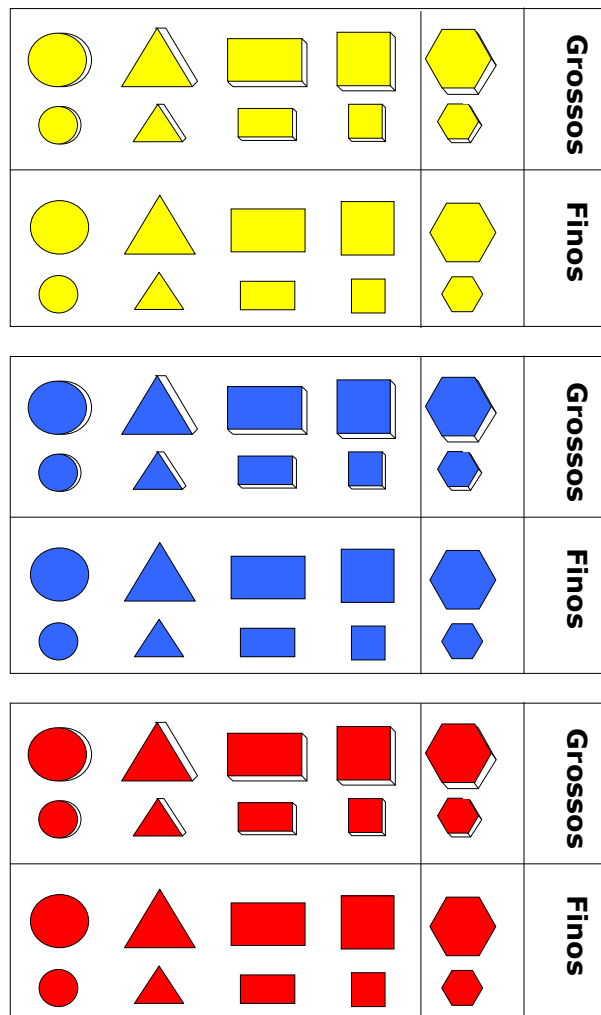
- In “Lógica e Jogos Lógicos” [Dienes 1976] , o próprio Dienes cita: “Esta técnica é utilizada há alguns anos para testar o pensamento lógico (formação de conceitos). Provavelmente, foi o psicólogo russo *Vygotsky* [Lev Vygotsky (1896-1934)] que a usou, pela primeira vez, de modo sistemático”.
- O texto de Dienes segue mencionando que Hull [Clark Leonard Hull (1884-1952)] também utilizou um material semelhante para testar suas concepções sobre crianças de cinco anos serem capazes de *pensamentos lógicos avançados* desde que os exercícios fossem convenientemente selecionados e adaptados ao estado de desenvolvimento das mesmas, evitando-se o verbalismo excessivo na comunicação entre o aplicador e a criança durante os jogos - manipulação do material concreto com vistas a formação dos conceitos lógicos.
- Dienes menciona, ainda, que os jogos envolvendo os “Blocos Lógicos”, possivelmente a ele atribuídos, devam ter a sua criação atribuída a Hull. Neste mesmo texto Dienes esclarece que alguns dos jogos foram por ele modificados e ampliados e que, certos aperfeiçoamentos, se deveram às próprias crianças. E finalmente, acaba por reconhecer que alguns jogos foram por ele criados, mas não menciona quais destes jogos foram por ele criados.

### 6.1.2. – O Conjunto de Blocos Ampliado: de 48 para 60 peças

Inicialmente, os Blocos Atributos possuíam 48 (quarenta e oito) peças em madeira, plástico, cartolina ou ainda de borracha EVA, concebidas com as seguintes características (atributos):

- CORES: azul, vermelho, amarelo (são as cores primárias);
- FORMAS: quadrado, retângulo, círculo e triângulo, sendo que nos conjuntos de blocos mais modernos foi acrescentada uma nova forma, o hexágono, de acordo com o que é realçado nas figuras a seguir.
- ESPESSURAS: fino e grosso
- TAMANHOS: grande e pequeno.

Veja na figura a seguir o desenho do conjunto blocos lógicos, já com o acréscimo dos blocos de forma hexagonal.



Assim, o simples acréscimo de mais uma forma ao conjunto de Blocos Atributos (o hexágono – mantendo-se as mesmas quantidades de espessuras, cores e tamanhos) elevou a quantidade de peças de 48 para 60. Para calcular estas quantidades basta multiplicar as respectivas quantidades de atributos entre si:

$$3 \text{ cores} \times 4 \text{ formas} \times 2 \text{ espessuras} \times 2 \text{ tamanhos} = 3 \times 4 \times 2 \times 2 = 48 \text{ blocos}$$

$$3 \text{ cores} \times 5 \text{ formas} \times 2 \text{ espessuras} \times 2 \text{ tamanhos} = 3 \times 5 \times 2 \times 2 = 60 \text{ blocos}$$

Há uma forte razão matemática para isto. Nos Estados Unidos estes blocos são muitas vezes utilizados ao longo de todo o processo de escolarização. Normalmente este conjunto de manipulativos se presta muito bem a servir como espaços amostrais para o cálculo das probabilidades. O número 60, por possuir uma quantidade maior de divisores do que o número 48, se mostrou uma alternativa bastante sábia em termos de quantidade dos blocos. A opção por construir o conjunto de blocos, modernamente, com 60 peças, irá permitir que eles sejam tomados como um espaço amostral que permitirá uma quantidade de experimentações maior do que aquela possibilitada pelo conjunto de blocos anterior, que somente possuía 48 peças.

Meramente por curiosidade, nós poderíamos sugerir que, ao invés de acrescentar uma nova forma, acrescentássemos um novo tamanho, além do pequeno e do grande – o tamanho médio. Veja como ficaria a nova quantidade de blocos:

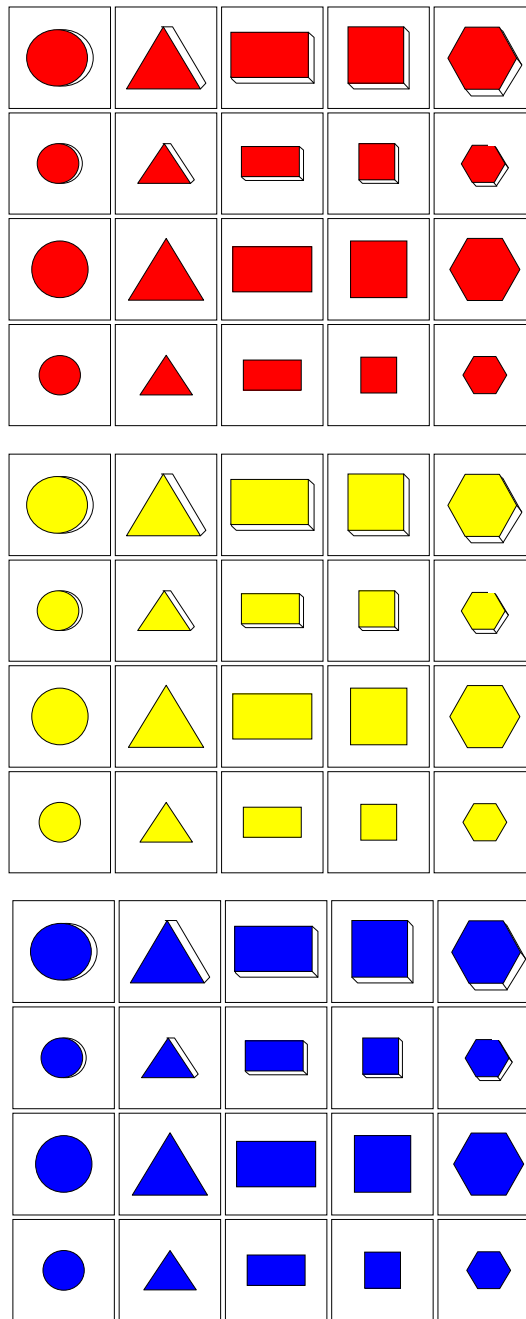
$$3 \text{ cores} \times 4 \text{ formas} \times 2 \text{ espessuras} \times 3 \text{ tamanhos} = 3 \times 4 \times 2 \times 3 = 72 \text{ blocos}$$

quantidade esta que possivelmente não oferecesse as mesmas vantagens do que a anteriormente escolhida, a de 60 blocos.

## 6.2. – Trocando os Blocos por Cartões Blocos-Símbolos

Apresentamos aqui um conjunto de 60 cartões que *simbolizam* os blocos lógicos. Iremos denominá-los Cartões Bloco-Símbolos. Consideramos que estes cartões simbólicos não possam substituir num primeiro momento os blocos atributos – geralmente feitos de madeira, mas encontráveis ainda em plástico ou borracha EVA. Isto se deve ao seguinte fato: um símbolo ou uma representação simbólica é aquilo que, por um princípio de analogia, por sua forma ou sua natureza, evoca, representa ou pretende substituir, num determinado contexto, algo ausente. Assim é que, cada um dos cartões simbólicos apresentados a seguir deve ser tomado como uma figura convencional elaborada expressamente para representar um dado bloco e, portanto, por não serem os blocos

propriamente ditos, deve-se procurar estabelecer, de forma suficientemente clara, uma correspondência entre os ‘blocos de facto’ e as suas imagens, aquelas que figuram nos cartões.



Convém ao leitor considerar ainda, o seguinte:

- Os 60 cartões apresentados acima apenas ganham significado após as crianças tomarem contacto com os blocos, tradicionalmente confeccionados em madeira, plástico ou borracha – o que denominamos material ‘concreto’.



- Após esse primeiro contacto, que permitirá às crianças o estabelecimento de uma correspondência biunívoca entre o material ‘concreto’ e os cartões – que no caso são simbólicos (ou abstratos) –, é que se aconselha a utilizar estes conjuntos de cartões.
- Há um motivo bastante forte para que se utilizam os cartões ao invés dos blocos:
  - Os blocos lógicos confeccionados em madeira, ou mesmo aqueles confeccionados em qualquer outro material são muito caros;
  - Numa sala de aulas com 40 crianças precisaríamos, *no mínimo*, de 10 caixas do material, sendo que cada 4 crianças trabalhariam com uma caixa do material;
  - A perda – o que é muito comum – de uma única peça (um bloco) inutiliza o material, pois o conjunto de blocos restante deixaria de ser um micromundo – o bloco perdido se tornará uma falta grave e irreparável;
  - Os cartões, em caso de perdas ou danos, podem ser facilmente repostos, um bloco, não.

### **6.2.1.- Sobre a Bibliografia (em Português)**

Consideramos que seria de suma importância para o leitor do presente texto o acesso, de imediato, às obras publicadas em português que se referem aos Blocos Lógicos, não apenas como obras de consulta, mas de leitura possivelmente obrigatórias. Estes livros, que também listados na Bibliografia, são os seguintes:

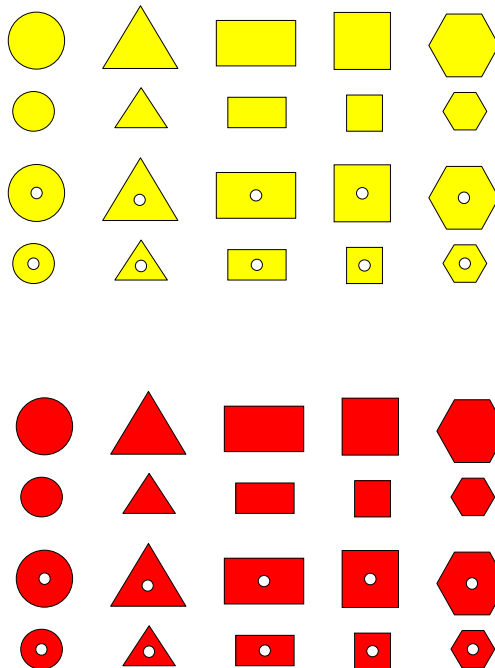
- 1) “*Pensar é divertido*” [Khote 1977]: livro totalmente sem ilustrações que, curiosamente, remete, a quase todo instante o leitor a um encarte – um pequeno folheto separado do livro, com diagramas, gráficos e ilustrações, todos em cores, apresentando as atividades, os esquemas e os jogos citados no corpo da obra. A EPU, editora desta obra, também comercializa uma caixa de Blocos Lógicos confeccionados em plástico.
- 2) “*Lógica e Jogos Lógicos*” [Dienes 1976]: texto bastante teórico; um clássico para o embasamento de vários jogos na linha do pensamento piagetiano.
- 3) “*As Seis Etapas de Aprendizagem em Matemática*” [Dienes 1972], texto muito específico em que Dienes propõe uma sequência de etapas concernentes à aprendizagem

da matemática com o uso de materiais manipulativos concretos. A proposta passa o conceito de que se deve expor uma Teoria de forma paulatina: ‘do concreto para o abstrato’ até chegar-se aos axiomas<sup>2</sup>.

- 4) “*Blocos Lógicos – 150 Exercícios para Flexibilizar o Raciocínio*” [Simons 2007], é um livro bastante atual, bem escrito e é fartamente ilustrado em cores. São exatamente 150 jogos em sequências bem estudadas.

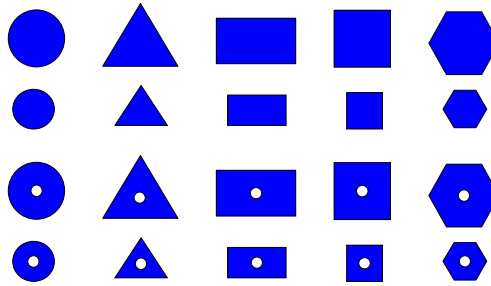
### 6.3.- Os Planiblocos Lógicos ou Planiblocos Atributos

Um material mais próximo do concreto (mais próximo dos ‘blocos de facto’, do que os cartões simbólicos) são os *Planiblocos* que, podendo ser feitos de EVA – Edil Vinil Acetato (usar placas finas – sendo que os 60 blocos passarão a ter a mesma espessura) ou de papel cartonado colorido, são aqueles em que a espessura é trocada pelo atributo: ‘com furo’ e ‘sem furo’. O Furo poderá ser feito com uma ferramenta facilmente encontrável em casas de ferragens: o ‘vazador’ (veja a ilustração no JLOGC#07).




---

<sup>2</sup> Axioma: Afirmação admitida como verdadeira, a partir da qual se podem deduzir outras verdades que irão compor uma teoria lógico-matemática.



*No caso das peças serem impressas sobre papel A4 ou confeccionadas em cartolina colorida, elas poderão perfuradas antes para depois serem plastificadas a quente. A plastificação fará com que se evite o desgaste das peças, fazendo-as durar mais.*

O molde para a confecção dos *Planiblocos Lógicos* pode ser encontrada no CD-R que acompanha este livro, na pasta intitulada: JLOGC#06.

## 6.4.- O Jogo do Dominó das diferenças com os Blocos Lógicos

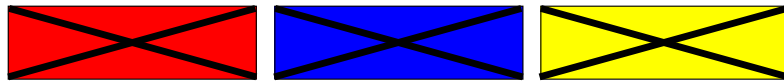
É muito prazeroso jogar o Dominó das Diferenças com os Blocos Lógicos. Quanto a jogar com uma, duas ou três diferenças, nada ocorrerá de novidade quando comprado aos jogos já realizados com o material Cores-Formas (JLOGC#03), a grande surpresa ficará por conta do Jogo de Dominós das Quatro Diferenças. É jogar para ter diante de seus olhos um fantástico(!) fenômeno matemático: a partição de um conjunto. É ver, para crer ...

## 6.5.- Etiquetas para os Cartões Blocos-Símbolos

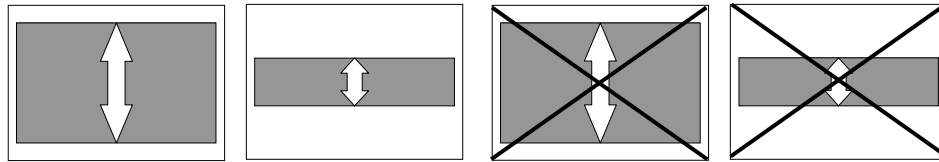
A seguir são mostradas as etiquetas que podem ser utilizadas com os cartões Blocos-Símbolos em jogos, como aqueles sugeridos no JLOGC#05 (Cartões Cores-Formas), tais como discriminação, as seriações, as comprovações de propriedades da Teoria dos Conjuntos, etc. As etiquetas mostradas aqui são de dois tipos: as positivas – que representam os atributos (cores, espessuras, tamanhos e formas) –, e as negativas – que negam cada um dos quatro atributos.

As etiquetas a seguir se referem respectivamente às cores e à negação destas mesmas cores: vermelho, azul e amarelo; ‘não-vermelho’, “não-azul” e “não-amarelo”, sendo que o ‘xis’ indicará a negação de cada um, dos atributos, em cada uma das etiquetas seguintes.

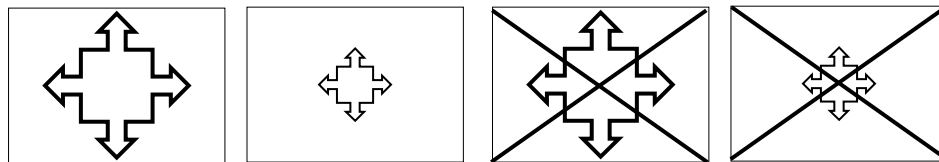




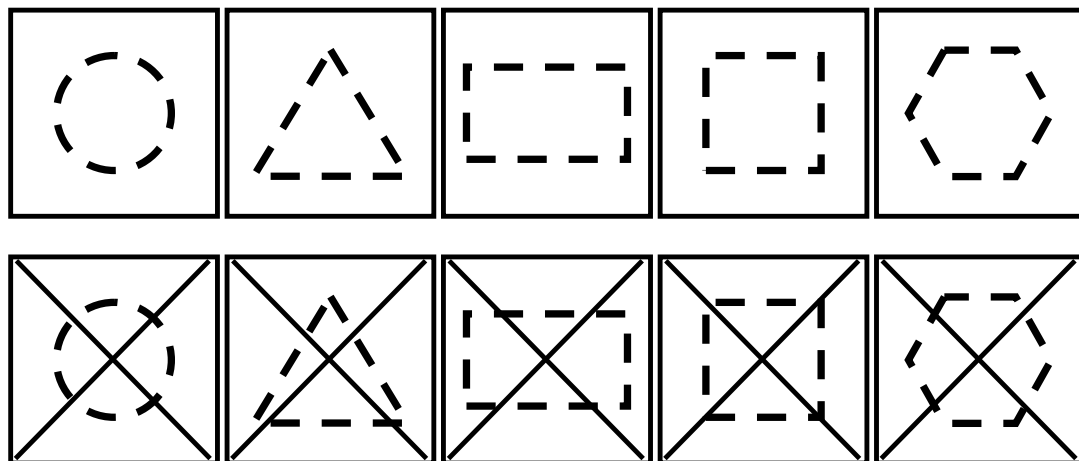
As etiquetas a seguir se referem respectivamente às espessuras e à negação destas mesmas espessuras: grosso e fino, “não-grosso” e “não-fino”.



As etiquetas a seguir se referem respectivamente aos tamanhos e à negação destes tamanhos: grande e pequeno, “não-grande” e “não-pequeno”.



As etiquetas a seguir se referem respectivamente às formas e à negação destas formas.



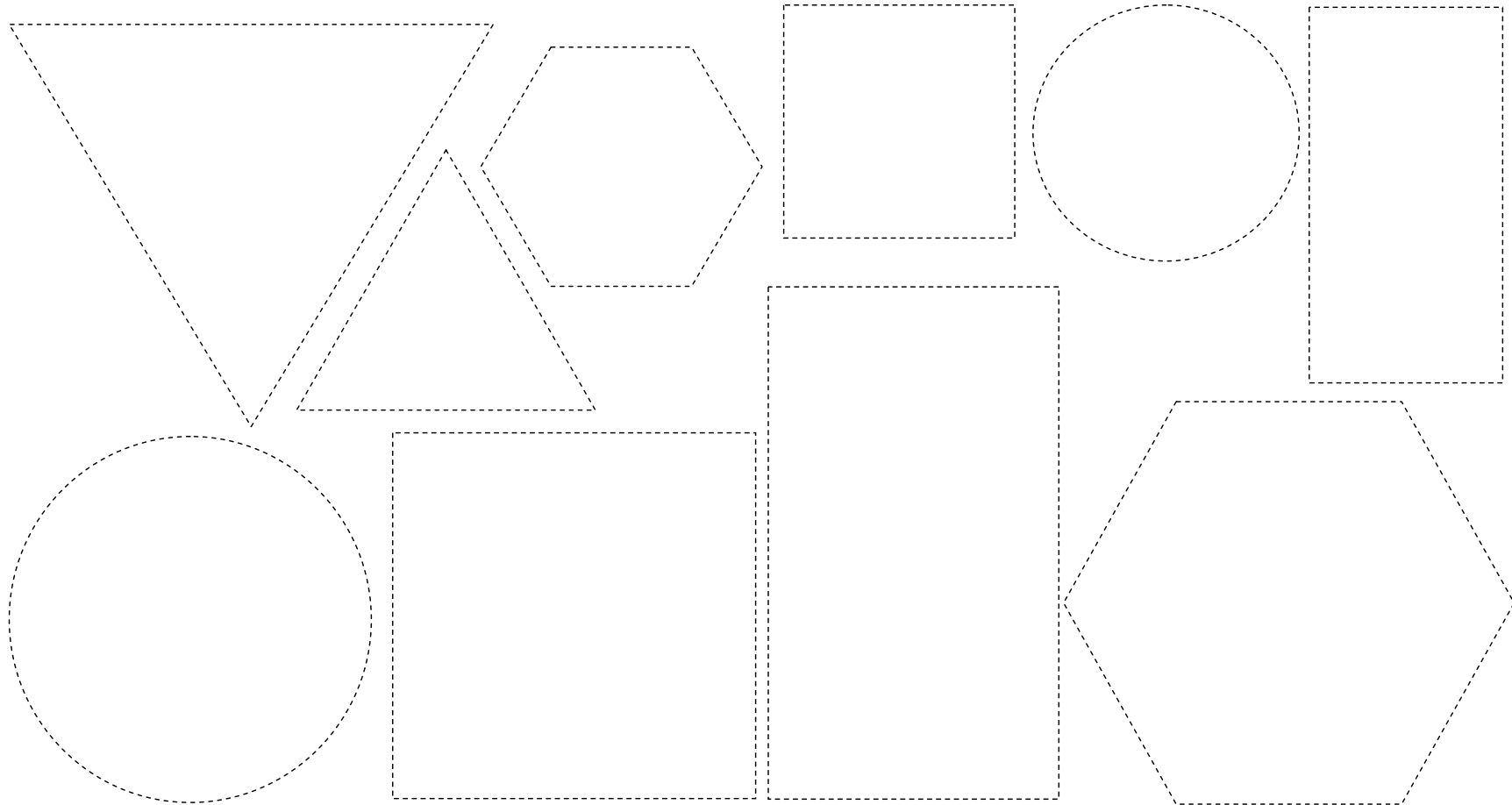
### 6.5.1.- Sobre a Negação dos Atributos

A negação de um atributo depende da quantidade de atributos envolvidos. Por exemplo a negação do atributo cor ‘azul’, o “não-azul”, corresponderá às cores vermelho e/ou amarelo; por outro lado, a negação do atributo espessura ‘fino’, o “não-fino”, corresponderá simplesmente a ‘grosso’. Já, ao se negar uma das formas, esta negação corresponderá a quatro possibilidades, assim, o “não-quadrado”, corresponderá a: ‘círculo e/ou triângulo e/ou retângulo e/ou hexágono’.

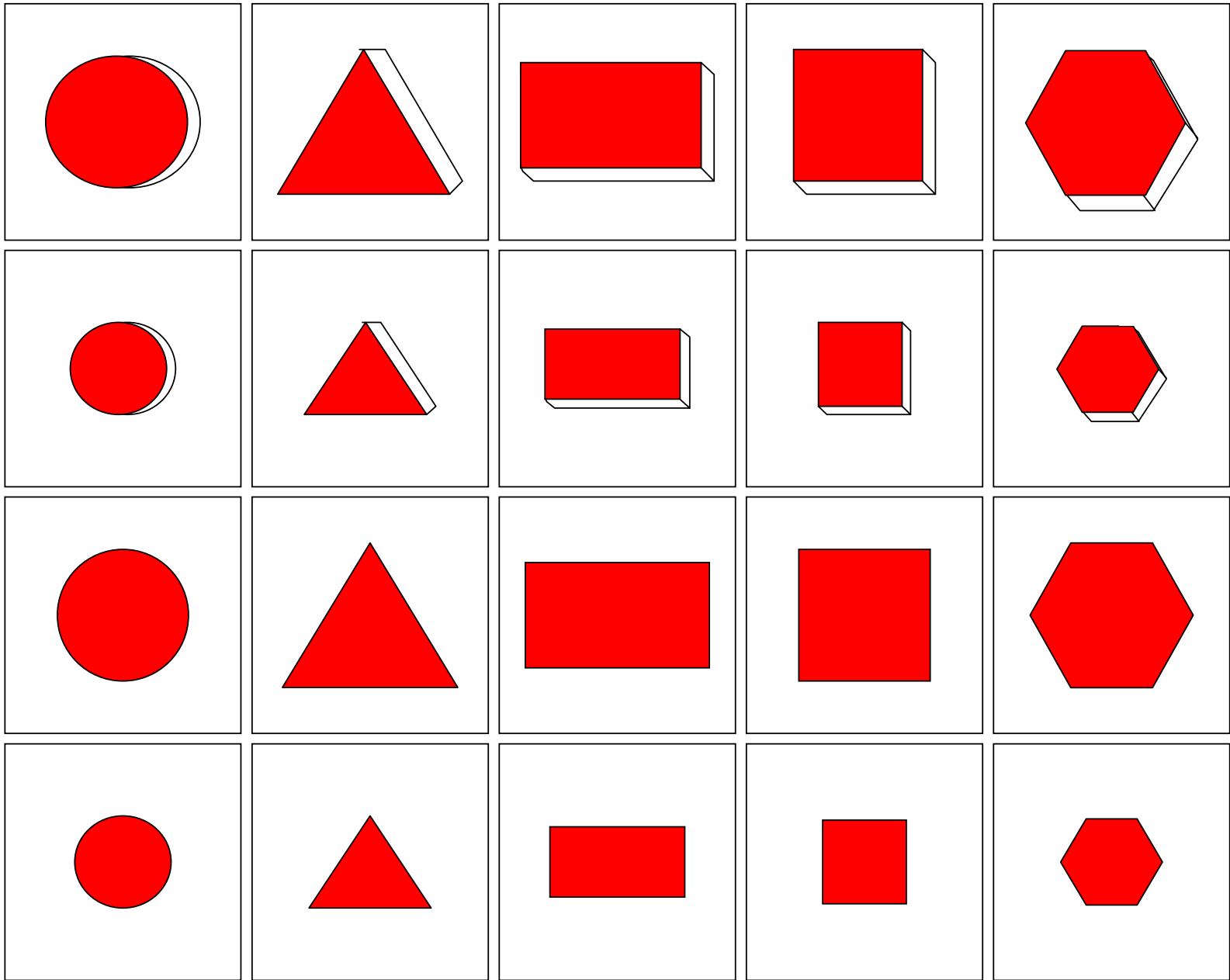
**JLOGC#06 - JOGOS PARA O PENSAMENTO LÓGICO Nº 06**  
**MATERIAL PARA REPRODUÇÃO VIA IMPRESSORA**  
**BLOCOS LÓGICOS E CARTÕES LÓGICOS CORES-FUROS**

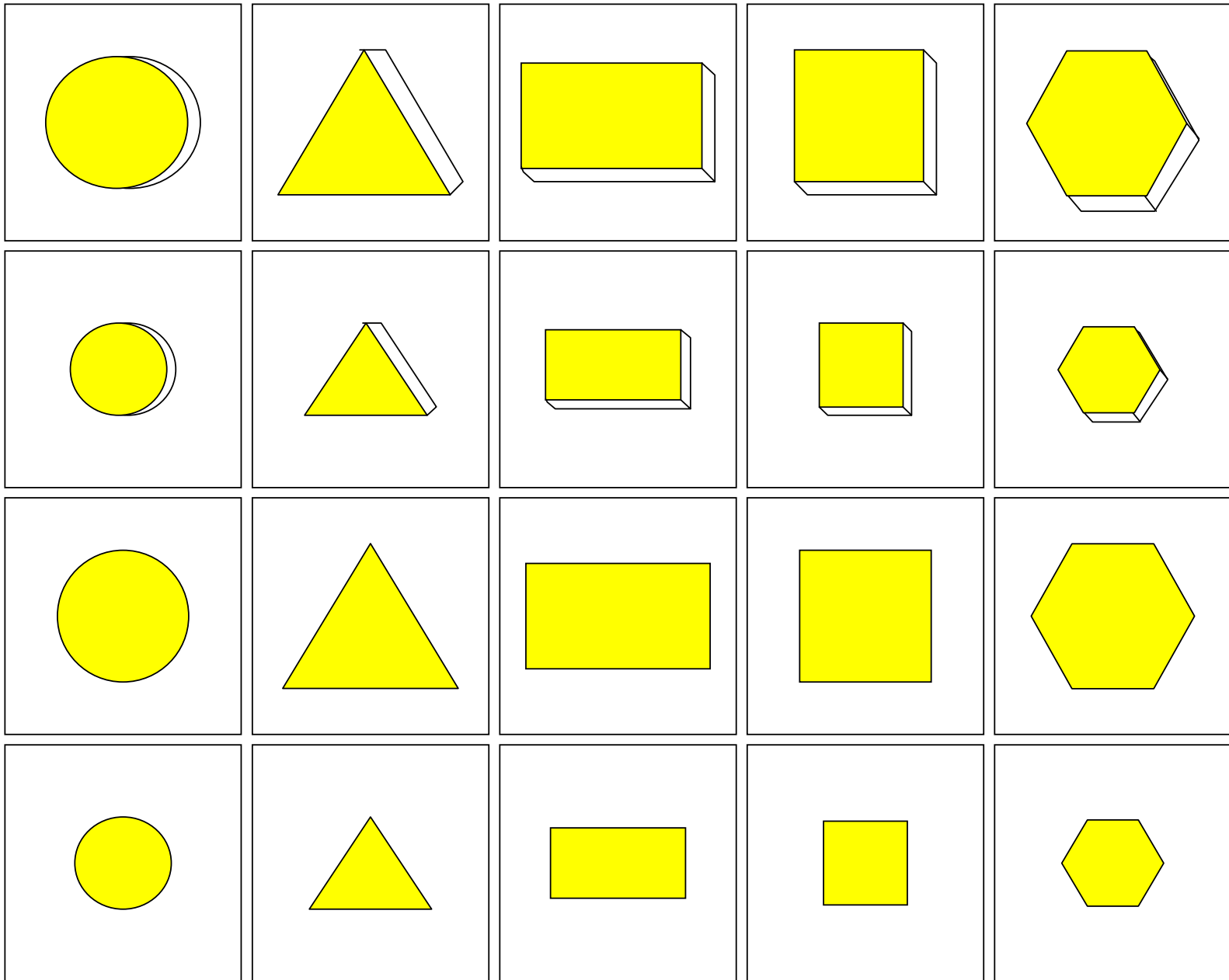
---

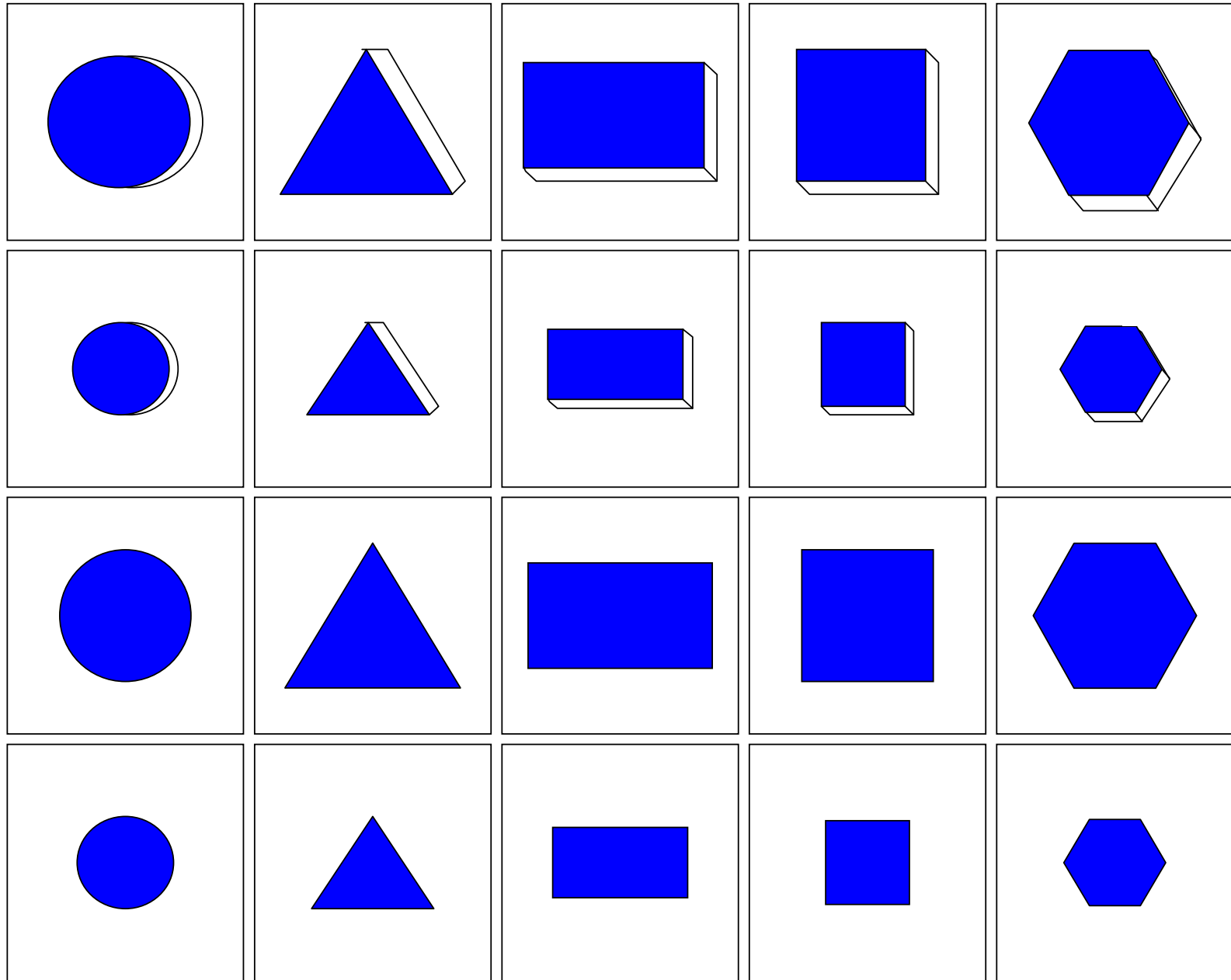
---



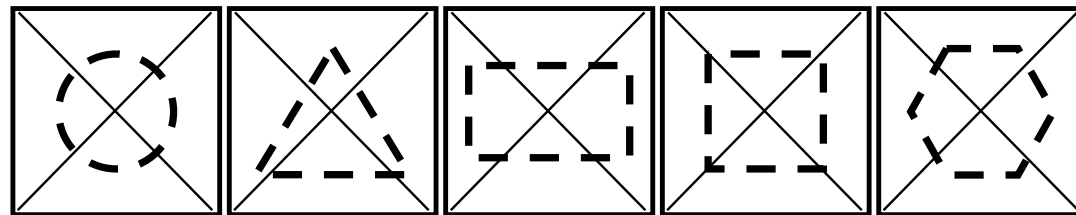
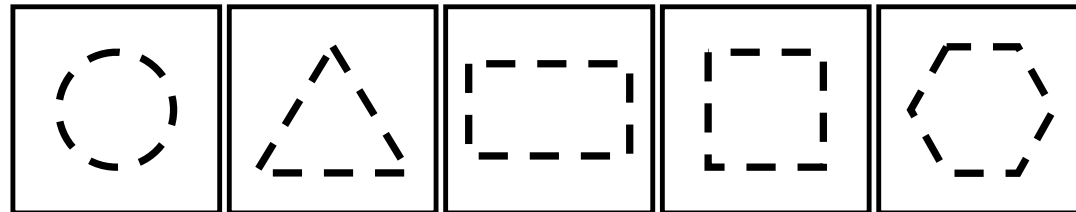
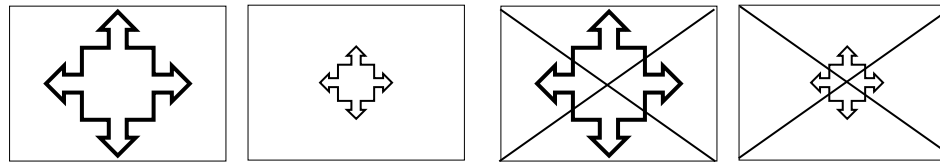
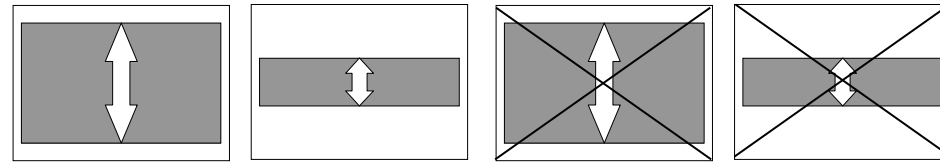
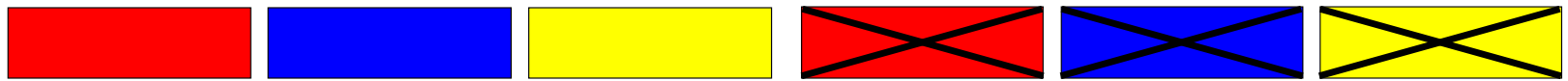
**Molde para o recorte em Borracha EVA – Recortar em duplicata Juntar os pares e perfurar no centro uma das peças de cada par.**











## **JLOGC#07 - JOGOS PARA O PENSAMENTO LÓGICO Nº 07**

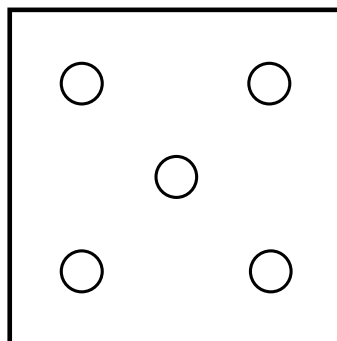
### **CARTÕES LÓGICOS CORES-FUROS E CORES-MINICÍRCULOS**

*Aqui serão apresentados os Cartões Cores-Furos [Sá Leite 1988]. Baseadas nas concepções de Jean Piaget quanto à utilização de materiais concretos, durante as Entrevistas Críticas, este micromundo é bastante diferente dos Cartões Cores-Formas (JLOGC#03) e dos Blocos Lógico (JLOGC#06), pois se apresentam com dois novos tipos de atributos, bem mais complexos que aqueles estudados anteriormente, como cores, formas, espessuras e tamanhos: a quantidade e a posição de furos dispostos sobre o suporte físico.*

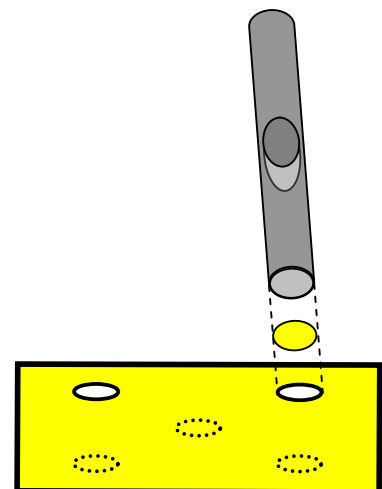
#### **7.1. – Os Cartões Cores-Furos**

Um jogo bastante interessante e que possui uma estrutura bastante próxima, mas não idêntica, dos Cartões Cores-Formas (JLOGC#05) e dos Cartões Bloco-Símbolos ou dos Planiblocos Lógicos, mostrados acima, são os cartões Cores-Furos [Sá Leite 1988].

O conjunto de cartões foi baseado no seguinte módulo: um cartão quadrado medindo 4,5 cm de lado, com 5 furos dispostos simetricamente no cartão.



Estes furos podem ser conseguidos com um ferramental encontrado nas casas de ferragens: um vazador – uma espécie de tubo oco em que a extremidade superior é fechada e na qual se pode bater com um martelo (vide item 6.3 do JLOGC#06)..

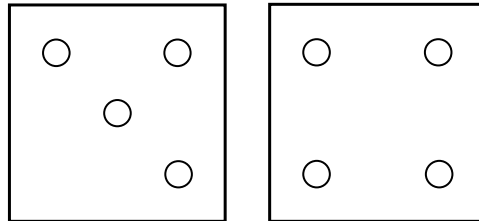


O módulo inicial é a peça chave que dará origem aos demais cartões de acordo com o seguinte critério:

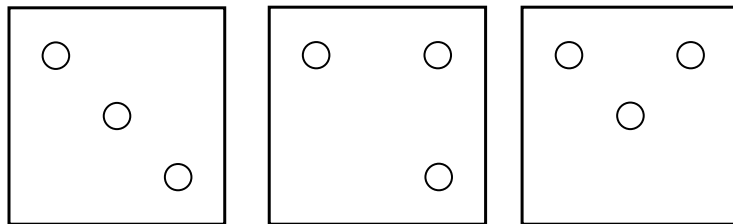
- deve-se, a cada passo, suprimir um dos furos módulo básico;

- deve-se ainda, verificar quantas peças distintas se consegue obter com a supressão deste furo.

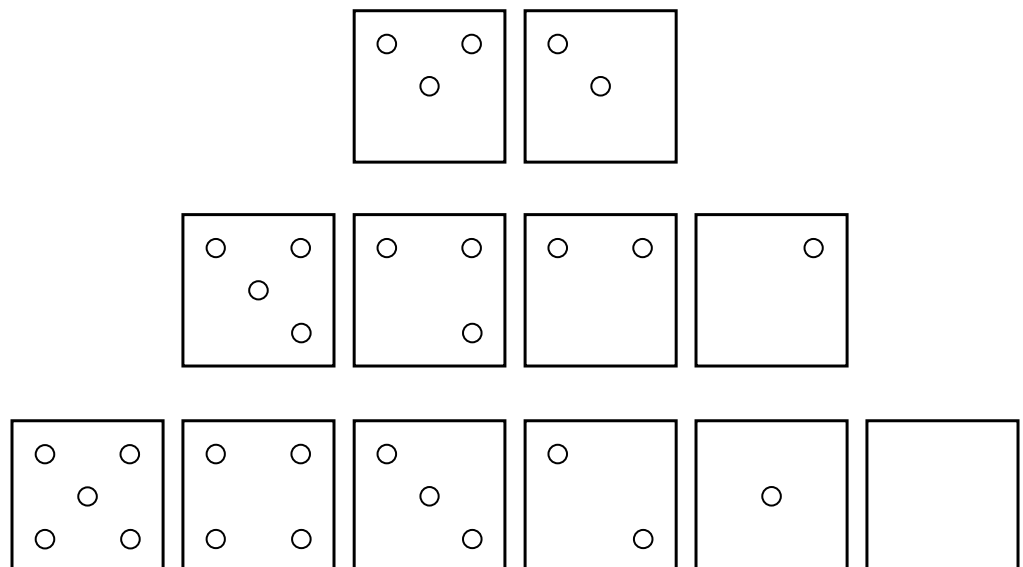
→ No exemplo a seguir nota-se que ao suprimirmos um furo no módulo básico, conseguiremos dois cartões, com 4 furos, mas distintos entre si devido à diferença de posição de um dos furos.



→ Os cartões a seguir possuem três furos e a distinção entre eles se faz pelas posições distintas entre os furos.

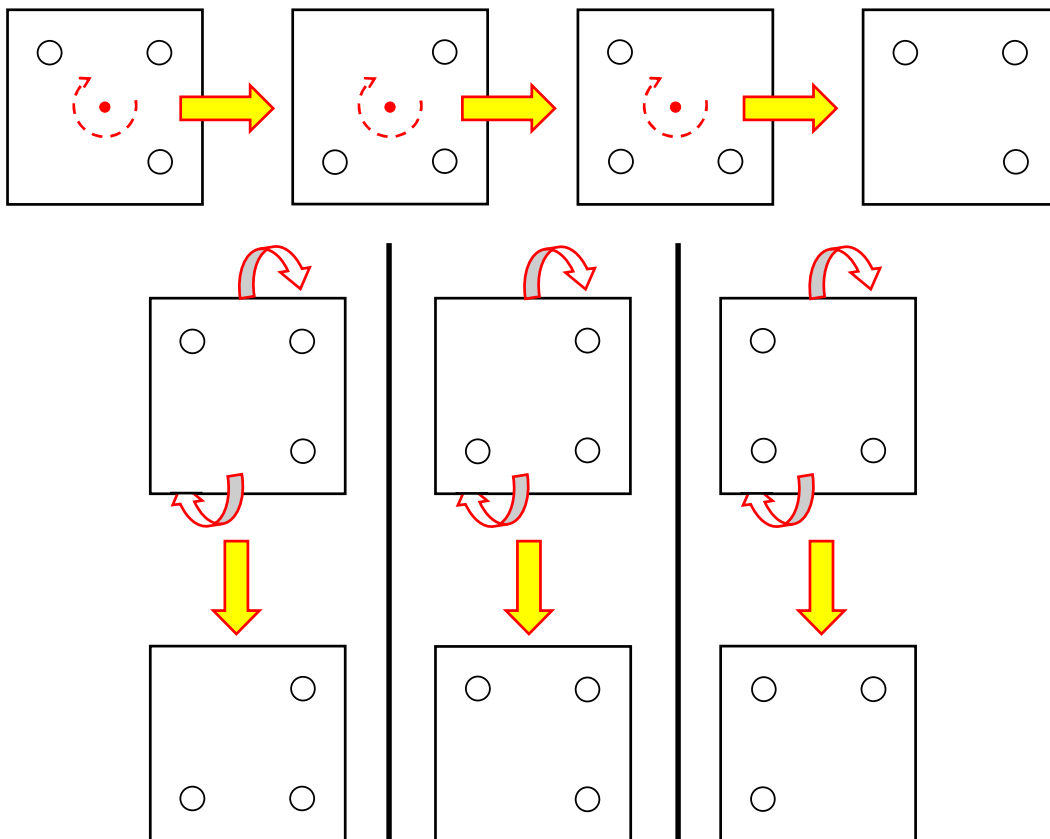


→ A figura a seguir mostra o conjunto de todos os 12 cartões possíveis que se consegue obter com critério acima exposto.



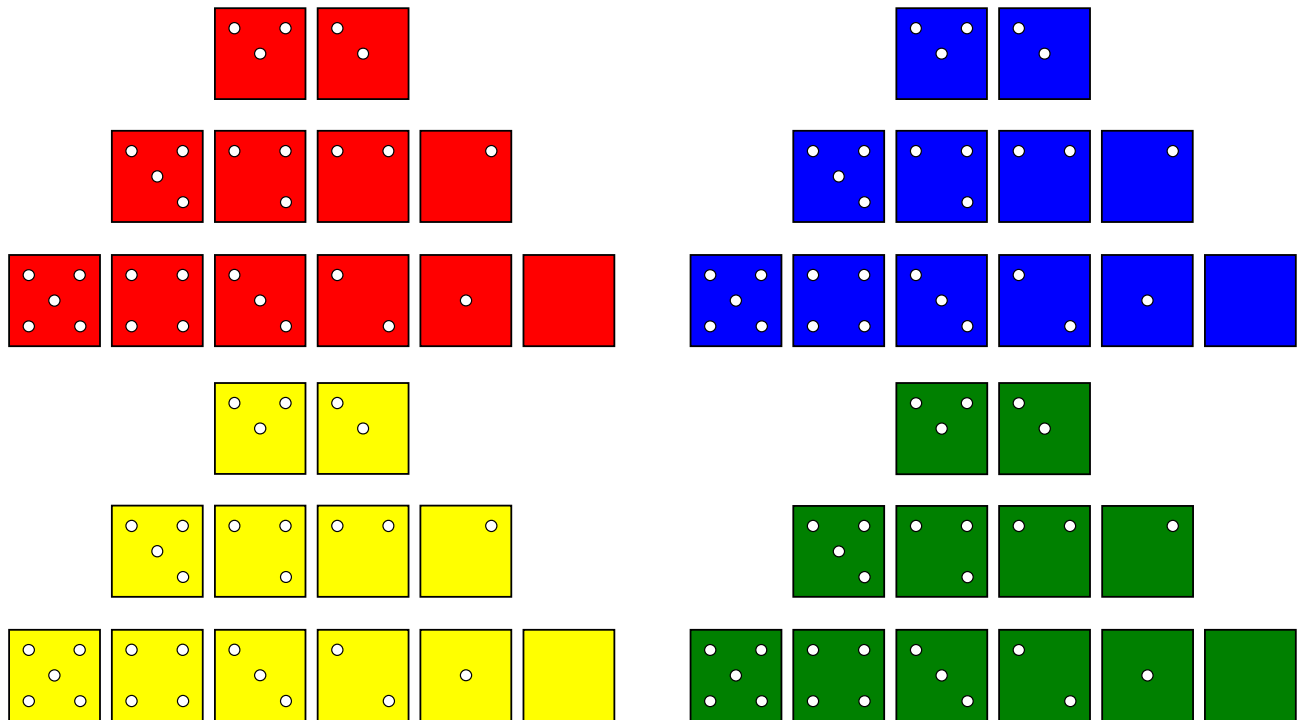
### 7.1.1.- Analisando os Cartões Cores-Furos

Estes cartões possuem propriedades muito notáveis que foram fartamente estudadas no livro “Cores-Furos – Um material concreto na linha de Piaget” [Sá Leite 1988]. Uma destas propriedades é a seguinte: um cartão pode ser girado sobre o plano, ou pode ser virado de costas, que as suas características não se modificam: ele continua com a mesma quantidade de furos e, estes furos continuam ‘na mesma posição relativa anterior’. Observe as figuras a seguir e verifique, em seguida, que estas propriedades são válidas para todos os cartões.



### 7.1.2. – O Conjunto de Cartões Cores-Furos e os Cores-Minicírculos

O conjunto básico de cartões Cores-Furos são aqueles com as cores primárias: vermelho, azul e amarelo, por serem estas cores facilmente reconhecíveis por crianças pequenas. No entanto este conjunto de cartões pode ser ampliado, incluindo-se aí, mais 12 cartões brancos e 12 cartões verdes, por exemplo. No entanto não há limites para este tipo de ampliações.



Uma das dificuldades da confecção destes cartões fica por conta não somente das perfurações, mas das cores, que deveriam figurar na frente e no verso dos cartões, mas mesmo isto é dispensável, pois podemos adotar os Cartões Cores-Minicírculos, onde as perfurações passam a ser minicírculos pintados de preto.

### 7.1.2.1.- Os Cartões Cores-Minicírculos e Cartões Texturas-Minicírculos

Está claro que, ao adotarmos os Cartões Cores-Minicírculos, se perde uma das mais notáveis características do material, a possibilidade de reconhecimento tátil, ou seja, a possibilidade de se saber através do tato, e não necessariamente através da visão, a quantidade e a posição das perfurações. Com crianças desprovidas da visão, o conjunto de cartões poderia ser impresso em papéis mais espessos e com texturas diferentes para cada grupo de 12 cartões básico, sendo este o atributo (textura) que substituiria as cores.

## 7.2.- O Dominó das Diferenças com os Cartões Cores-Furos

Um diferencial muito grande entre os Cartões Cores-Furos e os cartões apresentados até aqui, com os quais se pode jogar o Dominó das Diferenças (Cartões Cores-Formas, Cartões Blocos-Símbolo), é que o atributo: posição dos furos é essencial e possivelmente, envolve um raciocínio bastante complexo para algumas crianças pequenas.

Um estudo bastante completo dos jogos com os Cartões Cores-Furos pode ser encontrado no livro “Cores-Furos – Um Material Concreto na Linha de Piaget” da Editora Manole [Sá Leite 1988].

### 7.2.1.- *Jogo do Dominó de Uma Diferença*

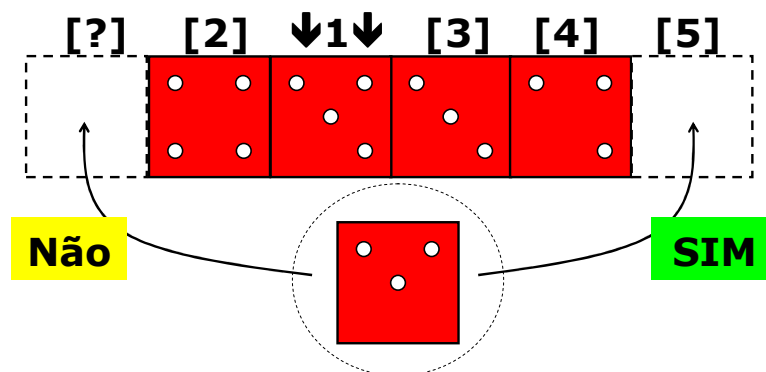
Vamos mostrar a seguir, vários exemplos de jogadas corretas e não corretas do dominó das diferenças quando jogado com os Cartões Cores-Furos.

#### 7.2.1.1.- Primeiro Exemplo: o que pode e o que não pode ser feito

No exemplo a seguir, em todas as jogadas a cor (vermelho) foi mantida, ou seja, não houve nenhuma mudança de cor, apenas houve a mudança de quantidade dos furos ou então a mudança de uma das posições dos mesmos.

Vamos analisar todas as jogadas:

- O símbolo ‘**↓1↓**’ marca o início do jogo;
- de [1] para [2]: conservação da cor, conservação da quantidade de furos; apresenta uma diferença: o deslocamento de um furo (deslocamento na diagonal para baixo);
- de [1] para [3]: conservação da cor, um furo é suprimido, os demais furos se mantêm em posições compatíveis com as posições anteriores;
- de [3] para [4]: conservação da cor, conservação da quantidade de furos; apresenta uma diferença: o deslocamento de um furo (deslocamento na diagonal para cima);

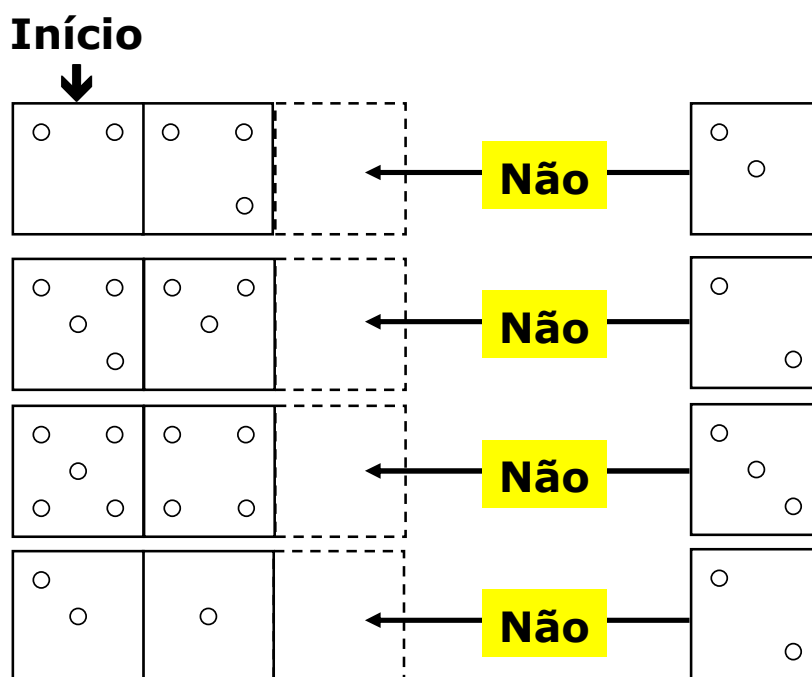


- de [4] para [5]: da cor, conservação da quantidade de furos, mas apresenta o deslocamento de um furo (deslocamento em diagonal para cima);

- [?] *é uma jogada proibida:* pois haveria duas modificações, ou seja, a diminuição de um furo e a necessidade de deslocamento de um dos furos da borda inferior para ocupar o centro do cartão.

### 7.2.1.2.- Vários Exemplos: o que pode e o que não pode ser feito

Como pôde ser visto no exemplo anterior, A posição relativa dos furos de um para outro cartão deve ser respeitada, isto é, se houver uma redução de furos, os furos restantes devem manter a posição de ‘n-1’ furos do cartão anteriormente jogado; se houver uma adição de furos, os furos do cartão anterior devem mostrar a mesmas disposição de furos, com exceção somente para os furos acrescentados, ou seja, deve manter a posição dos n furos anteriores antes de se passar a ‘n+1’ furos, no caso do Dominó de uma Diferença. Confira isto nos exemplos a seguir.



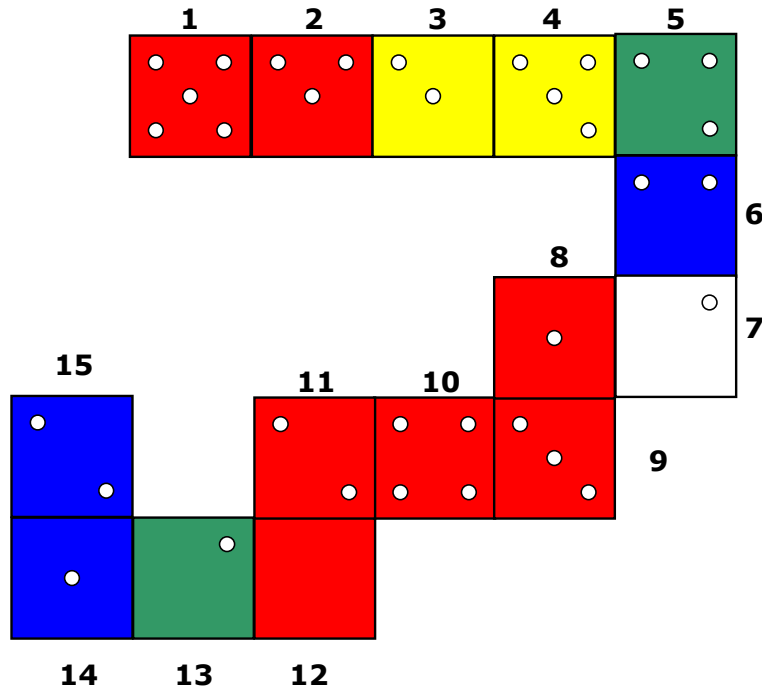
### 7.2.2.- Jogo do Dominó de Duas Diferenças

No Dominó das Duas Diferenças é preciso observar-se atentamente que as diferenças podem se dar:

1. quanto à variação da quantidade de furos: + 2 ou – 2 furos;
2. quanto à mudança de posições de 2 dos furos relativamente à posição dos furos da peça anterior – com a conservação da cor do cartão anterior;

3. quanto à mudança de posição de um furo e a mudança de cor, relativamente ao cartão anterior;

Veja o exemplo a seguir e confira as jogadas, logo em seguida.



- Jogada de 1 para 2: dois furos a menos, a cor foi mantida;
- Jogada de 2 para 3: um furo a menos e mudança de cor – de vermelho para amarelo;
- Jogada de 3 para 4: dois furos a mais, a cor foi mantida;
- Jogada de 4 para 5: um furo a menos e mudança de cor – de amarelo para verde;
- Jogada de 5 para 6: um furo a menos e mudança de cor – de verde para azul;
- Jogada de 6 para 7: um furo a menos e mudança de cor – de azul para branco;
- Jogada de 7 para 8: mudança de posição de um furo e mudança de cor – de branco para vermelho;
- Jogada de 8 para 9: aumento de dois furos;
- Jogada de 9 para 10: mudança de posição de um furo e aumento de um furo;
- Jogada de 10 para 11: supressão de dois furos com conservação de cor;
- Jogada de 11 para 12: supressão de dois furos com conservação de cor;
- Jogada de 12 para 13: acréscimo de um furo e mudança de cor;
- Jogada de 13 para 14: mudança da posição de um furo e mudança de cor;



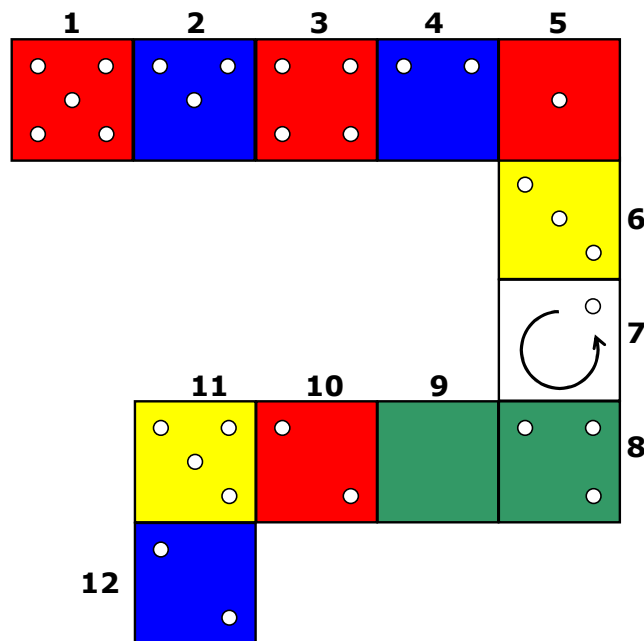
- Jogada de 14 para 15: Mudança da posição de um furo e aumento de um furo;

### 7.2.3.- *Jogo do Dominó de Três Diferenças*

No Dominó das Três Diferenças é preciso observar-se atentamente que as diferenças podem se dar:

1. quanto à variação da quantidade de furos: + 3 ou – 3 furos;
2. quanto à mudança de posição de 2 dos furos e a mudança de cor, relativamente ao cartão anterior;
3. quanto à variação da quantidade + 1 ou –1, mudança de posição de um dos pontos e mudança de cor;
4. outras formas de compor as diferenças, deve ser pesquisada pelo leitor – será que há mais possibilidades além das expostas acima?

Veja o exemplo a seguir e confira as jogadas, logo em seguida.

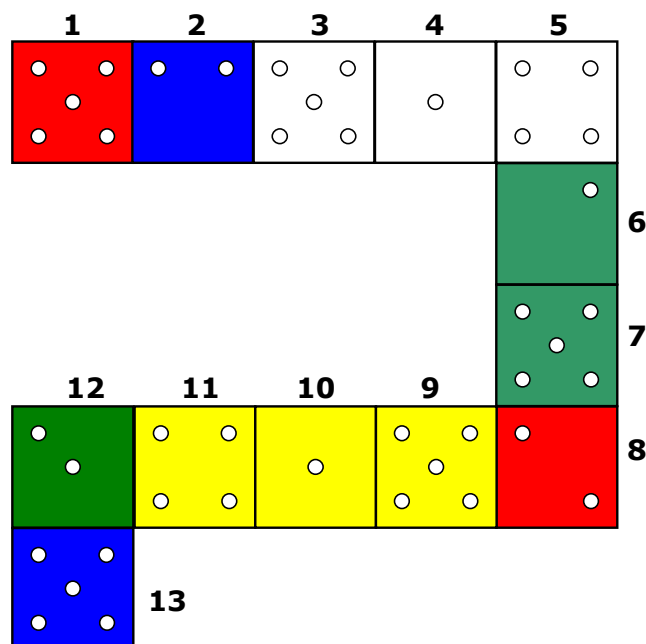


- Jogada de 1 para 2: supressão de dois furos e mudança de cor;
- Jogada de 2 para 3: mudança da posição de um furo, acréscimo de um furo e mudança de cor
- Jogada de 3 para 4: supressão de dois furos e mudança de cor;

- Jogada de 4 para 5: mudança da posição de um furo, supressão de um furo e mudança de cor
- Jogada de 5 para 6: acréscimos de dois furos e mudança de cor;
- Jogada de 6 para 7: supressão de dois furos e mudança de cor – gire o cartão para verificar que a posição do furo restante é a mesma que a de um dos furos anteriores;
- Jogada de 7 para 8: acréscimos de dois furos e mudança de cor;
- Jogada de 8 para 9: supressão de três furos;
- Jogada de 9 para 10: acréscimo de dois furos e mudança de cor;
- Jogada de 10 para 11: acréscimo de dois furos e mudança de cor;
- Jogada de 11 para 12: supressão de dois furos e mudança de cor.

### 7.2.4.- *Jogo do Dominó de Quatro Diferenças*

O Jogo de Dominó das Quatro Diferenças com os Cartões Cores-Furos exige muita atenção dos jogadores - tanto do que está jogando como os seus adversários. Deve-se analisar muito bem as jogadas pois, se uma jogada for aceita como válida, e somente muito depois se descobrir o erro, *ela não poderá ser corrigida*, o jogo não pode parar por causa disto. Uma jogada errada, depois de validada por todos, isto é, aceita pelos jogadores, passa a valer como tal.



- Jogada de 1 para 2: supressão de três furos e mudança de cor;
- Jogada de 2 para 3: acréscimo de três furos e mudança de cor;

- Jogada de 3 para 4: supressão de quatro furos;
- Jogada de 4 para 5: mudança de posição de um dos furos e acréscimo de três furos;
- Jogada de 5 para 6: supressão de três furos e mudança de cor;
- Jogada de 6 para 7: acréscimo de quatro furos;
- Jogada de 7 para 8: supressão de três furos e mudança de cor;
- Jogada de 8 para 9: acréscimo de três furos e mudança de cor;
- Jogada de 9 para 10: supressão de quatro furos;
- Jogada de 10 para 11: mudança de posição de um dos furos e acréscimo de três furos;
- Jogada de 11 para 12: supressão de dois furos e mudança da posição de um dos furos e mudança de cor;
- Jogada de 12 para 13: acréscimo de três furos e mudança de cor.

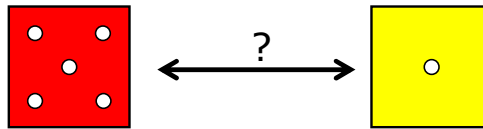
### **7.2.5.- Algumas Idéias de Jogos Para o Pensamento**

O leitor agora deve se encarregar de resolver os seguintes Jogos Para o Pensamento Lógico-Matemático:

1. Será possível jogar o Dominó das Cinco Diferenças com os Cartões Cores-Furos?
2. O que seria mais interessante: jogar o Dominó de Múltiplas Diferenças usando um dado hexagonal ou um dado tetraédrico?

*O Dominó de Múltiplas da Diferenças* consiste no seguinte: lança-se um dado e o valor obtido no lançamento corresponderá à quantidade das diferenças entre ao cartão que já esteja na mesa e o cartão a ser casado com aquele.

3. Se a primeira pergunta foi respondida satisfatoriamente, isto é, consegue-se jogar com os Cartões Cores-Furos o Dominó das Cinco Diferenças, então podemos adotar um dado hexagonal (com 6 faces) para jogarmos o Dominó das Múltiplas Diferenças, adotando-se como regra o seguinte: o valor 6 obtido o lançamento de um dado, faz com que o jogador perca a sua vez de jogar.
4. No caso da resposta à primeira pergunta ser negativa (e cremos que não seja, mas isto é apenas uma crença!) poderíamos adotar um dado tetraédrico (4 faces) para jogar o Dominó das Múltiplas Diferenças.
5. Examine a figura a seguir e tente entender o que ela mostra:

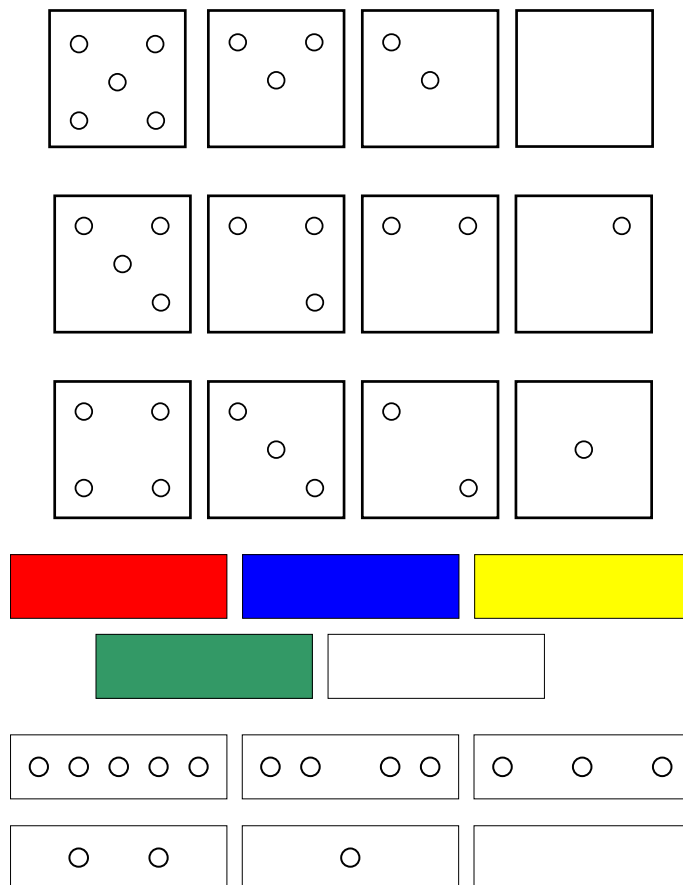


6. Se você entendeu a figura acima, verifique que outras possibilidades há de ocorrência deste fenômeno.

### 7.3.- Etiquetas para os Cartões Cores-Furos

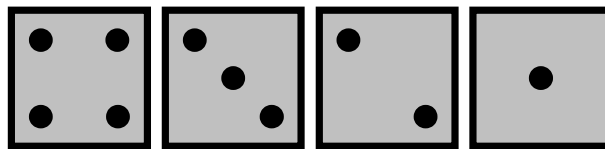
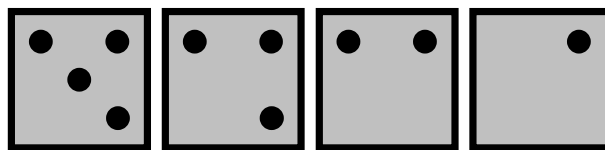
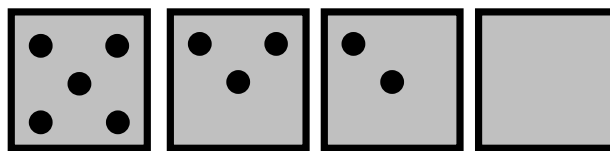
As etiquetas a seguir mostradas são para serem utilizadas juntamente com os cartões Cores-Furos em jogos como os apresentados no JLOGC#05 (Cartões Cores-Formas), tais como discriminação, as seriações, as comprovações de propriedades da Teoria dos Conjuntos, etc.

#### 7.3.1. – Etiquetas Positivas



<b>5 furos</b>	<b>4 furos</b>
<b>3 furos</b>	<b>2 furos</b>
<b>1 furo</b>	<b>Nenhum furo</b>

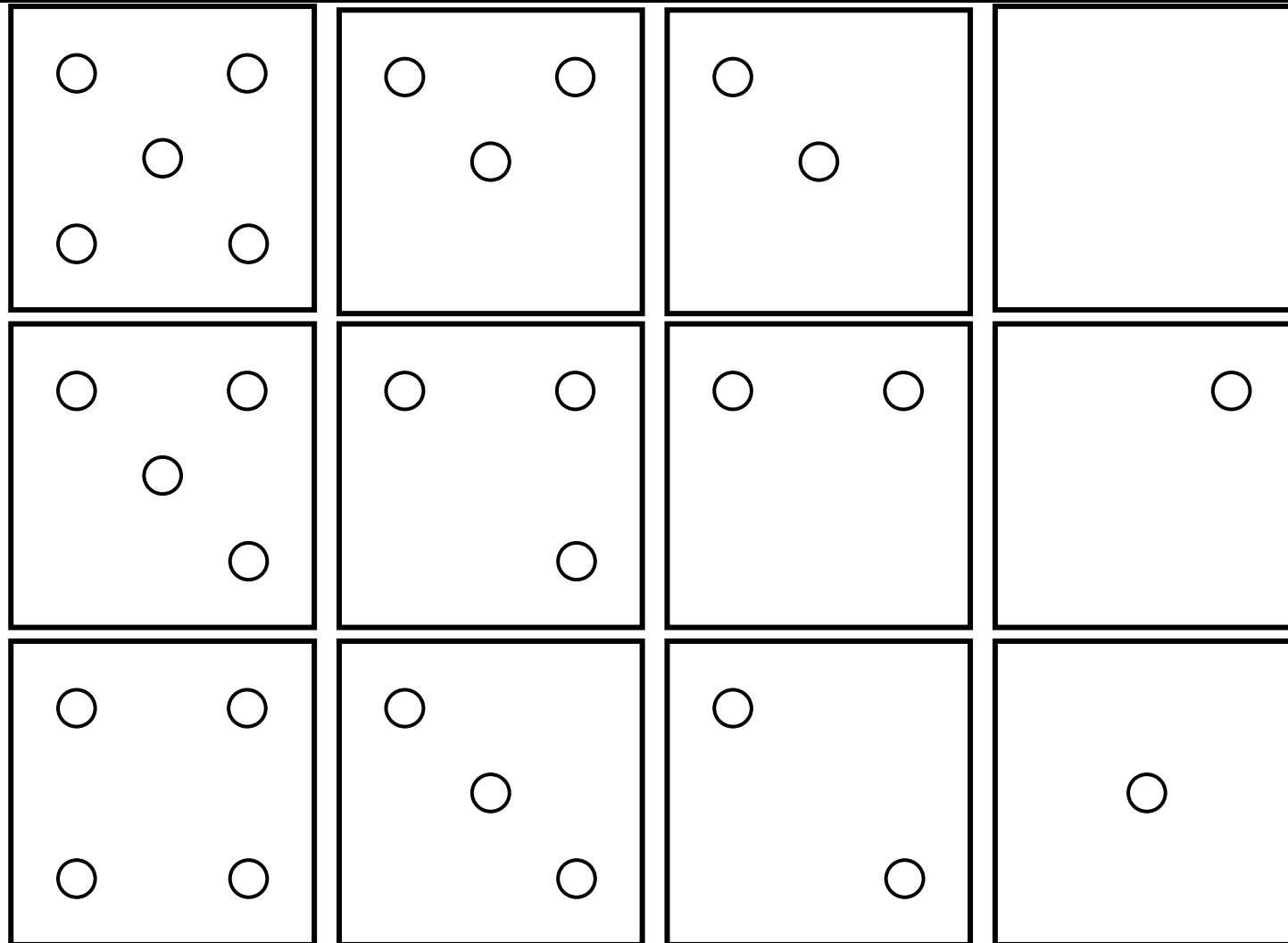
**7.3.2. – Etiquetas Negativas**



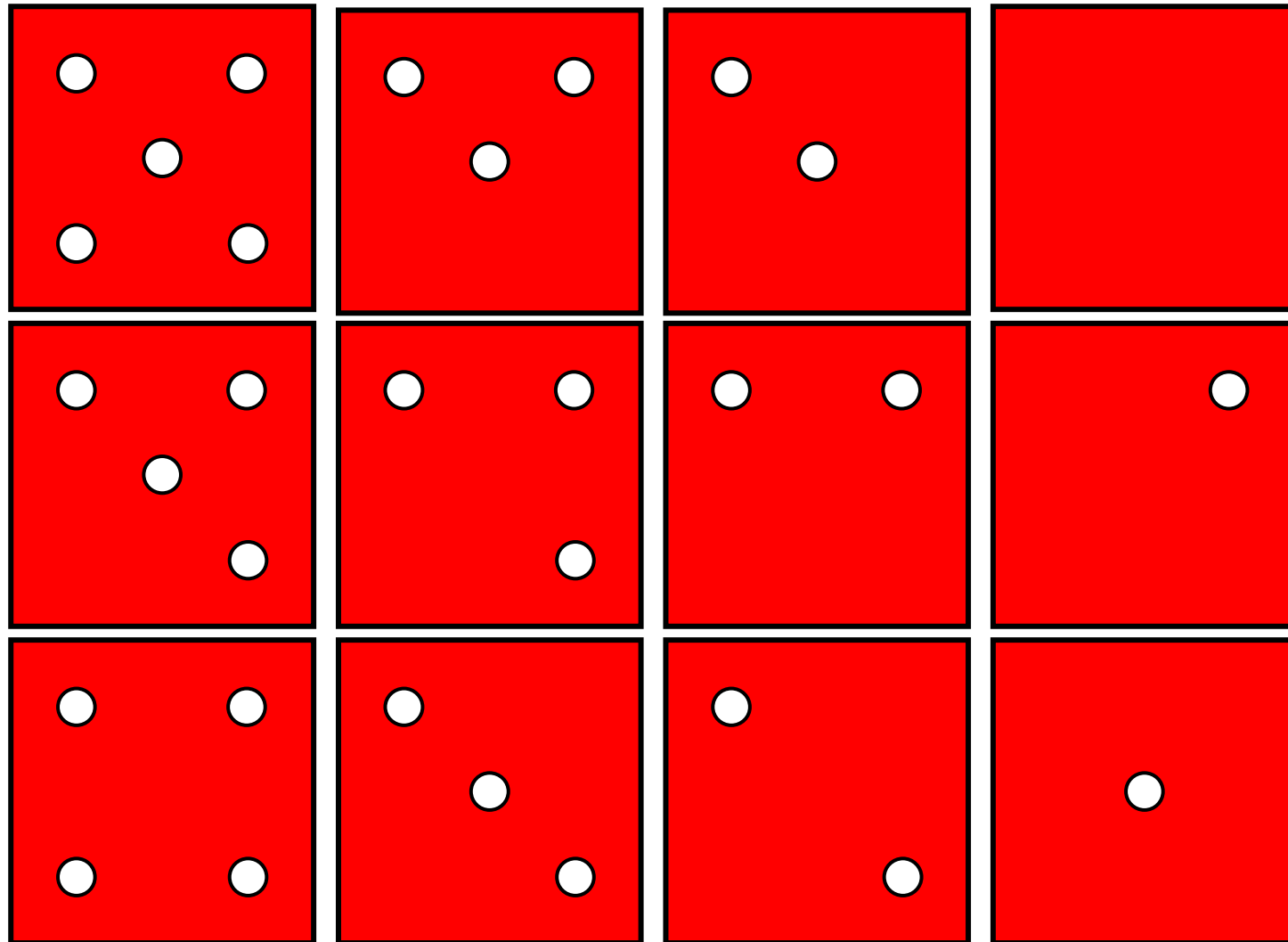
<b>Não(5 furos)</b>	<b>Não(4 furos)</b>
<b>Não(3 furos)</b>	<b>Não(2 furos)</b>
<b>Não(1 furo)</b>	<b>Não(0 furos)</b>

**JLOGC#07 - JOGOS PARA O PENSAMENTO LÓGICO Nº 07**  
**MATERIAL PARA REPRODUÇÃO VIA IMPRESSORA**

**CARTÕES LÓGICOS CORES-FUROS**

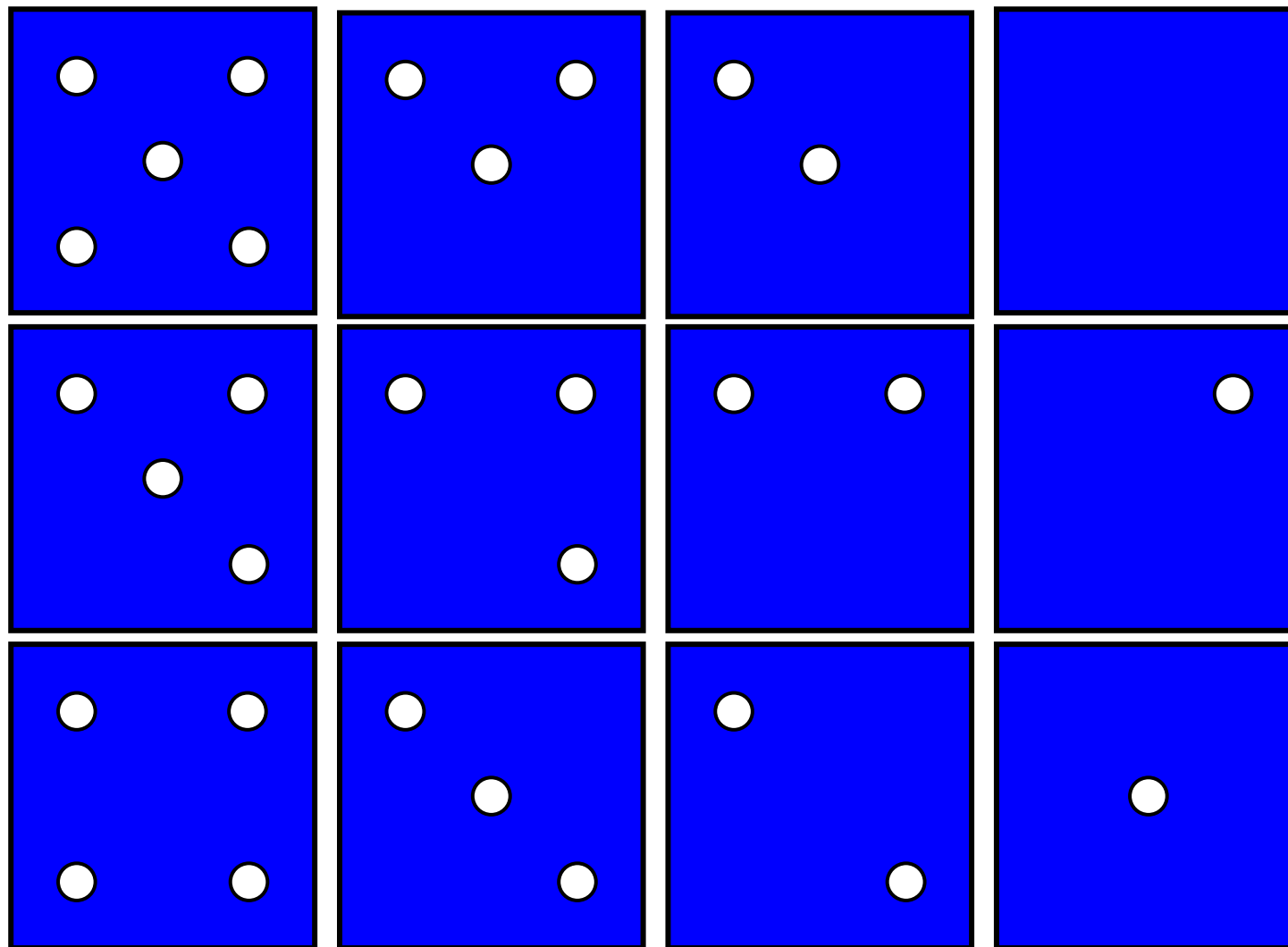


**Cartões Cores-Furos (Incolores)**

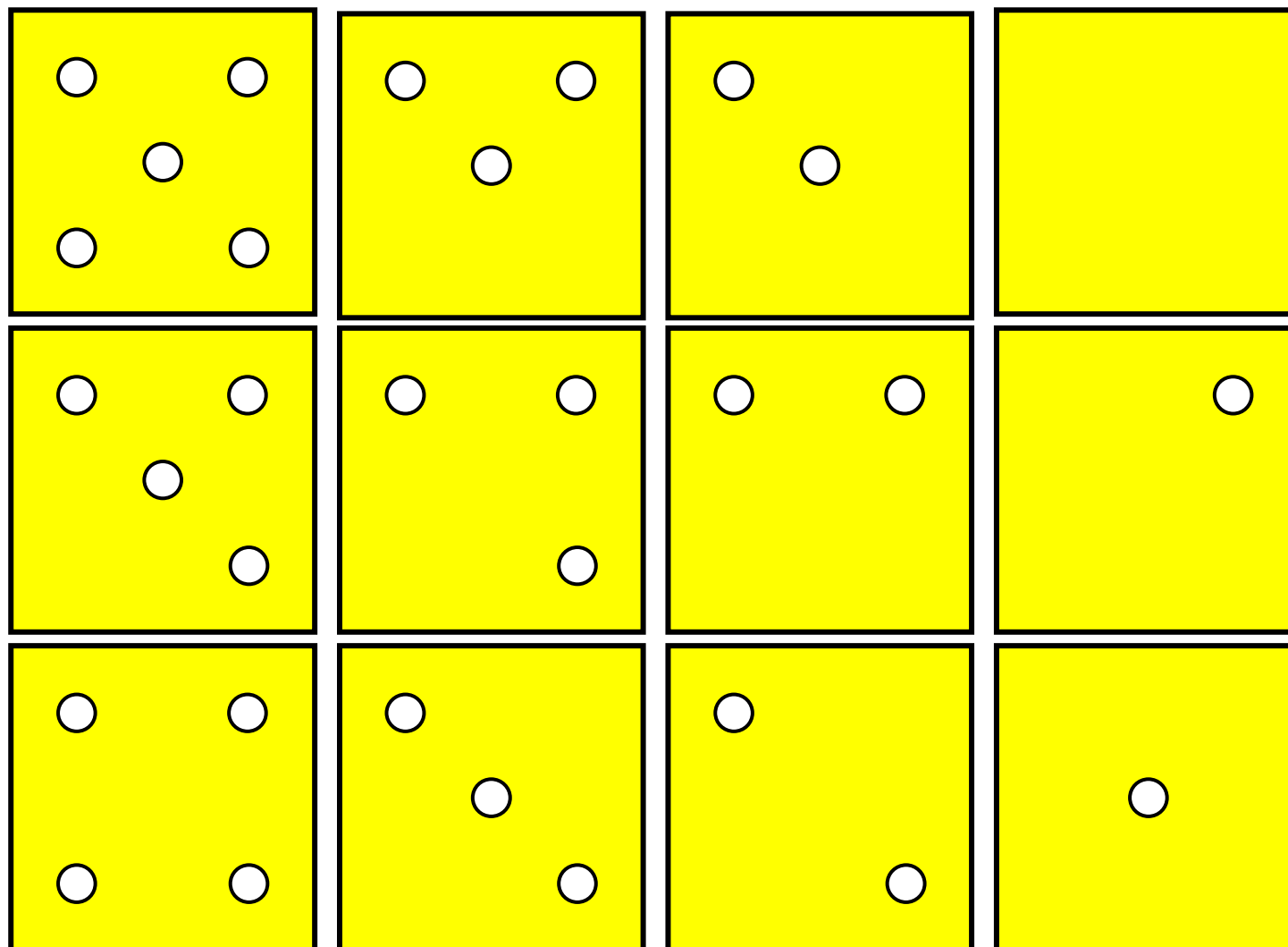


**Cartões Cores-Furos**

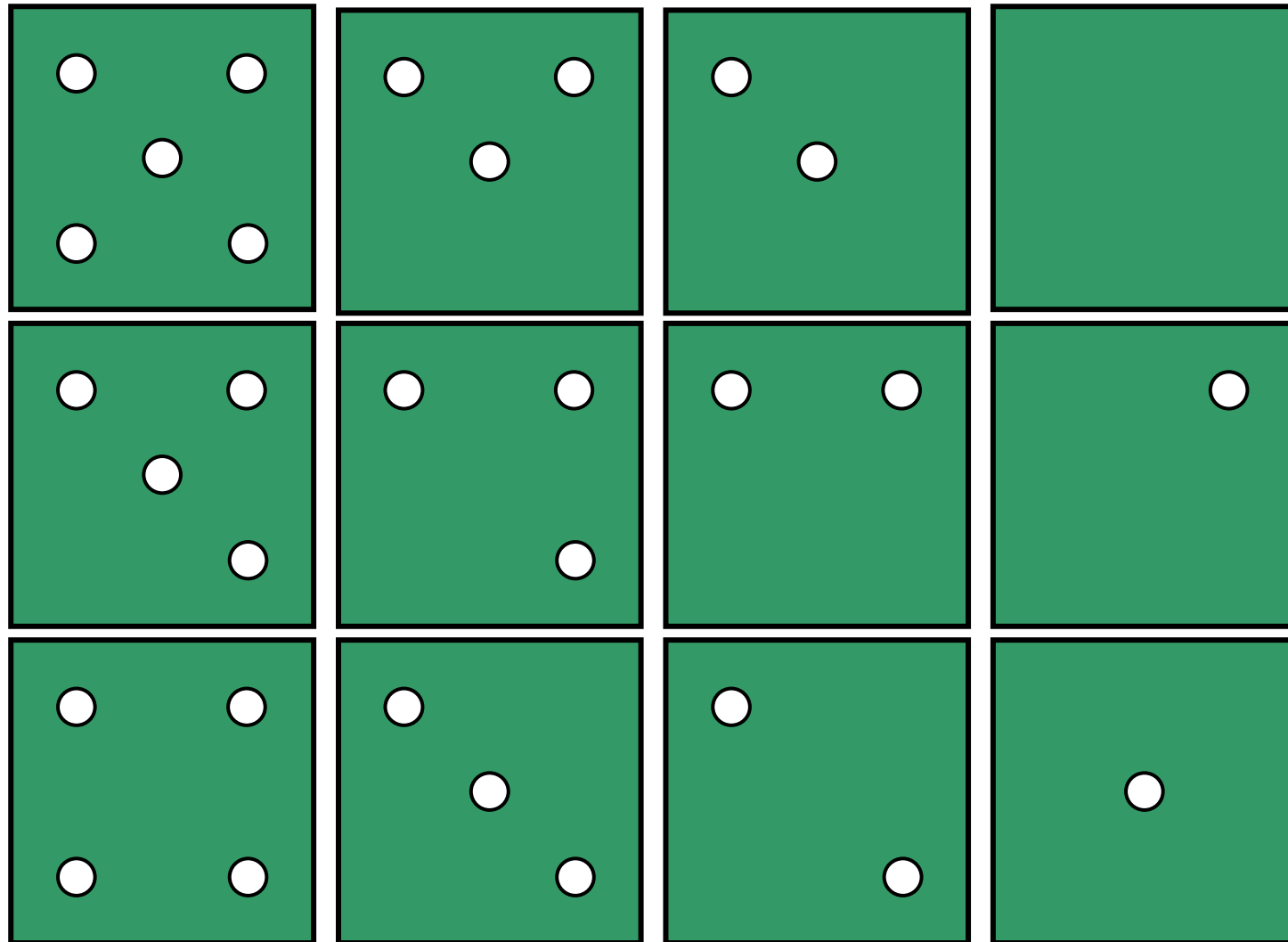




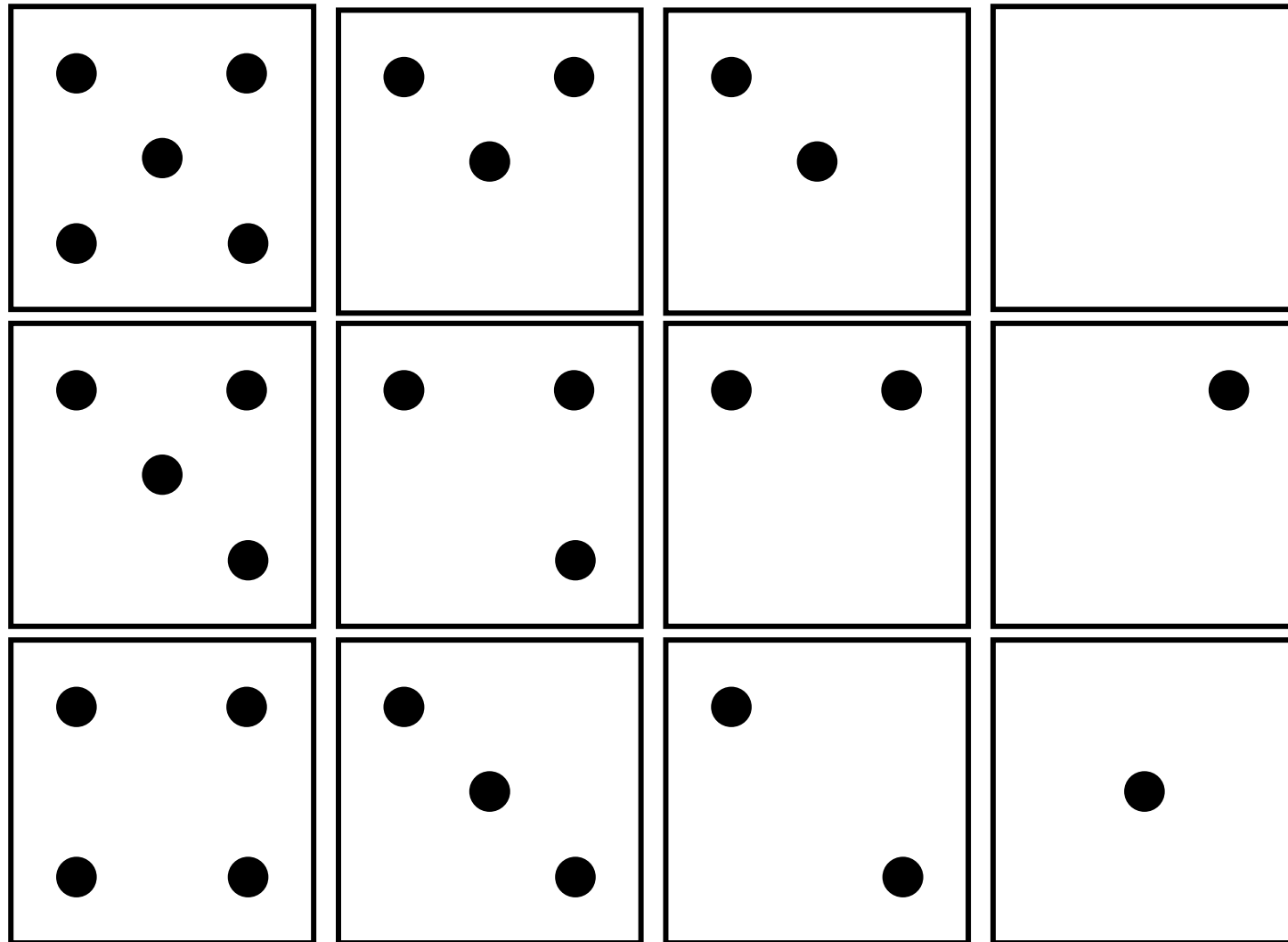
**Cartões Cores-Furos**



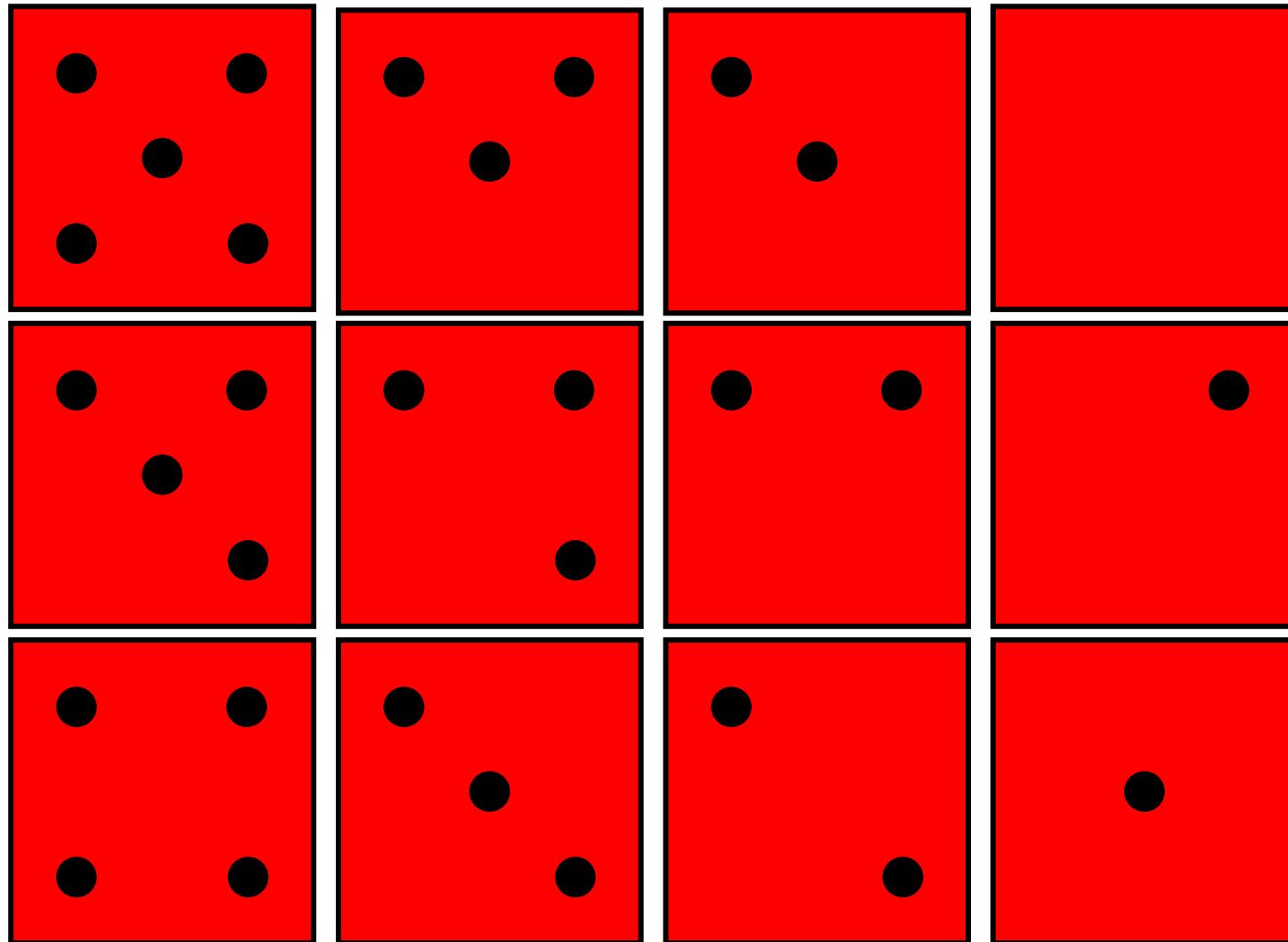
**Cartões Cores-Furos**



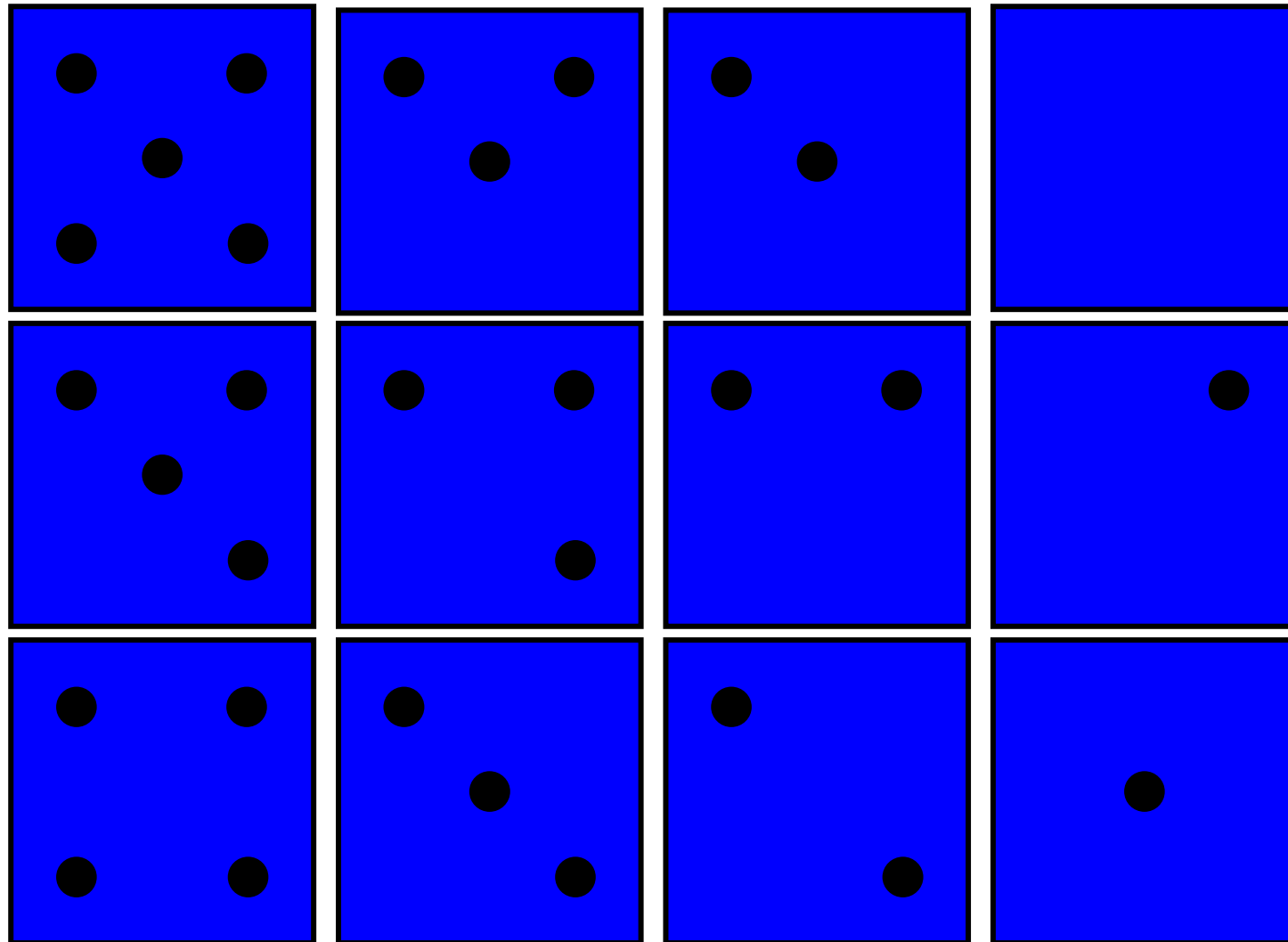
**Cartões Cores-Furos**



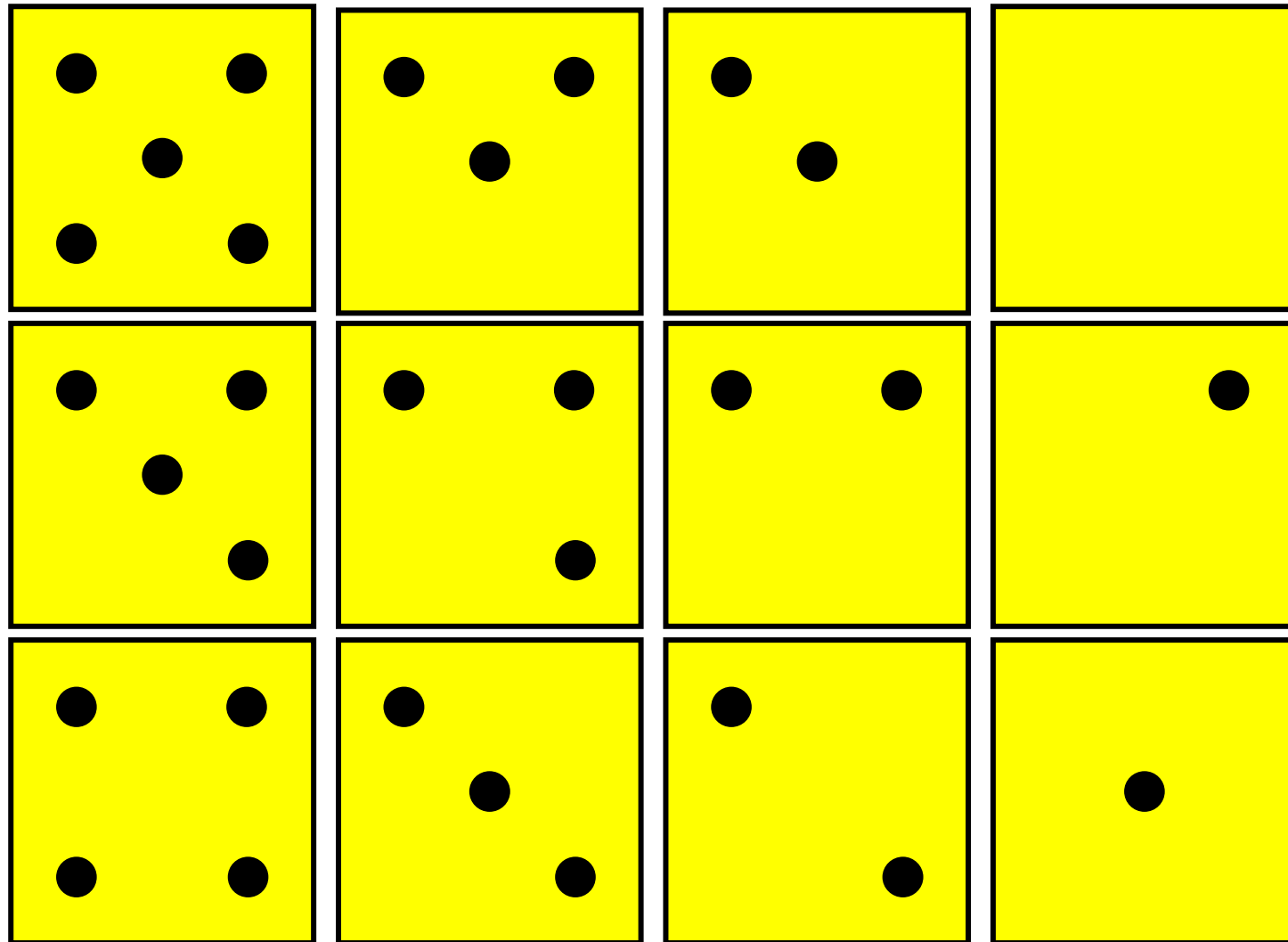
**Cartões Cores-Minicírculos**



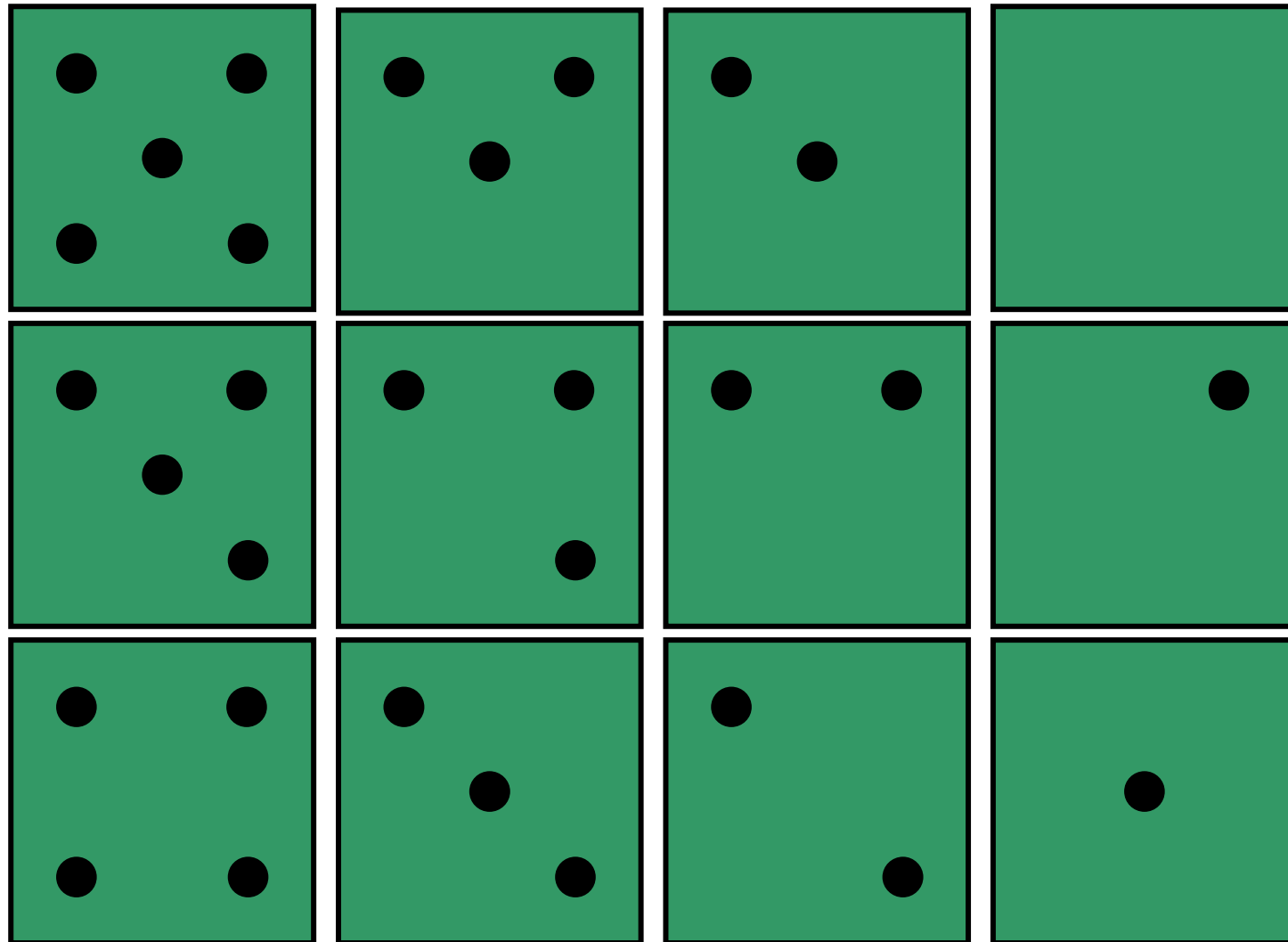
**Cartões Cores-Minicírculos**



**Cartões Cores-Minicírculos**



**Cartões Cores-Minicírculos**



**Cartões Cores-Minicírculos**



<b>5 furos</b>	<b>4 furos</b>	<b>3 furos</b>	<b>2 furos</b>
<b>1 furo</b>	<b>Nenhum furo</b>	<b>Não(5 furos)</b>	<b>Não(4 furos)</b>
<b>Não(3 furos)</b>	<b>Não(2 furos)</b>	<b>Não(1 furo)</b>	<b>Não(0 furos)</b>

## **JLOGC#08 - JOGOS PARA O PENSAMENTO LÓGICO Nº 08**

### **O JOGO DA MEMÓRIA - COMPLEMENTO DE UMA IDÉIA**

*O jogo da memória é um jogo bastante conhecido. Aqui ele será apresentado numa versão diferente da usual. Ele será visto como o Jogo do Complemento de uma Idéia, em que os de cartões não serão buscados pela identidade, mas os pares de cartões deverão ser formados pela complementaridade das idéias neles contidas.*

### **8.1.- Números e Numerais**

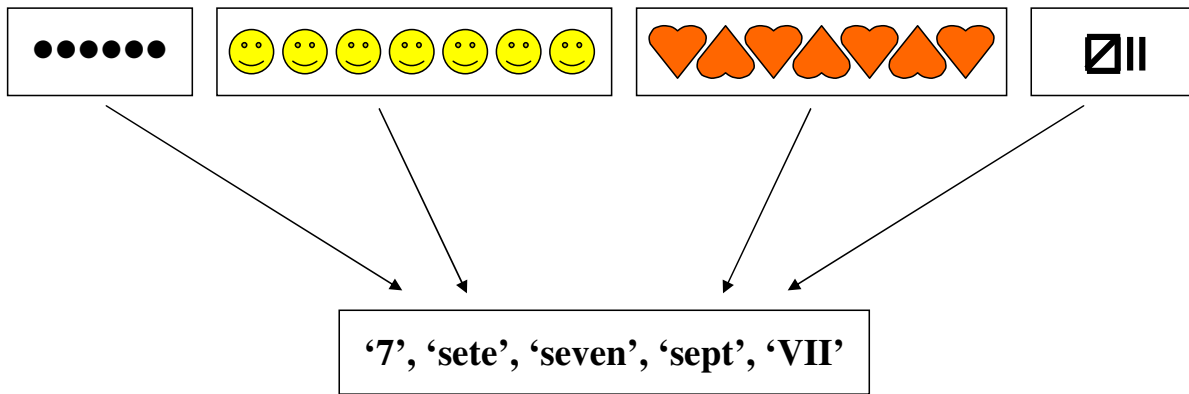
Na Matemática se faz uma distinção entre número e numeral. O número corresponde à quantidade, esta quantidade é obtida através de contagem dos elementos de um conjunto, ou seja, através da cardinalidade de um conjunto. Conjuntos que tenham a mesma cardinalidade são denominados conjuntos equipotentes. Por outro lado, o numeral é um símbolo convencional que representa aquela quantidade, ou seja, um ‘rótulo’.

Veja a seguir, num exemplo, uma forma de notação quantitativo-simbólica muito usual que relaciona alguns números com os seus respectivos numerais, ou seja, relaciona as ‘quantidades’ de ‘pauzinhos’ – que representam os números – com os numerais hindu-arábicos.

	_	_ _	□	□/	□/	□/ _	□/ _	□/□	□/□/
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

#### **8.1.1.- Um mesmo Número, vários tipos de Numerais**

Conjuntos que possuam as mesmas quantidades de elementos são tidos como representantes de um mesmo número, no entanto podemos associar a eles vários tipos de numerais. Enquanto poderemos dizer que nos conjuntos apresentados no exemplo a seguir há ‘7’ ou ‘sete’ elementos, um inglês se referirá àquela quantidade como sendo ‘seven’ e um francês como ‘sept’; se estivéssemos utilizando os *numerais* romanos, esta quantidade seria representada por ‘VII’.



A quantidade – o número –, sempre será o mesmo seja qual for a forma de representação, os *numerais daquele número* é que poderão variar de acordo com conveniência lingüísticas ou com o contexto em que eles devam ser apresentados.

Se formos recorrer à Teoria dos Conjuntos, podemos afirmar que, sob a ‘etiqueta’ de um dado número, poderemos reunir o conjunto de todos os conjuntos equivalentes entre si, ou seja, aqueles que podem ter seus elementos colocados em correspondência biunívoca, isto é, os conjuntos que são *equipotentes*. Mas isto tudo poderá ser substituído pela idéia que demos anteriormente – e cremos que o leitor irá concordar conosco: *número é a quantidade e numeral o símbolo que o representa*.

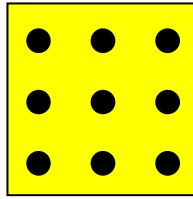
### 8.1.2.- Cartões-Números e Cartões-Numerais

Vamos mostrar a seguir duas séries de cartões numéricos:

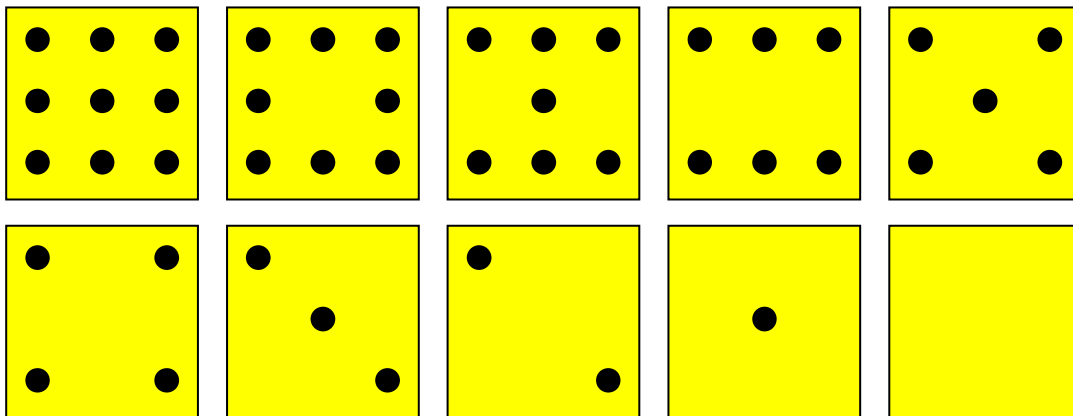
- 1.- os cartões-números – cuja quantidade poderá ser representada por um número;
- 2.- os cartões-numerais que podem apresentar os numerais hindu-arábicos ( 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9); os numerais romanos ( I, II, III, IV, V, VI, VII, VIII, IX) ou os numerais escritos em vários idiomas.

#### 8.1.2.1.- Cartões-Números

Iremos propor um conjunto de cartões-número baseados no seguinte módulo básico, onde, foram dispostos, de forma simétrica, pequenos círculos sobre um cartão quadrado colorido:



Os demais cartões são obtidos pela eliminação um-a-um dos círculos, de maneira extremamente criteriosa, buscando preservar sempre a simetria na distribuição dos círculos remanescentes como pode ser visto na figura a seguir.



Estes são os cartões-números especialmente construídos com a finalidade de facilitar a apreensão imediata das quantidades ali representadas.

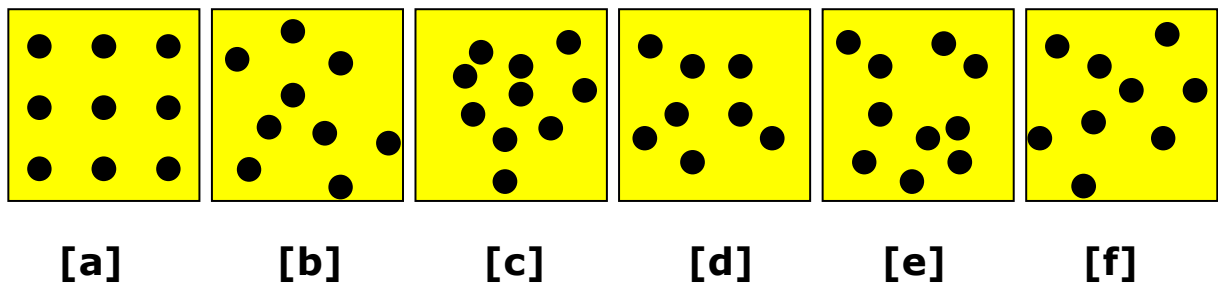
O leitor mais atento, talvez possa ter suas próprias idéias sobre a distribuição simétrica destes círculos, sugerindo outras formas de distribuí-los sobre o cartão. Há mesmo, outras possibilidades, e aquelas estabelecidas acima, fazem parte de uma escolha que pareceu esteticamente simpática para o autor.

As crianças pequenas, num primeiro contacto com os cartões-números conforme ‘formulados’ acima, possivelmente terão que contar a quantidade de pequenos círculos pretos para ‘descobrir’ quanto vale cada um destes cartões. Com o tempo, elas perceberão a estrutura lógica dos cartões-número, conseguindo apreender a quantidade de círculos, de forma praticamente automática, ou se o leitor achar melhor: intuitiva.

### 8.1.2.2.- Cartões Logicamente Neutros e Cartões Logicamente Impregnados

A escolha dos cartões-números poderia ter recaído sobre um cartão onde os elementos (círculos ou outro tipo de objetos) fossem distribuídos de forma aleatória, obrigando-nos à contagem dos círculos cada vez que quiséssemos utilizar um dos cartões que apresentassem quantidades elevadas de elementos (7, 8 ou 9, por exemplo).

Sugerimos, como mais um *Jogo Para o Pensamento Lógico*, que o leitor compare os cartões a seguir e veja que apenas no primeiro deles (Cartão [a]) a assimilação da quantidade é mais fácil, enquanto nos outros as coisas se complicam, e muito.

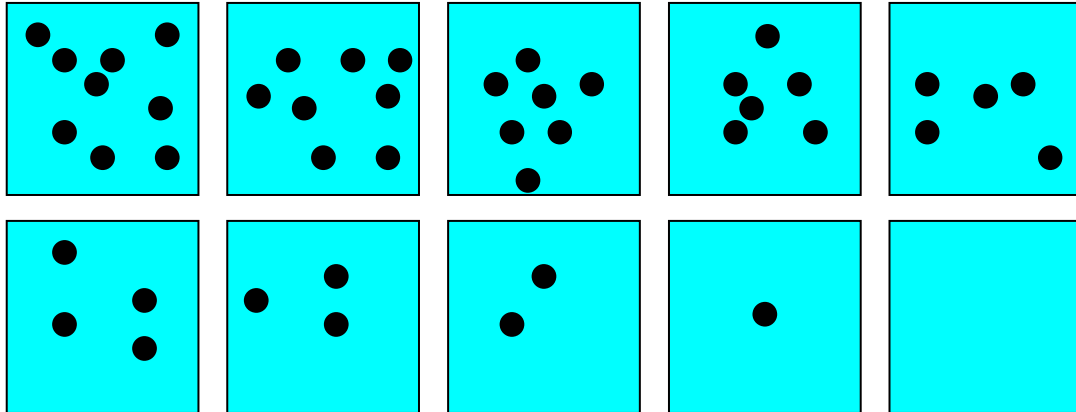


Em dois dos cartões ‘desorganizados’ há 9 círculos, mas em outro há apenas 8 círculos e em outros dois deles há 10 círculos. O mais curioso é que os cartões que apresentam os 9 círculos desorganizados, são exatamente os mesmos, somente que um deles foi girado de 90° em comparação com o outro: Confira! Caso o leitor esteja interessado em verificar as afirmações acima experimentalmente, na pasta JLOGC#12, ele encontrará estes cartões para serem impressos e utilizados.

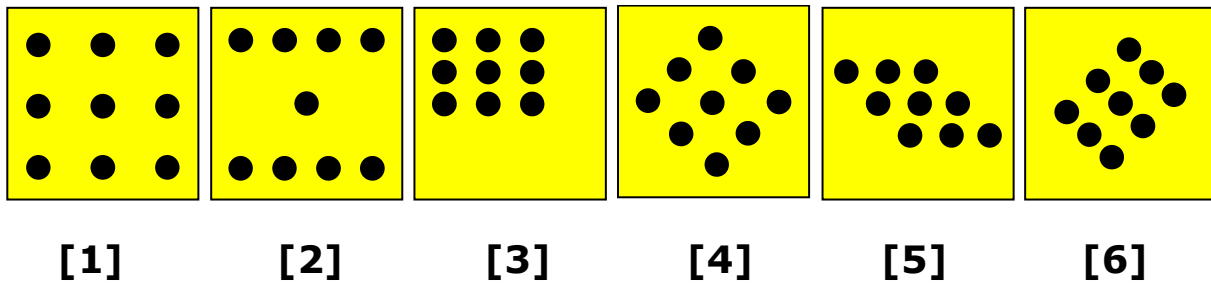
O leitor deve ter descoberto com relativa facilidade, no Jogo Para o Pensamento Lógico acima proposto, quais seriam os cartões problemáticos, mas vamos às soluções: [b] e [f] é o mesmo cartão, somente que [f] foi girado de 90° no sentido horário, com relação ao outro; [c] e [e] têm 10 elementos; [d] tem somente 8 elementos.

Os cartões que necessitam de contagem e que não ‘representam’ de forma ‘clara’ o número 9 (a quantidade 9) iremos denominar *cartões logicamente neutros*, enquanto o primeiro cartão [a], que é um cartão ‘fortemente’ simbólico, iremos denominar cartão logicamente impregnado pelo número 9. Assim, o nosso conjunto de cartões-números, apresentados acima, formam um conjunto de

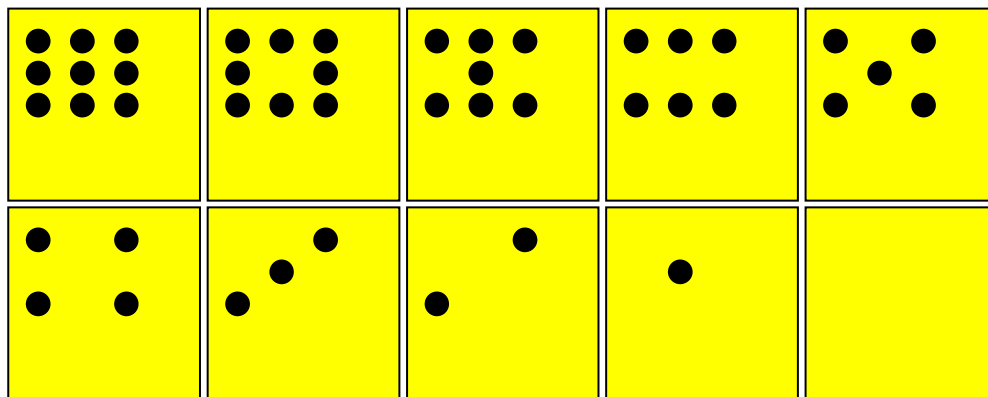
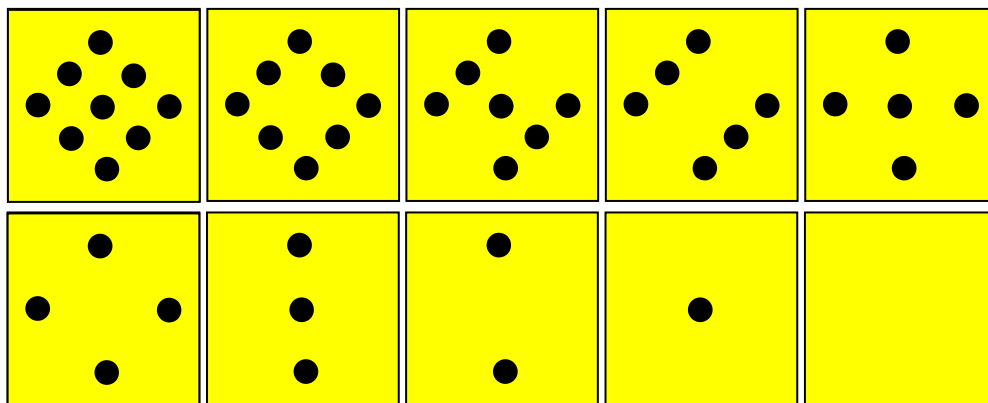
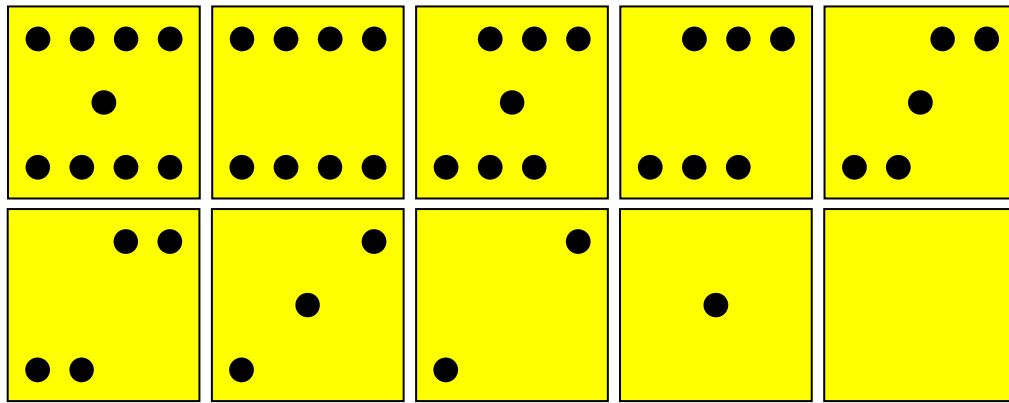
cartões simbólicos ou um conjunto de cartões logicamente impregnados, em oposição aos cartões que poderiam ser denominados cartões logicamente neutros, que apresentamos a seguir.



**8.1.2.3.- Cartões Logicamente Impregnados – Escolhendo o melhor**



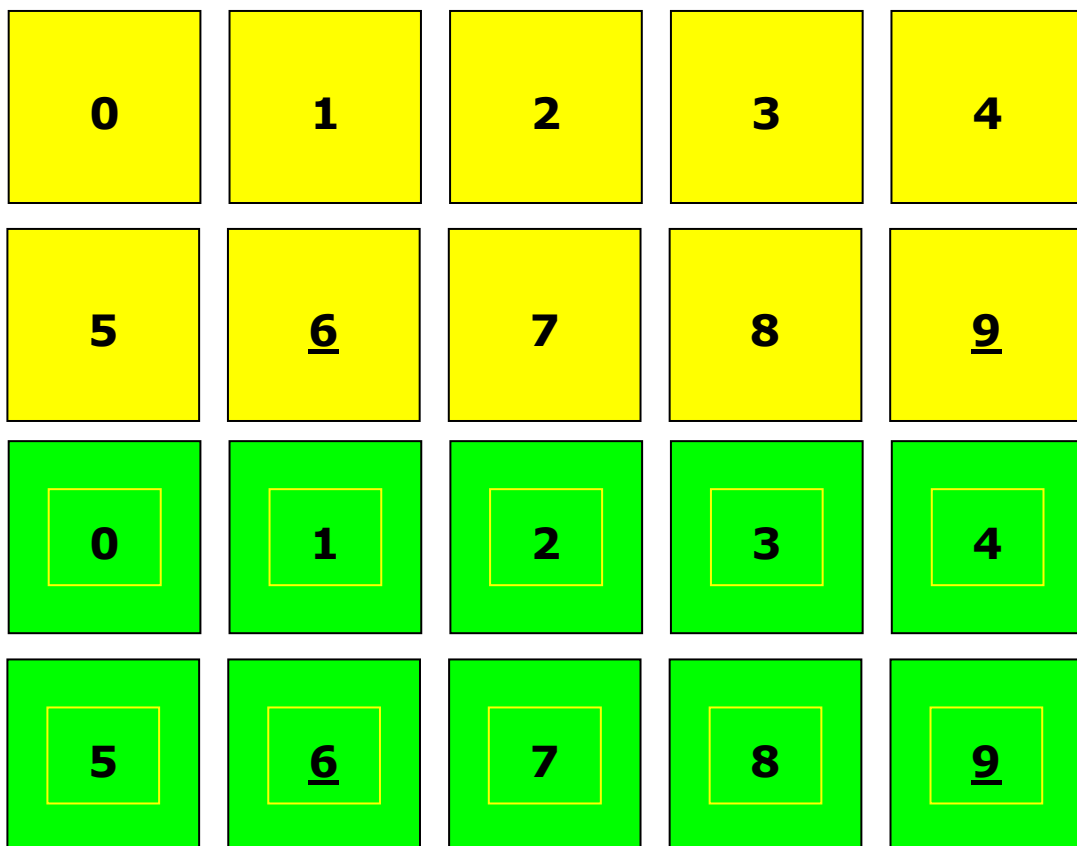
Este é mais um Jogo Para o Pensamento Lógico que propomos aos leitores: todos os cartões apresentados acima, possuem exatamente nove círculos pretos. O leitor deve escolher aquele (*ou aqueles*) que melhor representa (*ou melhor representam*) o número nove, e portanto qual deles o leitor escolheria para servir de módulo básico para a geração dos seus próprios cartões-números. No CD-R que acompanha este livro, na pasta intitulada JLOGC#12, o leitor encontrará, pronto para serem impressos, três conjuntos de cartões-números, gerados por um dado Modelo Básico, escolhidos dentre os cartões que representam o número 9, logo acima apresentados de acordo com o que é mostrado a seguir.



O leitor deve ter percebido que os conjuntos de cartões acima apresentados poderiam ser estruturados de outras maneiras a partir do módulo básico escolhido para gerá-los, ou seja, os círculos pretos, a partir do número 8, poderiam ser escolhidos para figurarem em outras posições, distintas daquelas escolhidos pelo autor.

### 8.1.2.4.- Cartões-Numerais

Os cartões-numeral, como foi dito anteriormente, podem ostentar em suas faces os numerais hindu-arábicos (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, ...); os numerais romanos ( I, II, III, IV, V, VI, VII, VIII, IX, X, C, L, D, M) ou os numerais escritos em vários idiomas: inglês, português, francês etc, de acordo com a conveniência do educador que se propuser a utilizá-los. O leitor encontrará na pasta JLOGC#12 do CD-R que acompanha este livro, muitos modelos de cartões-números para imprimir, recortar e usar.



Acima apresentamos dois conjuntos de Cartões-numerais (com os numerais hindu-arábicos), um conjunto na cor amarela e outro na cor verde-claro, que iremos utilizar nos jogos a seguir.

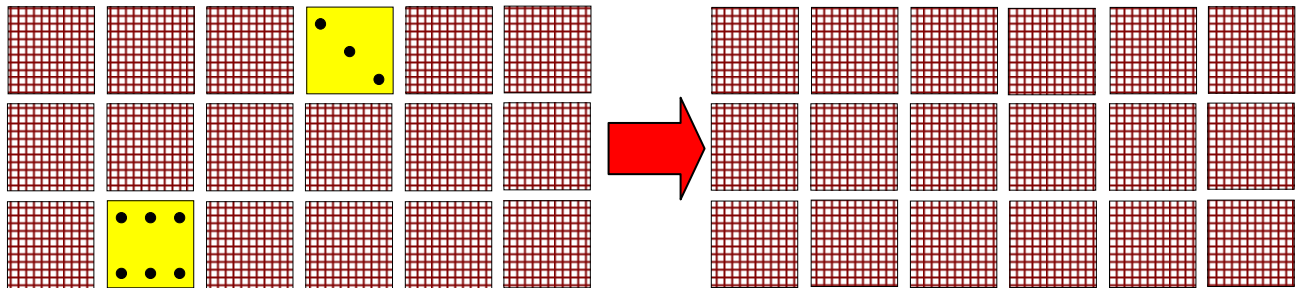
### 8.2.- Complemento de 10 com Duas Séries de Cartões

Este é um tipo jogo da memória que deve ser jogado com duas séries de cartões-números ou cartões-numerais, das quais se devem suprimir os dois cartões correspondentes ao zero:

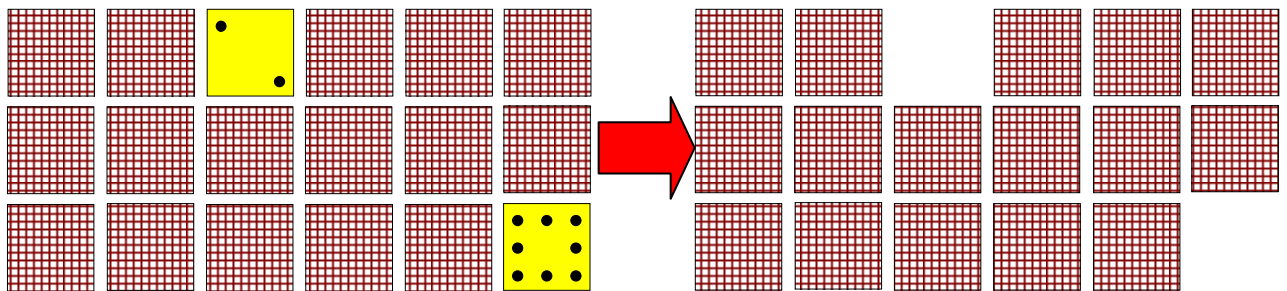


1. O jogador, ao invés de formar pares idênticos como usualmente se faz no jogo da memória, deve buscar o “*complemento para 10*” (a “*soma 10*”), ou seja, a quantidade de círculos constantes do par de cartões, deve somar 10, para que se possa retirar os cartões para si;
2. Cada par de cartões retirados pelo jogador corresponderá a dois pontos ganhos para ele;
3. Vamos simular o jogo da memória visando o *complemento para 10*. Veja que temos um jogo com 18 cartões, e vamos supor que estejamos jogando em dupla, como mostrado nas figuras a seguir;

- O primeiro jogador: escolhe dois cartões e os vira.



- O primeiro jogador, como não conseguiu a soma 10, retorna cada um dos cartões à sua posição original.
- O segundo Jogador: escolhe dois dos cartões e os vira



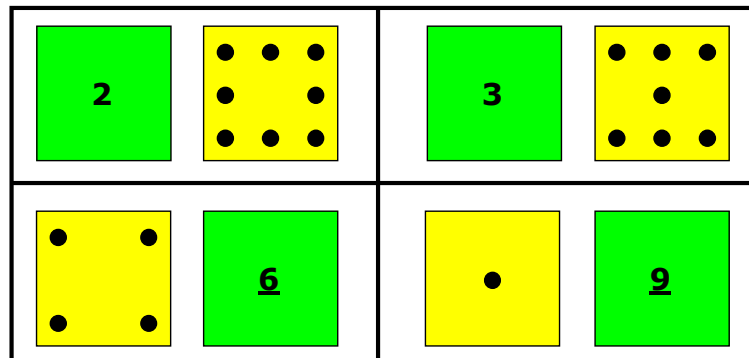
- O segundo jogador retira para si as duas peças, pois elas ‘somam 10’.
- O final do Jogo ocorre quando todos os pares de cartões forem retirados. Ganha o jogo, aquele que estiver de posse do maior número de cartões.

**Observação:**

*O Jogo da memória em sua versão eletrônica foi desenvolvido para ser jogado por um único jogador (é um jogo denominado solitário) e a contagem de pontos se faz de acordo com o tempo gasto para a retirada de todos os pares de cartões. Vence a partida aquele que realizar as retiradas no menor tempo possível. É um jogo interessante, mas, ao longo do tempo cansativo.*

### 8.3.- Regras para um outro Jogo Mais Complexo

Um jogo que poderá ser muito interessante é aquele que envolve duas séries de cartões numerais e duas séries de cartões numerais, dos quais se retira o zero, contando-se assim com 36 cartões para jogar. Neste caso, o complemento continua sendo feito para o '10', mas condicionado a envolver um cartão número e um cartão numeral, como os exemplos apresentados na figura a seguir.



### 8.4.- Um comentário Pertinente

Pode parecer que este jogo da memória onde a intenção seja complementar um par segundo algum tipo de condição seja inédito. Quem pensar assim, estará redondamente enganado, pois existe um exemplo bastante interessante, e muito conhecido, de jogo que poderia ser adaptado para se jogar o *jogo da memória de complementação de uma idéia*: é aquele jogo de baralhos para crianças, bastante tradicional, denominado 'jogo do mico', onde o jogador deverá formar *casais* de animais, sobrando o 'mico' para alguém mais distraído ou 'azarado'. Este jogo pode ser jogado com vários jogadores, mas também como um jogo solitário, como jogo da memória.

### 8.5.- Jogo da Memória - Outras Sugestões

O processo de criação de um dado *Jogo Para o Pensamento Lógico-Matemático* deveria ser retomado pelo nosso leitor mais interessado visando criar outros jogos ligados à sua área de atuação. Assim, sendo,

- Um professor de português pode criar um jogo de complementação de idéias dentro do contexto da aprendizagem da língua portuguesa, como por exemplo propor o casamento de algumas palavras com a sua correspondente classe de palavra; ou de uma palavra com o seu antônimo, etc.
- Um professor de geografia, poderia propor um jogo de casamento dois a dois (ou quatro a quatro! – que seria bem mais difícil que o anterior) entre: a bandeira de um país, o seu mapa político, a sua capital e o nome do país.
- Um professor de literatura poderia propor um jogo da memória visando o casamento de autores e seus livros, ou entre autores e sua nacionalidade, etc.

Completando a nossa lista de sugestões, o leitor encontrará, a seguir, uma idéia um pouco diferente da apresentada até aqui, que é o Jogo da Memória – Complemento de 10, 11, 12, 13, ... jogado com uma série ‘ampliada’ de cartões-numerais.

Você poderia, ainda, pensar em outras formas de casamento de padrões ligados ao seu tipo de atividade, até bastante complexos mas, sobretudo educativos. Reflita sobre isto.

### **8.5.1.- Sobre o Jogo da Memória - Complemento de 10, 11, 12, 13, ...**

O jogo apresentado a seguir é uma variedade do jogo da memória acima apresentado, permitindo uma gama de variação um pouco mais elástica do que o anterior.

### **8.5.2.- Complemento de 10 Com uma Série de Ampliada Cartões-Numerais**

O Jogo Complemento de 10 possui 12 cartões quadrados numerados de 0 até 10, mais um cartão com o numeral 5, isto é, temos aqui – veja abaixo – uma série ampliada de cartões-numerais.

Note que os cartões com o numeral 5, são os únicos cartões idênticos. O verso todos estes cartões devem apresentar-se com um mesmo padrão neutro, como ocorre nas cartas do baralho comum, ou devem ser deixadas em branco.

0	1	2	3
4	5	6	7
8	9	10	5

### 8.5.3.- Regras do Jogo do Complemento de uma Idéia – Primeiro Exemplo

Este é um jogo da memória, como já foi visto anteriormente, em que o par de cartões não se faz pela identidade entre os valores, mas sim pela soma (resultado das adições) dos valores numéricos constantes nos cartões. A soma dos valores, neste nosso primeiro exemplo, deve ser sempre 10.

1. Embaralhar sobre o tampo de uma mesa os cartões da Série Ampliada de Cartões, cujos valores numéricos devem estar voltadas para baixo.
2. O jogo começa ao se virar dois destes cartões e verificar se a soma de seus valores numéricos resulta 10. Caso isto aconteça deve-se retirar estes dois cartões do jogo.
3. Caso a soma não seja 10, deve-se desvirar os cartões mantendo-se as *suas posições originais*, e tentar novamente com outros cartões, e assim por diante até que todos os pares de cartões sejam encontrados.
4. Pode-se jogar sozinho, como um jogo de paciência, ou em duplas.

### 8.5.4.- Outras idéias

Este jogo pode ser ampliado para se jogar o ‘Complemento de 12’, com cartão de 0 até 12 e mais uma contendo o número 6, que é exatamente a metade do número 12.

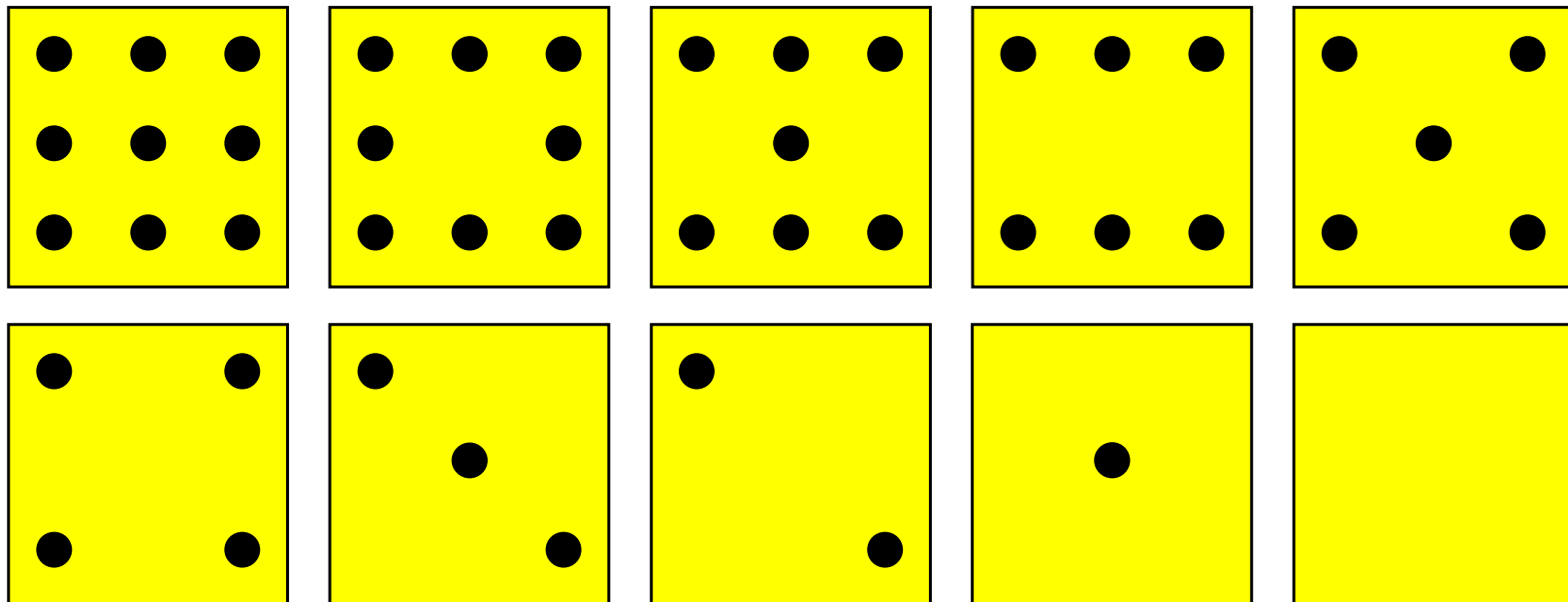
Pode-se ainda pensar em outros jogos semelhantes em que, envolvendo números ímpares, como no caso do ‘Complemento de 11’, em que não *haverá a necessidade de existir o cartão duplo* (duas cartões idênticos), e os cartões deverão ser numerados de 0 a 11.

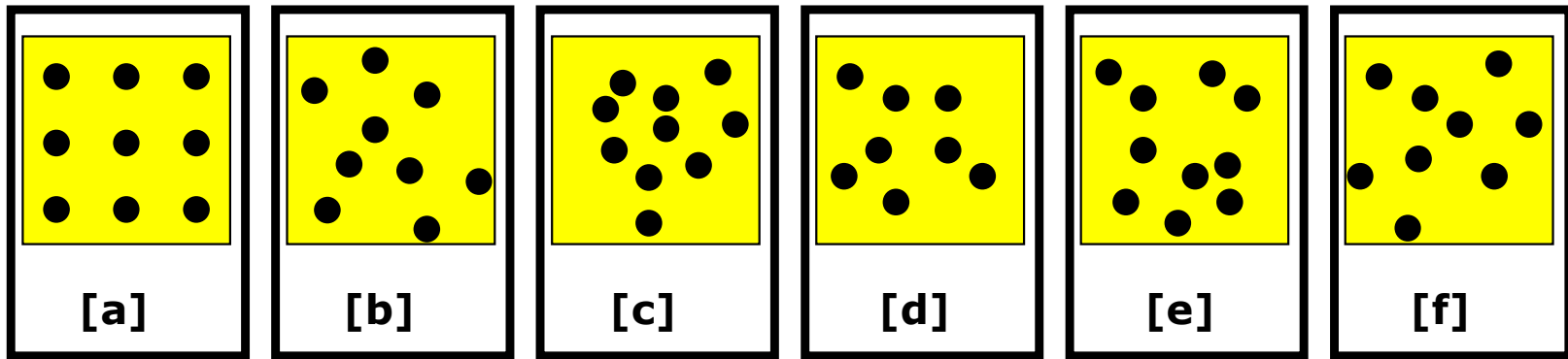
Alguns cartões a seguir permitirão criar novas possibilidades de jogar outros complementos de 'X', onde X pode valer: 11, 12, 13, etc. Divirta-se com todas estas possibilidades, usando as cartões a seguir.

<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>
<b>10</b>	<b>11</b>	<b>12</b>	<b>13</b>
<b>14</b>	<b>15</b>	<b>16</b>	<b>17</b>
<b>18</b>	<b>19</b>	<b>20</b>	<b>21</b>

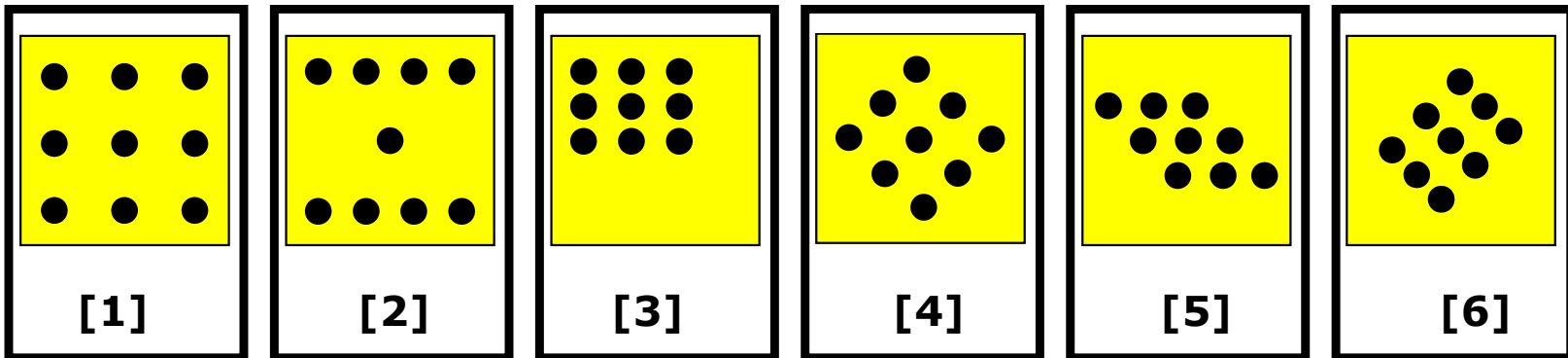
<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>
<b>10</b>	<b>11</b>	<b>12</b>	<b>13</b>
<b>14</b>	<b>15</b>	<b>16</b>	<b>17</b>
<b>18</b>	<b>19</b>	<b>20</b>	<b>21</b>

**JLOGC#08 - JOGOS PARA O PENSAMENTO LÓGICO Nº 08**  
**MATERIAL PARA REPRODUÇÃO VIA IMPRESSORA**  
**O JOGO DA MEMÓRIA - COMPLEMENTO DE UMA IDÉIA**

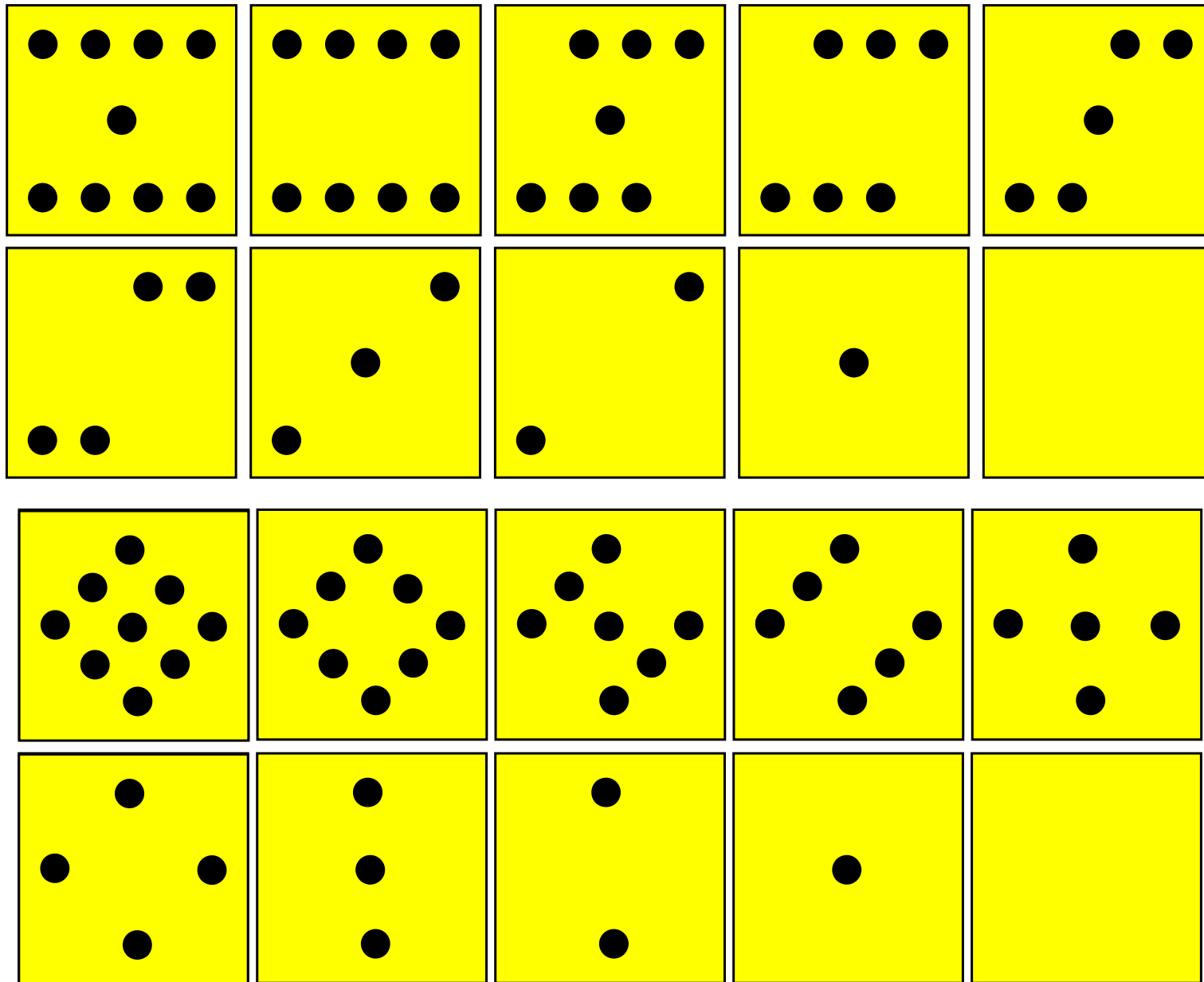




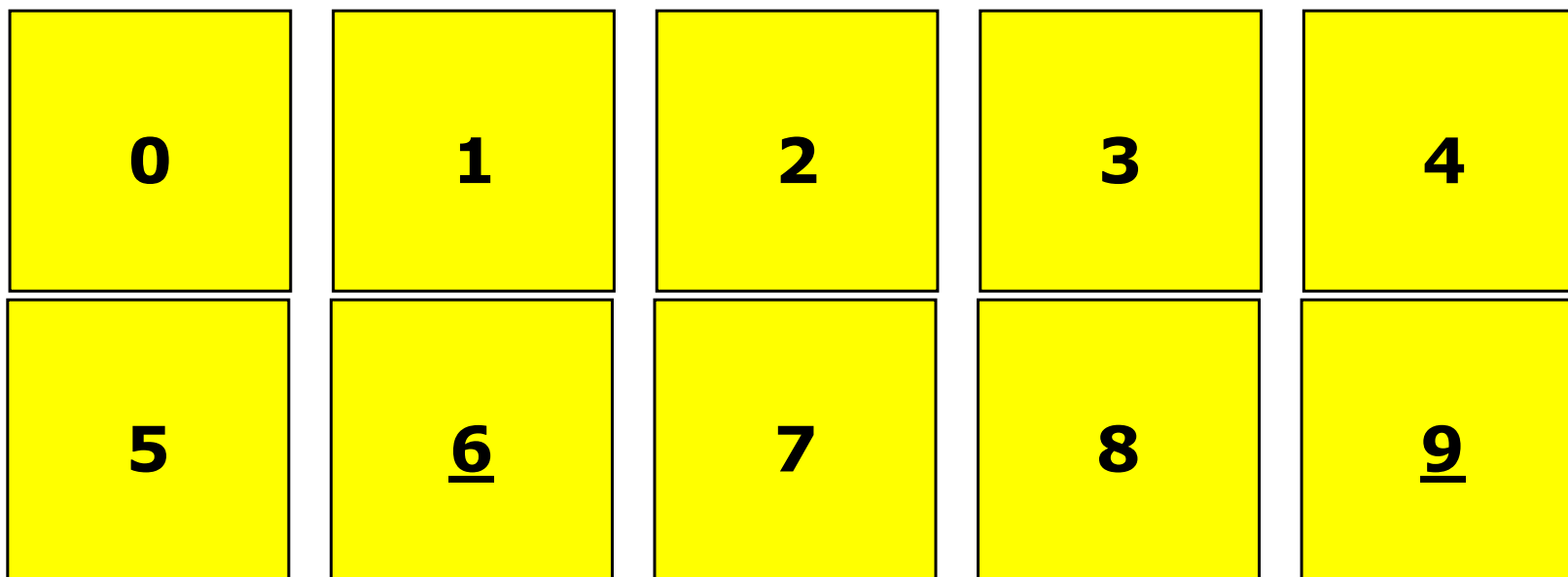
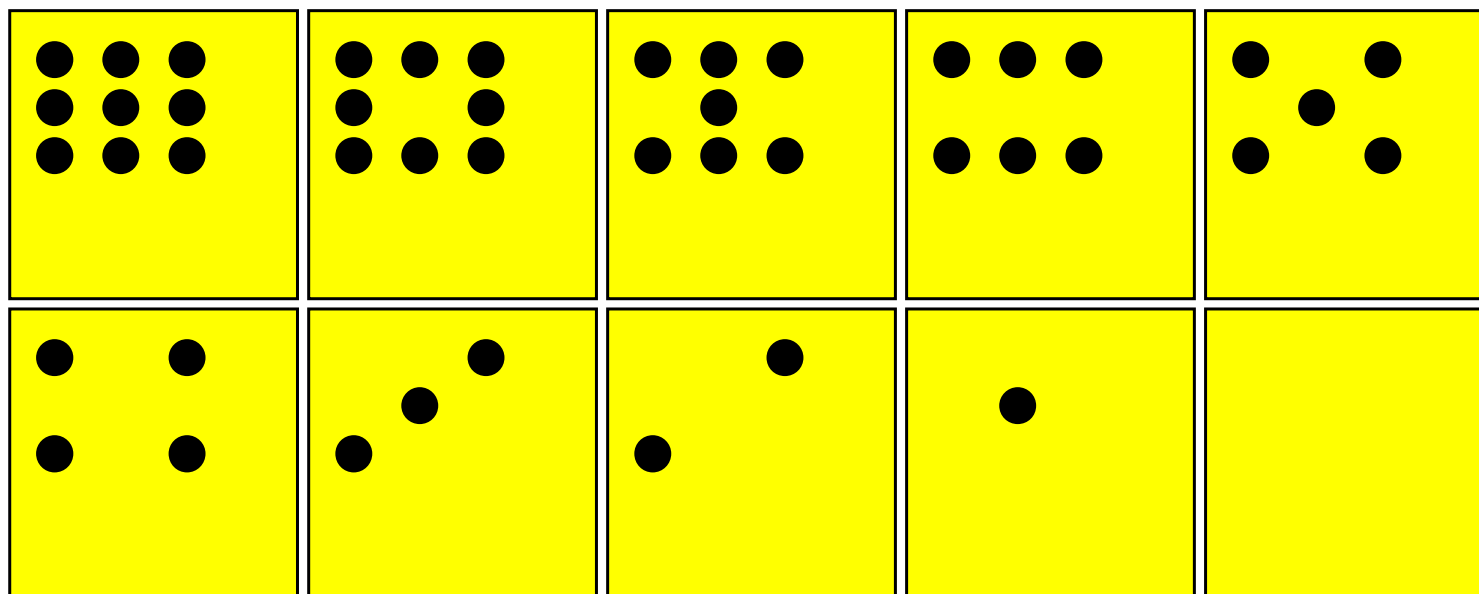
Cartões para o Teste de Contagem x Impregnação

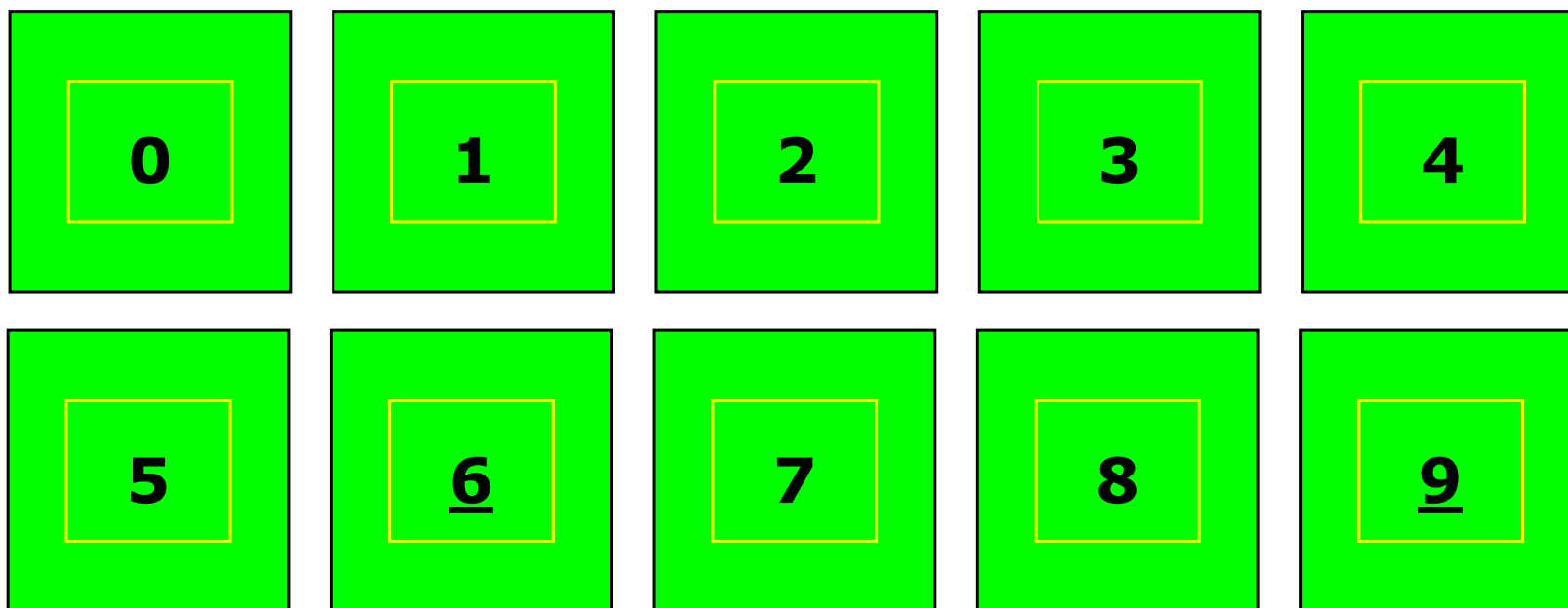


Cartões para o Teste de Contagem x Impregnação









Imprimir duas vezes estes dois conjunto de cartões mostrados a seguir

<b>0</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>
<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>
<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>	<b>5</b>

<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>
<b>10</b>	<b>11</b>	<b>12</b>	<b>13</b>
<b>14</b>	<b>15</b>	<b>16</b>	<b>17</b>
<b>18</b>	<b>19</b>	<b>20</b>	<b>21</b>

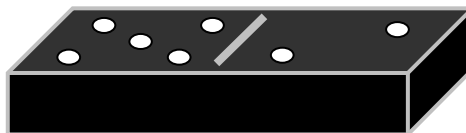
## JLOGC#09 - JOGOS PARA O PENSAMENTO LÓGICO Nº 09

### DOMINÓS QUADRADOS 4-FORMAS COLORIDAS

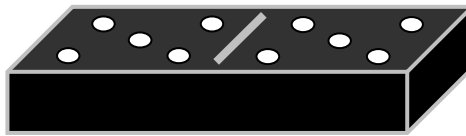
*O dominó comum é constituído por 28 pedras retangulares, cada uma delas com duas possibilidades de casamento de padrões, desde que estes padrões sejam idênticos. Aqui nós vamos estudar os dominós quadrados. Estes dominós apresentam quatro possibilidades de casamento ao se juntarem cada um de seus quatro lados, isto é, os quadraminós podem ser casados por um dos lados com outro quadraminó mediante a coincidência de dois dos quatro elementos que neles figuram. O nosso estudo se estenderá dos Dominós 4-Quadrados Coloridos, passando pelos Dominós 4-Figuras Coloridas, para abranger os Dominós 4-Círculos Coloridos e outros mais, envolvendo os hexágonos e o octógonos regulares, também coloridos.*

#### 9.1.- O Dominó Comum

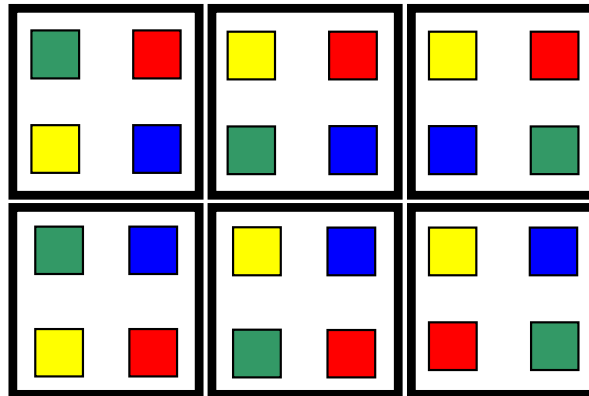
A peça de dominó comum é um pequeno prisma de madeira cujo comprimento é o dobro da largura e a altura mede, aproximadamente,  $1/3$  de sua largura. A face superior, um retângulo, é dividida em duas regiões quadradas onde estão gravados os padrões: símbolos numéricos de um a seis ou figuras coloridas. Jogar com estes dominós consiste ir casando os padrões idênticos, formando uma ‘cadeia’, ou seja, deve-se conseguir o encadeamento das peças através da identidade dos padrões – símbolos numéricos equivalentes ou figuras coloridas iguais.



Curiosamente existem peças onde os símbolos aparecem duas vezes, ou seja, os mesmos símbolos, cores ou figuras, ocorrem nas duas porções quadradas de um mesmo dominó – estes são, às vezes, denominados “duques”.



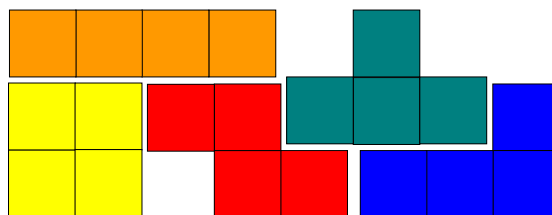
O conjunto de dominós com formato quadrado, denominado ‘*Dominós 4-Quadrados Coloridos*’, mostrado a seguir, possui quatro possibilidades de casamento, ao invés das duas, usuais nos dominós comuns.



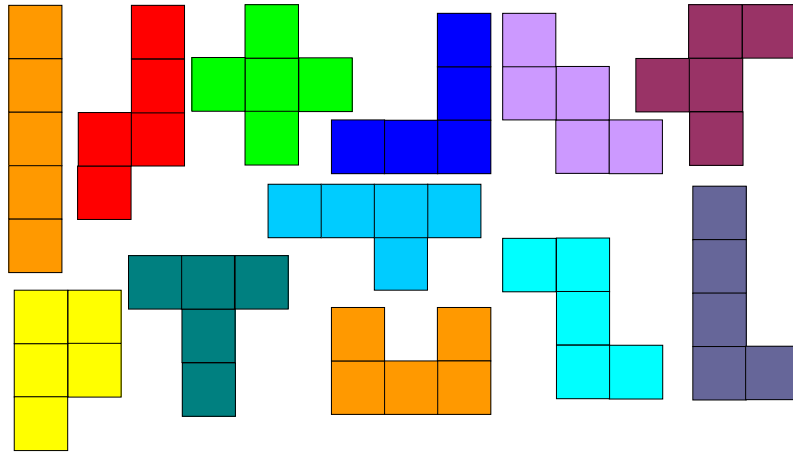
No caso dos *Dominós 4-Quadrados Coloridos*, além do casamento de padrões idênticos, pode-se ainda pensar em *casamentos cruzados*, como ser verá mais adiante.

## 9.2.- Os Dominós Quadrados – Seriam os ‘Quadraminós’?

Poderíamos ter dado a este conjunto de cartões o nome *Quadraminó*, o que seria bastante adequado – se este é um dominó com 4 possibilidades de casamento de padrões, logo, deveria ser um *quadraminó* –, mas este nome é também utilizado para nomear o conjunto de todas as possibilidades de arranjos de 4 quadrículas lado a lado, que têm em comum umas com as outras, pelo menos dos lados, formando um conjunto de elementos denominados quadraminós (veja a figura a seguir).



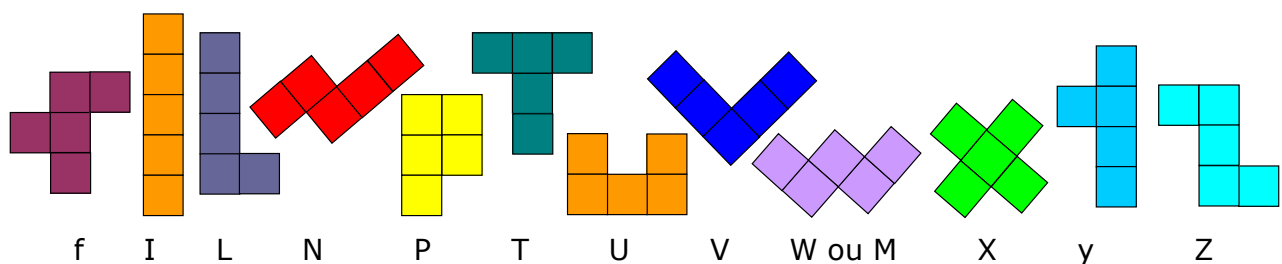
Dentro desta linha de raciocínio construtivo, está também, um conjunto de manipulativos concretos bastante conhecido, que são os Pentaminós (em inglês: Pentamino/Pentaminos), mostrados na figura a seguir.



Um Jogo Para o Pensamento bastante interessante é aquele em que se pode fazer corresponder cada uma das 12 peças do Pentaminó uma dada letra do alfabeto (maiúsculas e minúsculas) que descreve o formato daquela peça:

f, I, L, N, P, T, U, V, W ou M, X, y, Z.

A Correspondência não é rigorosa, quando se comparam os formatos de algumas das letras, com os formatos de alguns pentaminós, mas, ela se mostra um tipo de identificação bastante útil quando se está manipulando os pentaminós.



Os Pentaminós foram exaustivamente estudados, inclusive por matemáticos, tendo sido tema de Teses de Doutorado. Atualmente há, disponível na Internet, um farto material escrito – geralmente em língua inglesa – sobre os Pentaminós, em que se descreve o material e suas possibilidades lúdicas. Há ainda na Internet vários site em que os Pentaminós são apresentados sob a forma de animações bastante elaboradas e claras, programadas nas linguagens Java ou Flash,.

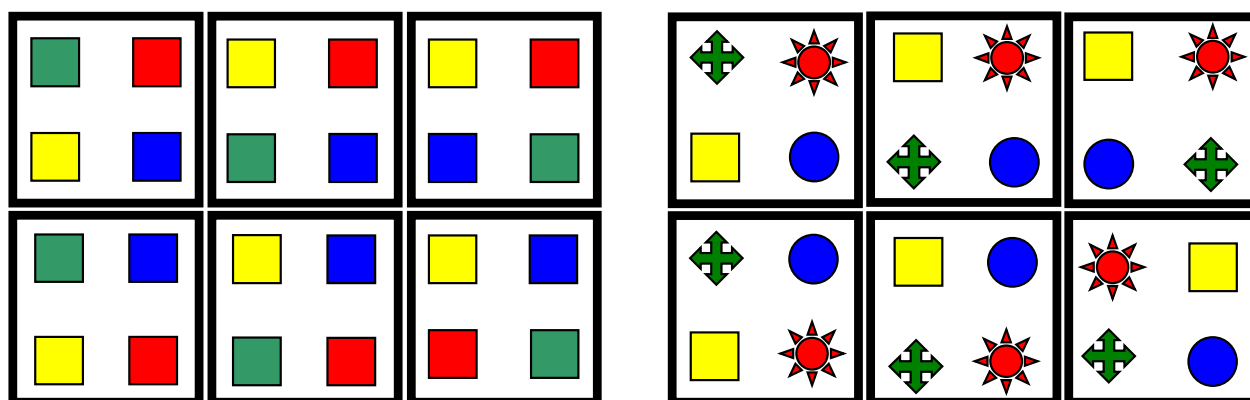
Infelizmente este assunto não fará parte deste nosso livro, pois tratamos aqui apenas de Cartões Lógicos. O assunto será retomado em um livro de ‘*Jogos Para o Pensamento Geométrico*’, dentro da série: Jogos Para o pensamento Lógico Matemático, da qual este livro – ‘*Jogos Para o Pensamento Lógico*’ – faz parte.

## 9.2.- Os Dominós 4-Quadrados Coloridos e 4-Figuras Coloridas

A seguir são mostrados os dois conjuntos de Cartões denominados: Dominós 4-Quadrados Coloridos e Dominós 4-Figuras Coloridas. Aqui os 4-Quadrados Coloridos e a 4-Figuras Coloridas são o que denominamos 4-Formas Coloridas.

O primeiro destes conjuntos será considerado como *Modelo Básico* em que, todas as figuras têm para suporte cartões quadrados com 4,5 cm de lado (mas que poderiam ser círculos, hexágonos ou octógonos regulares, isto é, sempre figuras simétricas), tendo por diferencial apenas a cor. O segundo conjunto abaixo apresentado, também com cartões medindo 4,5 cm de lado, exhibe quatro figuras distintas, todas elas simétricas – cruz, estrela, quadrado e círculo –, e é denominado *modelo alternativo*, onde tanto a cor como a forma, servem para caracterizá-los.

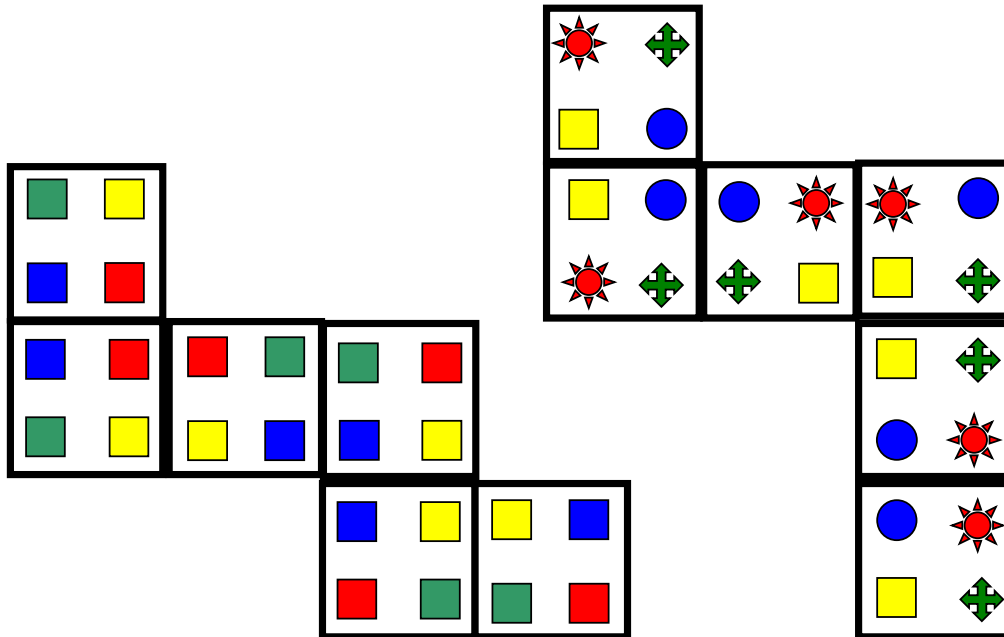
Na verdade, este segundo conjunto de cartões possui dois atributos: formas e cores, cores estas que mais tarde poderão ser redistribuídas pelas figuras, gerando mais cartões distintos entre si. É o que mostraremos bem mais à frente neste texto.



No primeiro caso exige-se que o casamento de padrões se faça pela identidade de cores, enquanto no segundo caso o casamento de padrões pode-se dar pelas formas ou pelas cores, o que daria na mesma.



Para que o leitor possa comparar estes dois tipos de Dominós Quadrados, o exemplo a seguir mostra duas partidas com estes dominós, uma delas com os Dominós 4-Quadrados Coloridos, e outra, com os Dominós 4-Figuras Coloridas.



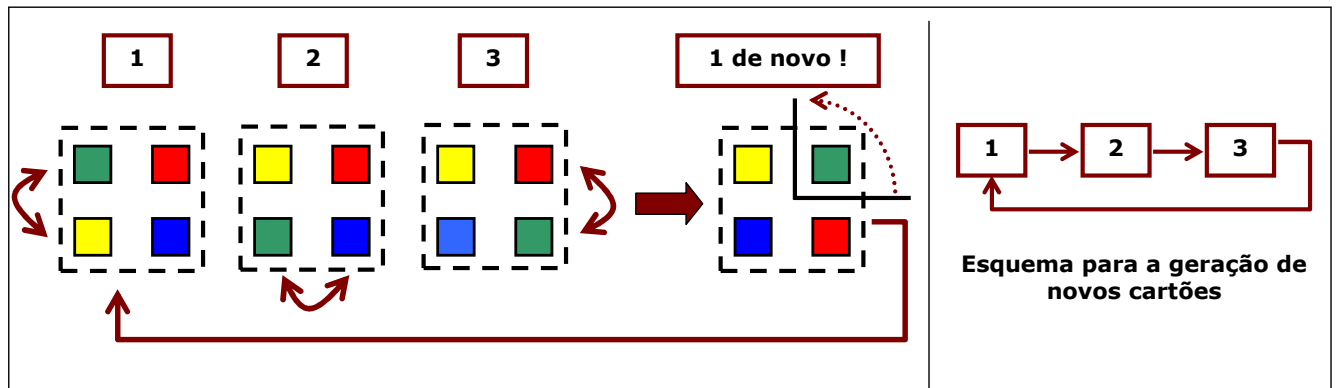
### 9.3.- A Heurística para a elaboração dos Dominós Quadrados

Uma heurística é um conjunto de regras /ou métodos que conduzem à descoberta, à invenção ou à resolução de problemas; a heurística que permite gerar com segurança os 6 *Dominós 4-Quadrados Coloridos*, bem como por extensão, os 6 *Dominós 4-Figuras Coloridas*, como se verá a seguir, é bastante simples,

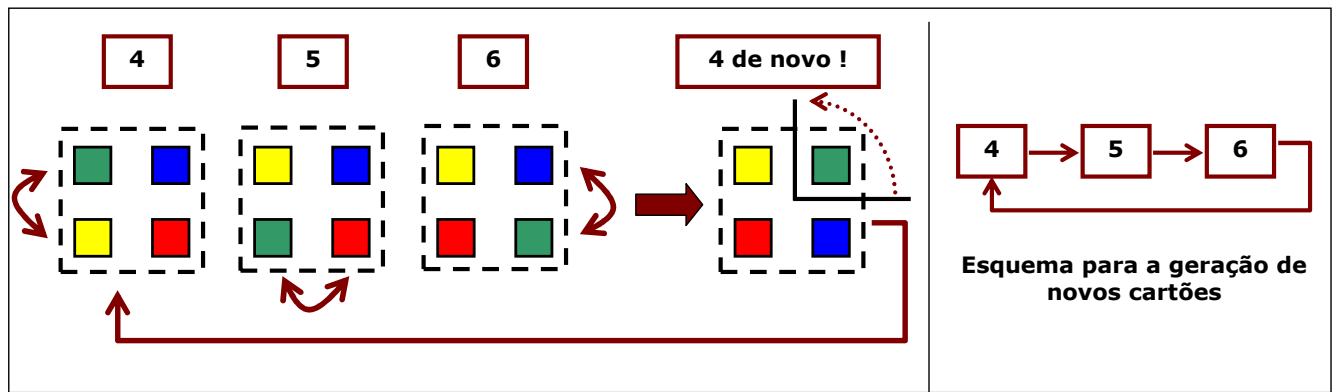
- Primeiramente vamos *escolher* as quatro cores a serem permutadas sobre o cartão – um suporte cartonado branco, medindo 4,5 cm de lado.
- Vamos escolher as três cores primárias: o amarelo, o azul e o vermelho – cores adotadas inicialmente –, mais o verde. Escolhemos uma forma de ‘continente’ para cada uma desta cores, no caso dos cartões do Modelo Básicos, escolhemos o quadrado (mas poderia ser, por exemplo, círculos):



- Escolhamos uma disposição inicial para as nossas 4 cores (é a de número [1] na figura a seguir). O leitor irá observar que estes cartões apresentam quatro quadrados coloridos que – sempre a partir do quadrado verde, no sentido anti-horário –, vão sendo *permutados* entre si, de acordo com o que mostram as setas em [1], [2] e [3].



- Verifique bem que, a repetição desta permutação entre o quadrado verde e o próximo quadrado, terá efeito duas vezes apenas – em [1] e em [2] –, pois a tentativa de repetir a permutação em [3], fechará o ciclo da geração de novos cartões, levando-nos de volta ao cartão inicial (basta girar o cartão de 90° para comprovarmos isto), conforme pode ser verificado na figura. O esquema cíclico da geração de cartões é mostrado do lado direito da figura
- Note que a ordem das cores no cartão de número [4], na figura a seguir, sofre uma pequena mudança com relação à disposição das mesmas, no cartão número [1]: as cores verde e amarelo permanecem no mesmo lugar, sendo que as cores azul e vermelho trocam de posição. .
- Deve-se verificar que o cartão de número [4] é absolutamente diferente de todos os cartões gerados na primeira fase, para nos garantirmos que também os demais cartões possam se diferenciar daqueles obtidos na primeira fase de geração.



- Verifique que a geração destes novos cartões também é cíclica como na fase anterior. O mais interessante é o seguinte: se repetirmos a permutação entre os quadrados verde e azul na etapa [6] nós estaremos retornando ao cartão de número [4], para comprovar isto, basta girar o novo cartão de 90° como mostrado na figura. .

## 9.4.- Sobre a quantidade dos Cartões

Podemos verificar por inspeção, que os 6 cartões gerados com a nossa heurística são realmente distintos uns dos outros. Mas como poderemos ter certeza que em um dominó quadrado, quando ele é composto por 4 figuras distintas (pela cor ou pela forma) , existem 6 e, somente 6, cartões distintos entre si?

Existe uma forma segura de se garantir que a quantidade de cartões distintos do Dominó Quadrado, para aqueles que ainda não estejam convencidos. O cálculo poderá ser feito por aqueles que conhecem a Análise Combinatória (um assunto de matemática, normalmente aprendido no segundo ano do Ensino Médio).

Seja a adoção, por exemplo, de 4 figuras idênticas (quadrados, por exemplo) mas com cores distintas – veja a figura a seguir.



A quantidade de dominó quadrado distintos que podem ser gerados por estas quatro cores pode ser obtida pelo cálculo da *Permutação Circular de 4 Elementos*:

$$PC_4 = (4 - 1)! = 3! = 3 \times 2 \times 1 = 6.$$

Por outro lado se a quantidade de *quadrados distintos* for maior que quatro, como por exemplo, 5 ou 6, e tivermos que distribuir estes quadrados coloridos, de 4 em 4, em dominós quadrados, os cálculos se tornarão bem mais complexos. Mas a fórmula a ser utilizada será sempre a mesma:

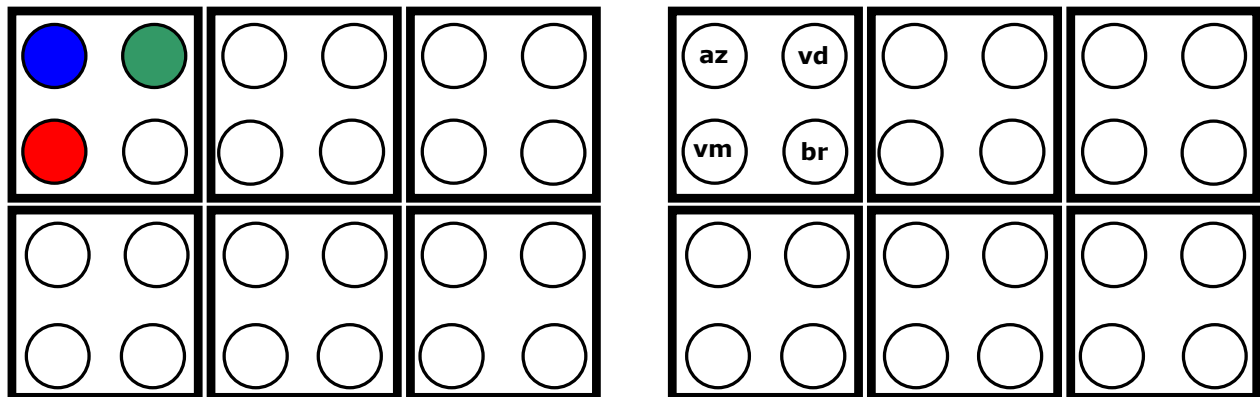
$$PC_n = (n - 1)! = (n - 1) \times (n - 2) \times \dots \times 3 \times 2 \times 1$$

### 9.4.1.- Um Jogo Para o Pensamento

Como este é um livro de Jogo Para o Pensamento Lógico-Matemático, o exercício aqui proposto, é mais um destes jogos.

O Jogo consiste no seguinte: tentar descobrir como as seis peças de um quadraminó são confeccionadas. Você verá que isto não é tão fácil como parece ser, mesmo após a leitura dos itens anteriores. Para facilitar esta tarefa sugerimos que você utilize as peças dos dominós quadrados apresentadas a seguir, para *pintar* ou *escrever abreviadamente* as cores (vm = vermelho; az = azul; br = branco e vd = verde) na primeira delas, desenhe as outras cinco faltantes.

O leitor deve notar que, o conjunto de cores (bem como a ordem das mesmas) escolhido para o preenchimento dos círculos dos cartões abaixo, difere ligeiramente das cores constantes no *Modelo Básico* apresentado no início deste capítulo. Assim o leitor deve adotar algum tipo de estratégia ou heurística pessoal para levar seu intento até o final.



### 9.3.- As regras do Jogo

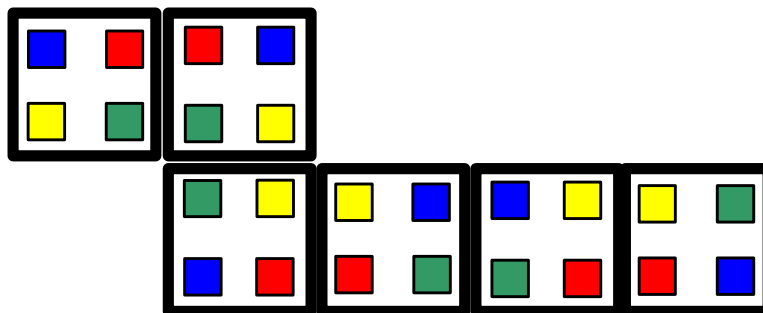
Este jogo deverá ser jogado como um dos dois conjuntos de dominós (Dominós 4-Quadrados Coloridos e Dominós 4-Figuras Coloridas), mas enquanto o dominó tem duas figuras para serem

casadas, nos dominós quadrados existe a necessidade de casar duas figuras iguais (ou da mesma cor) em exata correspondência entre elas.

- O jogo se tornará mais interessante à medida que regras para as jogadas forem sendo estabelecidas, como por exemplo: só podem ser justapostas duas peças a uma outra peça e nunca se podendo justapor três peças a ela.
- Um jogo inesperado é o do casamento de apenas uma figura do dominó e os dominós são utilizados colocados um seguido do outro se tocando apenas pelas pontas – sempre será possível jogar todas os cartões, nunca havendo uma impossibilidade.
- A seguir iremos mostrar, através de dois exemplos, algumas das possibilidades de jogadas.

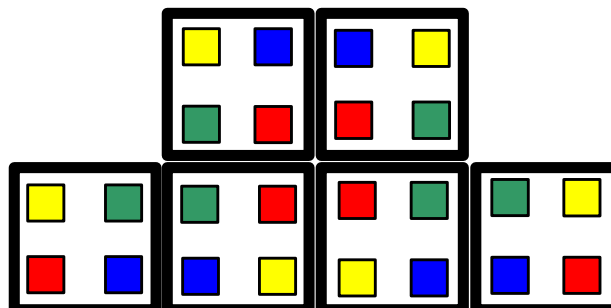
### ***9.3.1.- Jogo onde são permitidas somente as justaposições sequenciais***

Este é um jogo jogado como se joga com os dominós comuns, em que as sequências de dominós têm um seguimento a partir das pontas da corrente formada pelas diversas jogadas.



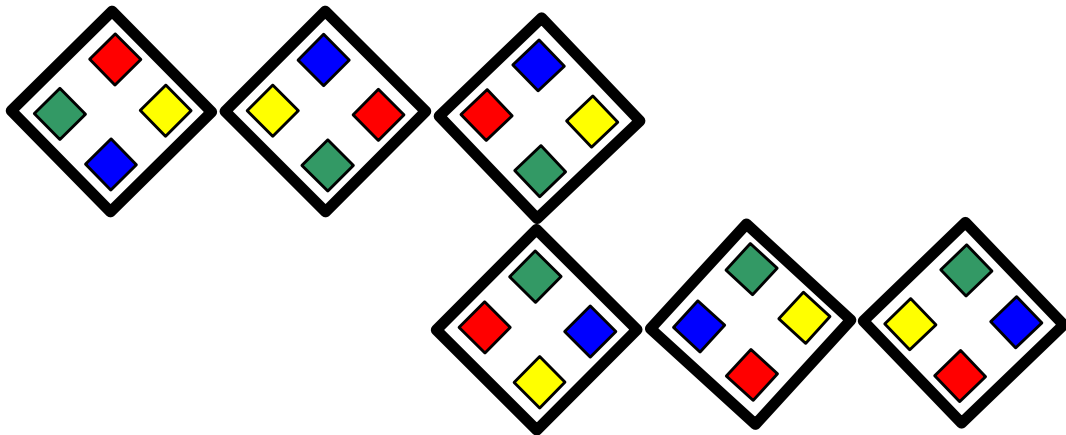
### ***9.3.2.- Jogo em que se permite qualquer tipo de justaposição***

No exemplo a seguir apresentado, não existe a necessidade de se formar uma ‘corrente’ com os dominós. O casamento das peças pode se dar de forma aleatória, não se respeitando a necessidade de que os a justaposição das peças se dêem nas pontas da ‘corrente’.



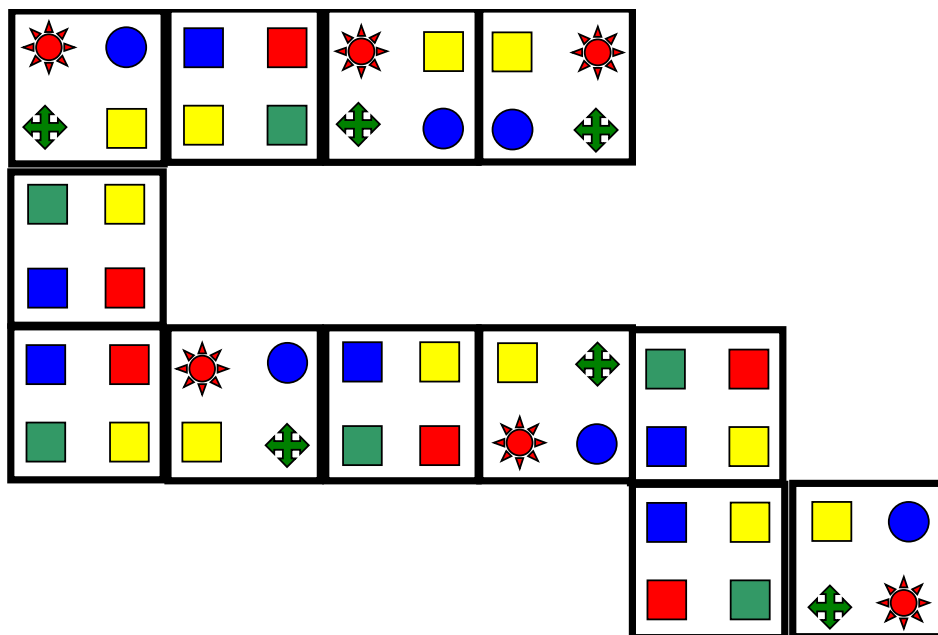
### 9.3.3.- *Jogo em que os dominós são seqüenciados pelas pontas*

Aqui, neste exemplo, uma alternativa inesperada faz com que tenhamos de volta a idéia tradicional de um jogo de dominós. Os casamentos de padrão devem se dar apenas entre um dos quadrados do primeiro dominó e um dos quadrados de outro dominó.



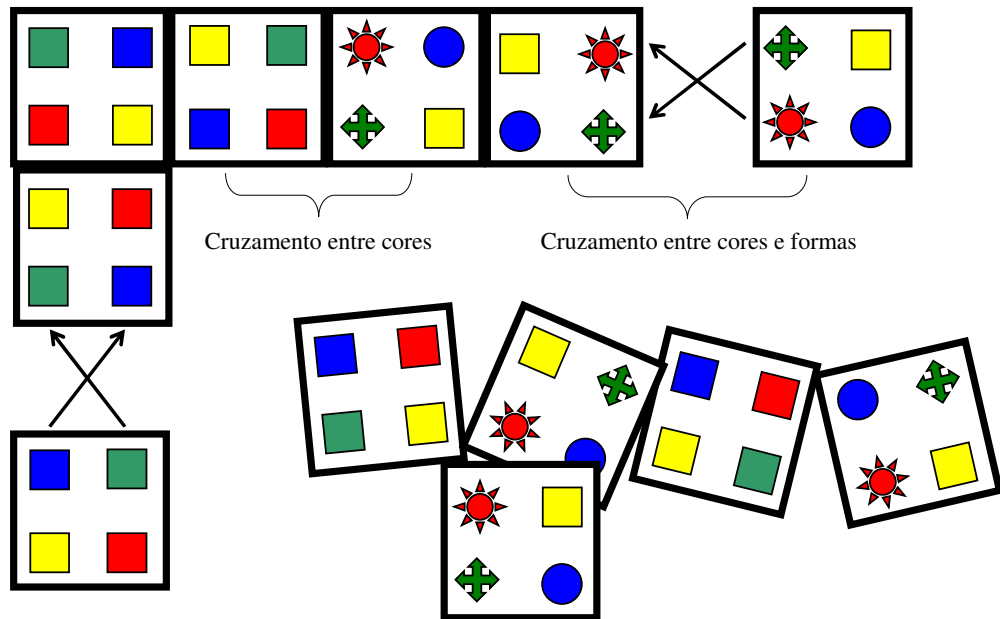
### 9.3.4.- *Jogando com os Dominós 4-Quadrados e 4-Figuras*

Podemos jogar o dominó utilizando as 6 peças do *Dominó Quadrado 4-Cores* mais as 6 peças do *Dominó Quadrado 4-Formas Coloridas*. Sugere-se que não deva ser imposta a obrigatoriedade de alternância entre as peças de um e de outro dos dominós na formação da 'corrente', pois isto, limitaria as possibilidades de jogada.



### 9.3.5.- Os Dominó dos Casamentos Cruzados

Este é um jogo que requer muita atenção, pois as figuras dos dominós devem ser casadas de forma cruzadas, isto é, formando um 'x'. Os cruzamentos admitidos, serão não somente pela cor mas também pelas formas. Isto ficará melhor exemplificado na figura a seguir.



#### 9.3.5.1.- Uma Sugestão

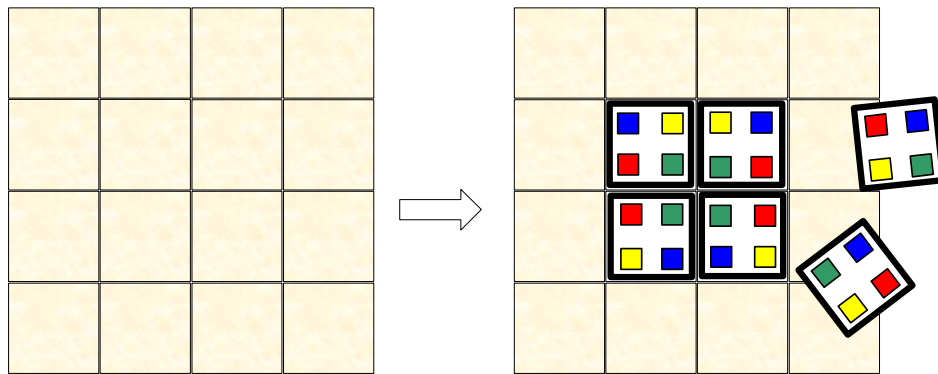
Propomos aqui um jogo que envolve os casamentos cruzados e os casamentos diretos entre as formas/figuras pela cor. Deve-se utilizar um dado hexagonal (com 6 faces numeradas de 1 a 6), sendo que o jogador que obtiver um número par (2, 4, ou 6) terá que fazer um casamento direto entre as figuras do dominó; já no caso da obtenção de um número ímpar (1, 3 ou 5), o casamento das formas/figuras pela cor, deverá ser cruzado.

### 9.4.- Jogos de Paciência com os Dominós Quadrados

Aqui estão dois jogos bastante interessantes que poderão ser jogados como um jogo de paciência, onde a proposta é formar um retângulo, utilizando os seis cartões do dominó quadrado.

#### 9.4.1.- Alocação de Dominós no Tabuleiro 4 X 4

Este jogo de paciência consiste no seguinte: deve-se alocar 4 dominós no centro do tabuleiro, devidamente casados, e tentar alocar os outros dois dominós que sobraram.

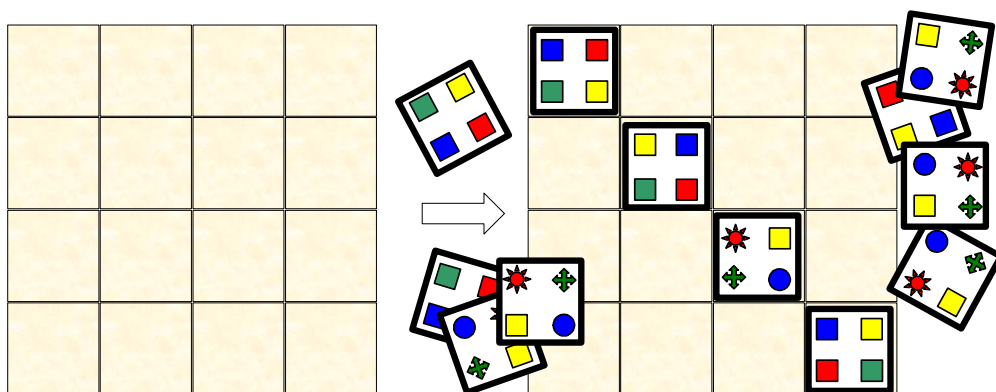


Os dois cartões restantes deverão ser alocados ou na parte superior, ou na parte inferior ou em uma das laterais do quadrado já formado pelas outros quatro cartões, como mostrado na figura acima. O que não se pode garantir é que existe solução. Será que existe mais do que uma solução?

### 9.4.1.1.- Sugestões de Jogos

O leitor deve agora tentar inventar seus próprios jogos de paciência. As sugestões a seguir têm pó finalidade ajudá-lo nesta tarefa.

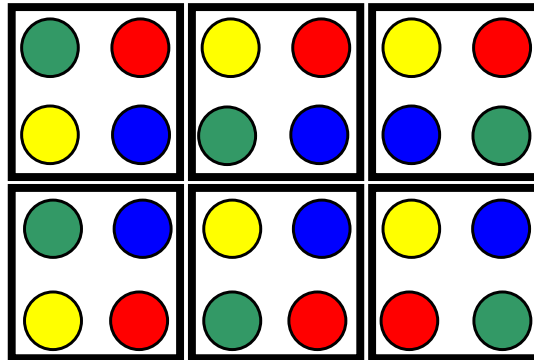
1. Utilize os dois conjuntos de Dominós Quadrados (Dominós 4-Quadrados Coloridos e Dominós 4-Figuras Coloridas) e tente montar soluções no tabuleiro 4 x 4.
2. Utilizando os 12 cartões dos jogos *Dominó Quadrado 4-Cores* e o *Dominó Quadrado 4-Formas Coloridas*, tente agora, alocar 4 dominós em um dos cantos do tabuleiro, ou em diagonal como mostrado na figura, para em seguida tentar encaixar os cartões restantes. Fica claro que, tanto os 4 primeiro cartões, como os demais, devem ser casados de forma adequada, ou pelos vértices ou pelas laterais, conforme mostrado na figura a seguir.





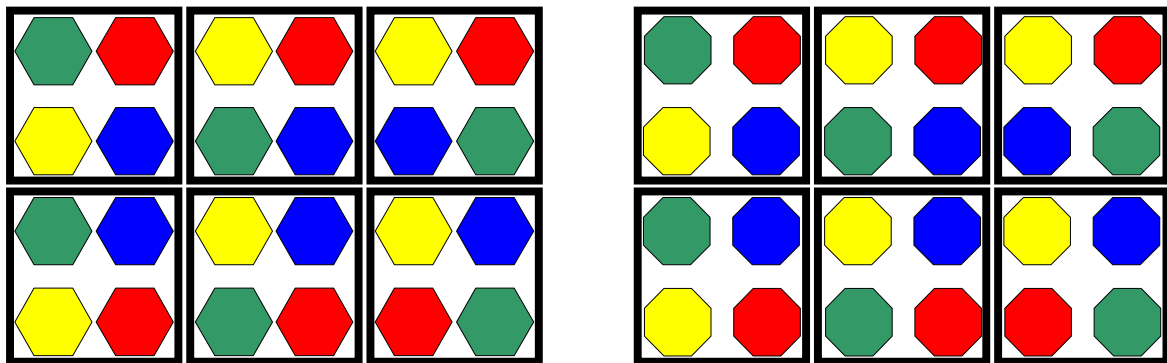
## 9.4.- Cartões Quadrados 4-Círculos Coloridos

A seguir mostramos o conjunto dos 6 cartões 4-Círculo Coloridos, em que os quadrados do conjunto de cartões 4-Quadrados Coloridos, são meramente substituídos por círculos.



### 9.4.1.- Os Cartões Quadrados 4-Hexágonos e 4-Octógonos Coloridos

Abaixo o leitor encontrará os conjuntos de Dominós Quadrados com 4-Hexágonos Coloridos e o dos Dominós Quadrados com 4-Octógonos Coloridos. Este conjuntos de dominós podem ser combinados para satisfazer à necessidades do leitor que criou seus próprios jogos.

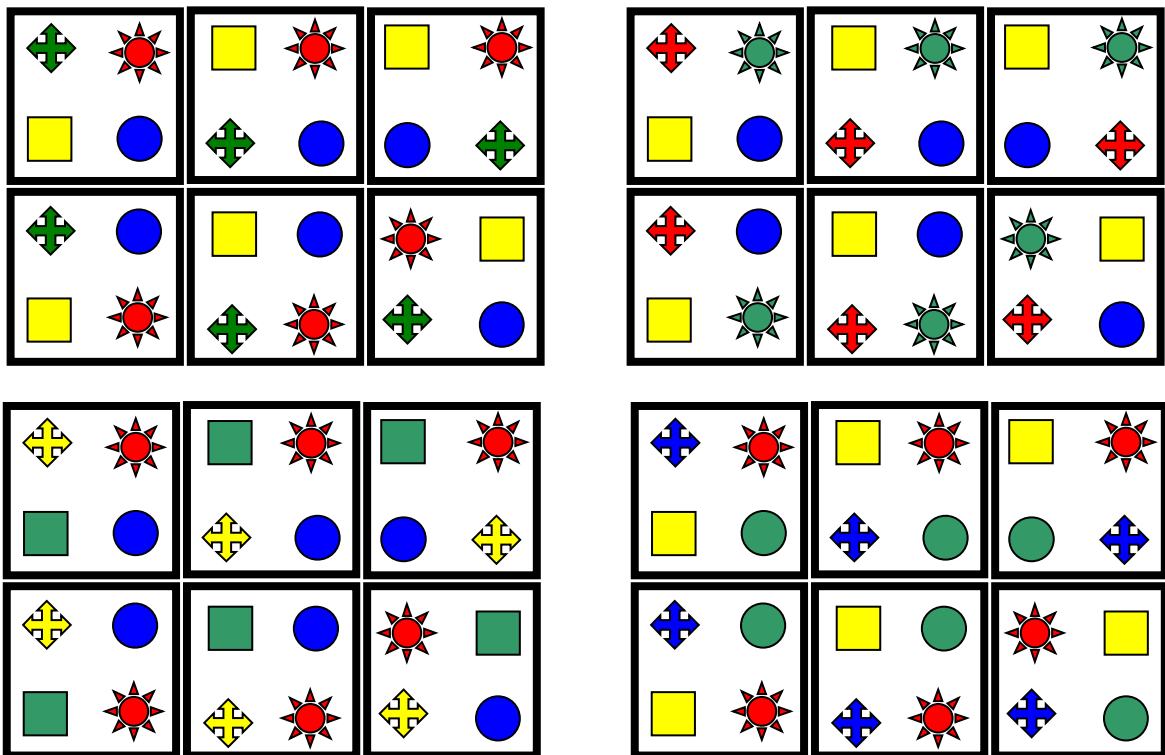


### 9.4.3.- Sugestão de Jogos

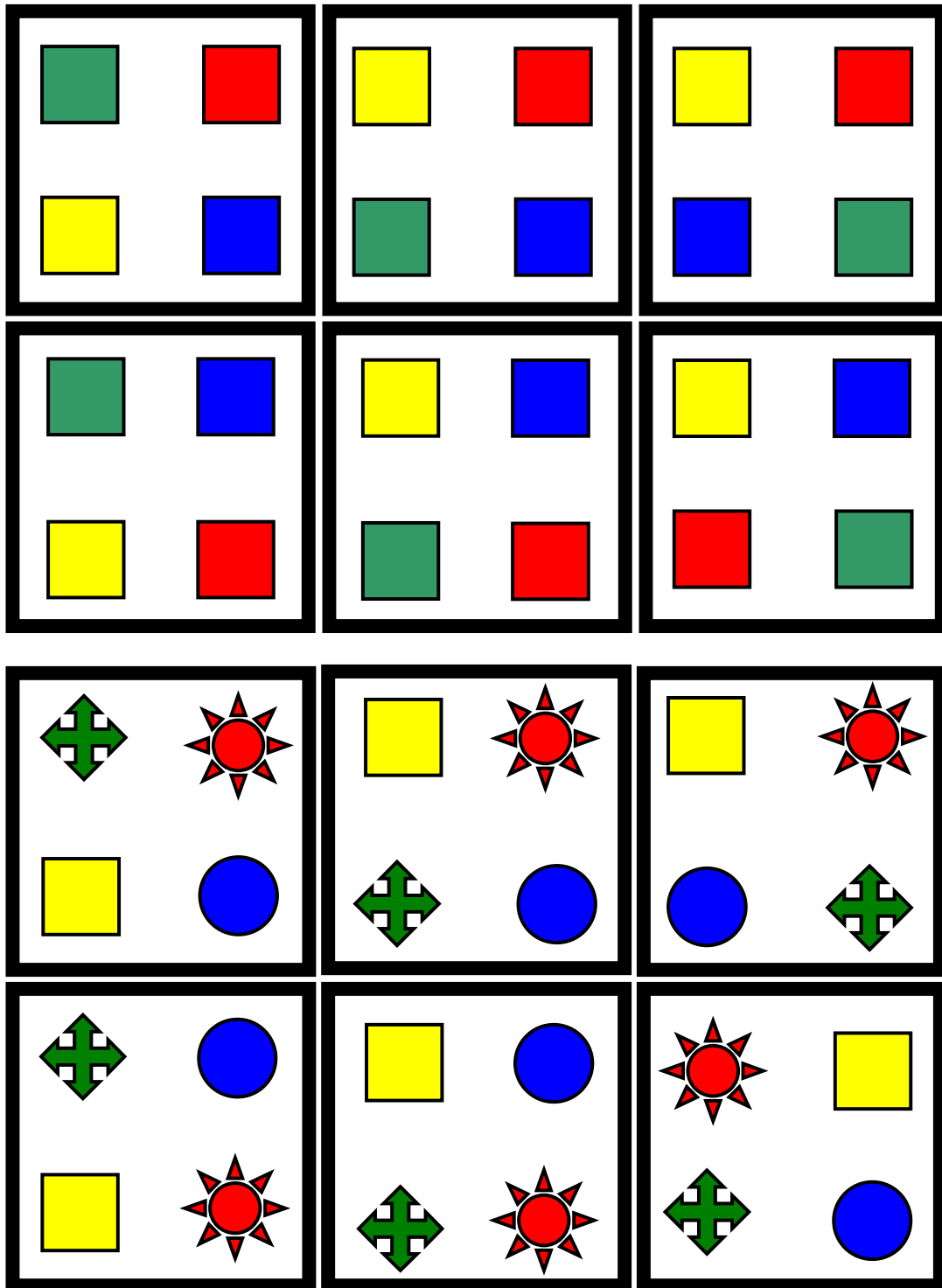
Utilize agora os vários conjuntos de dominós quadrados – *4-Quadrados Coloridos*, *o 4-Figuras Coloridas*, *4-Círculos Coloridos*, *4-Hexágonos Coloridos* e *4-Octógonos Coloridos* para retomar todos os jogos propostos até aqui.

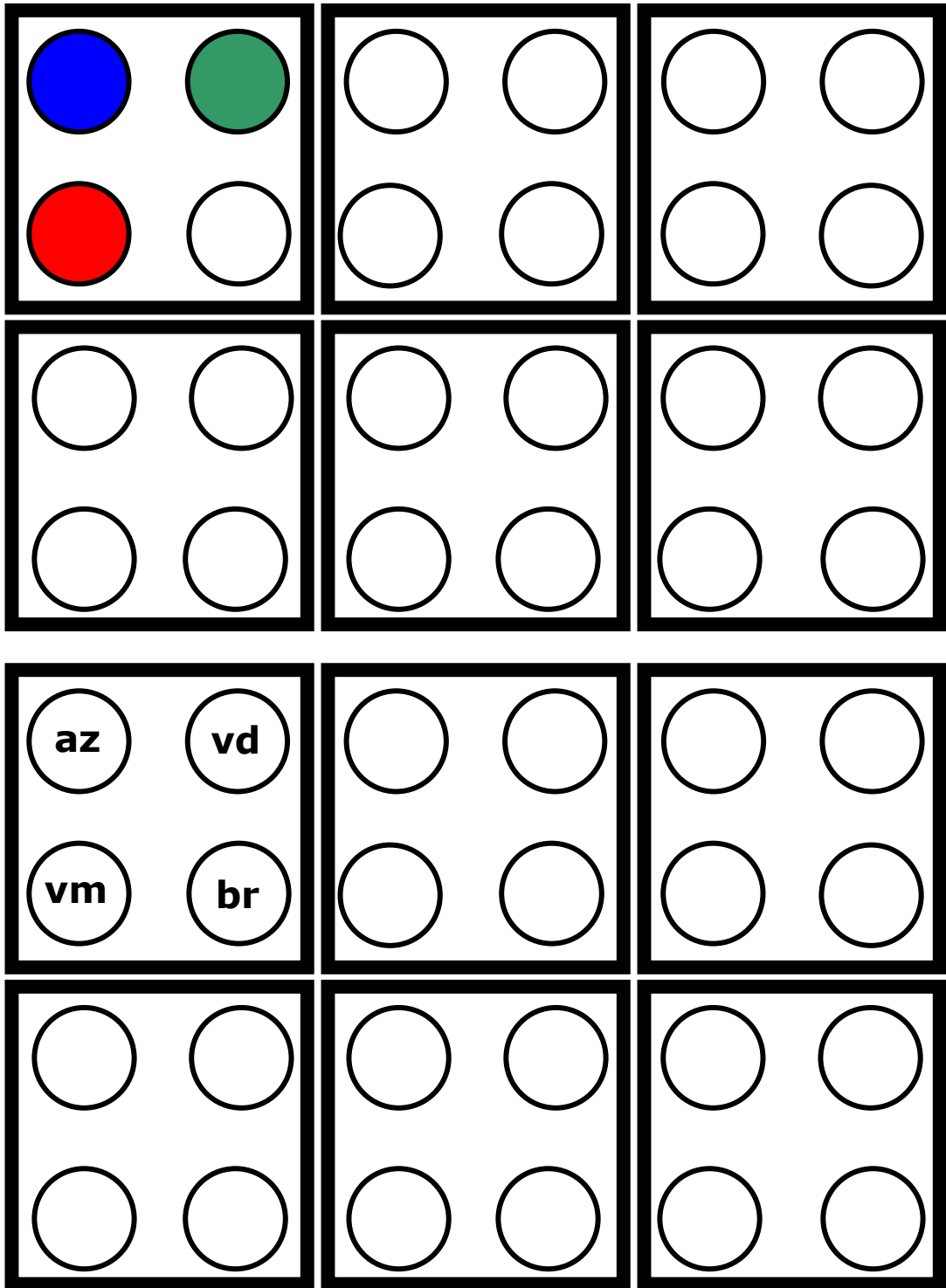
### 9.5.- Todos os Possíveis Dominós 4-Figuras Coloridas

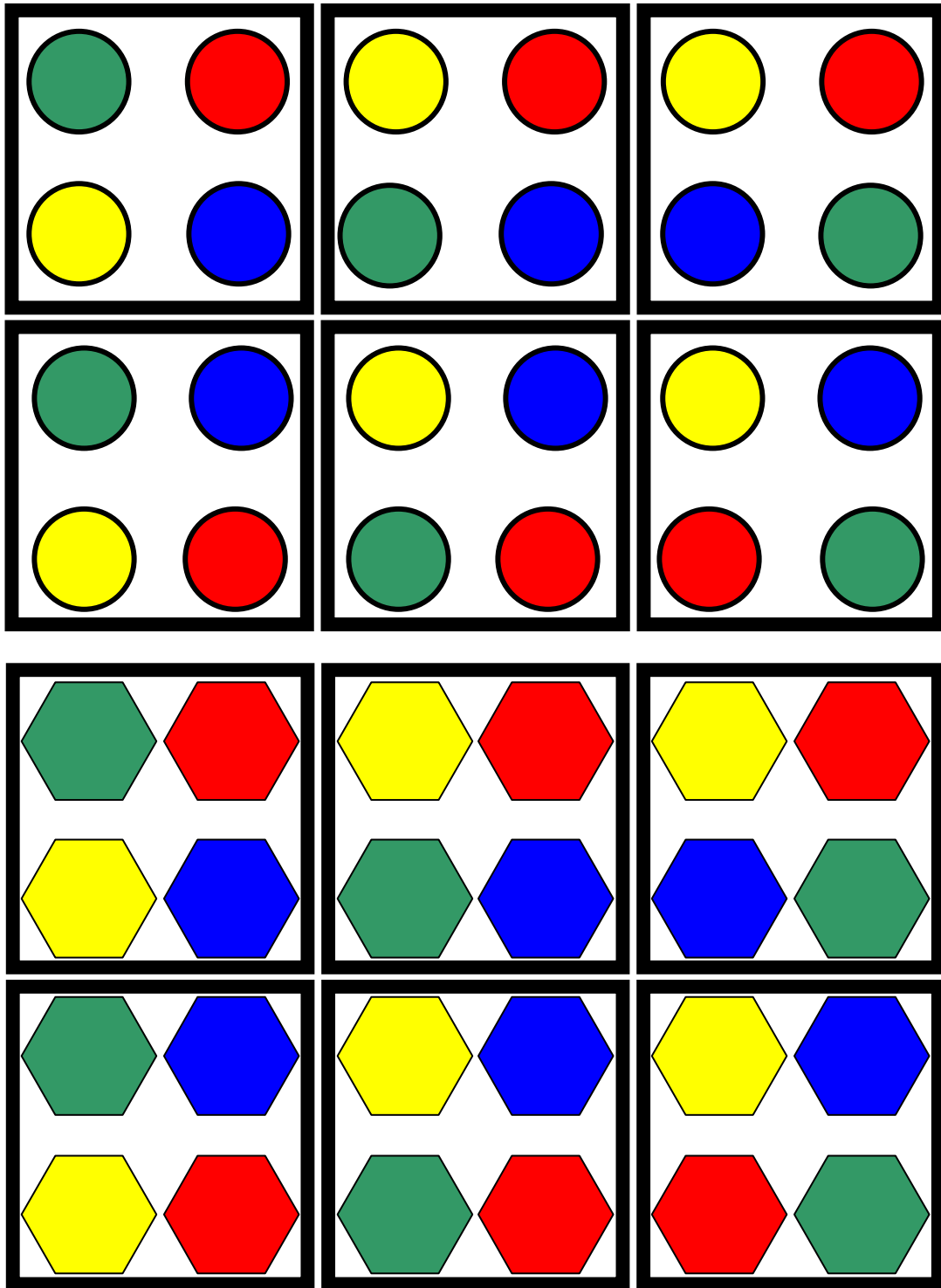
Retomando o que dissemos no início, os Dominós 4-Figuras Coloridas têm, na verdade, dois atributos: as formas das figuras, que são 4 e as cores, também 4. Logo podemos gerar com o uso destes 2 atributos:  $4 \times 4 = 16$  dominós totalmente distintos entre si. É o que mostram as figuras a seguir. Note que o mesmo não pode ser feito para os outros modelos de dominós que aqui expusemos, pois todos eles só possuem um atributo: suas figuras são quadrados ou círculos ou hexágonos ou então octógonos, apesar da variedade das cores, que esta sim é o único atributo destes dominós. .

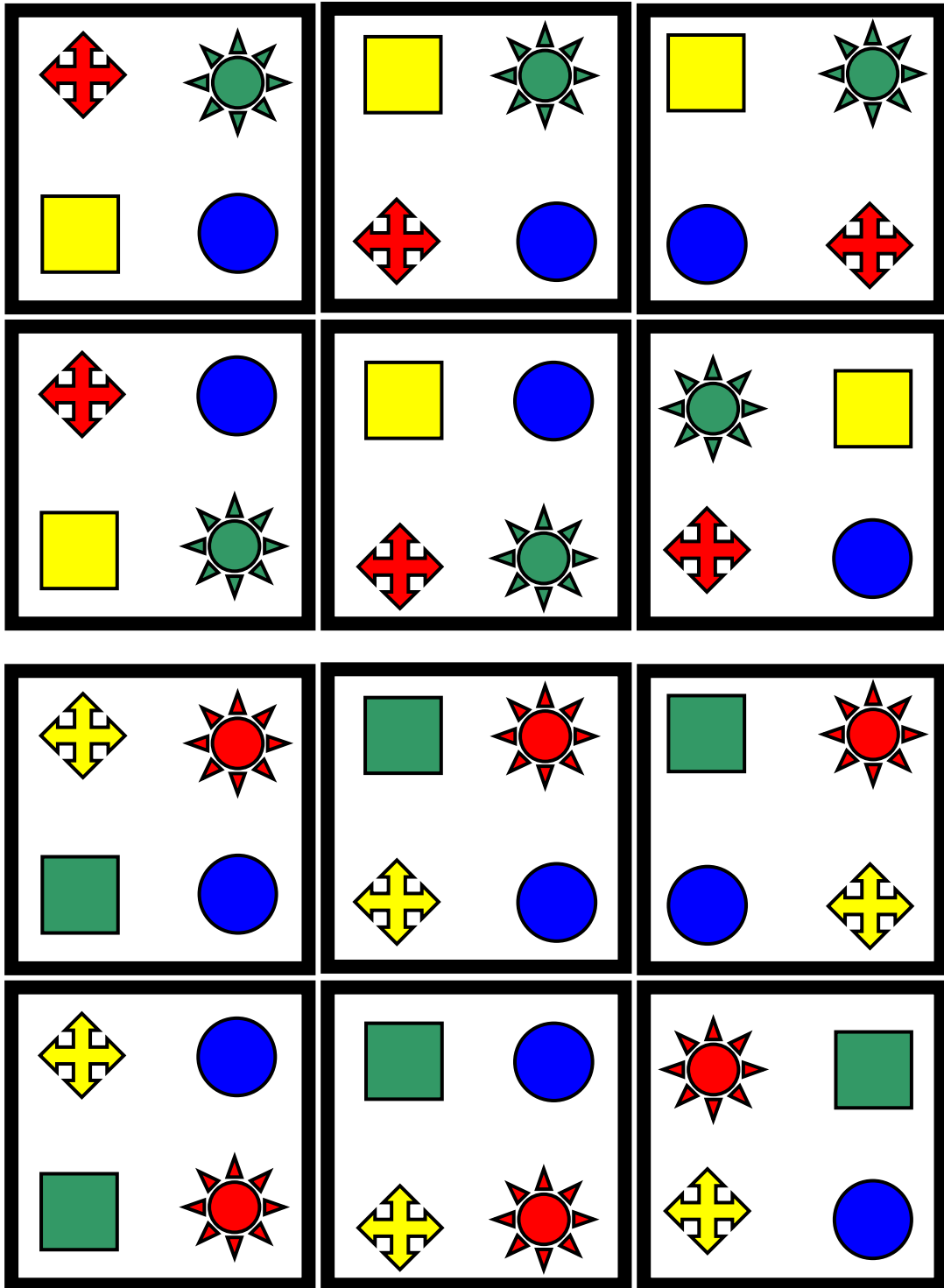


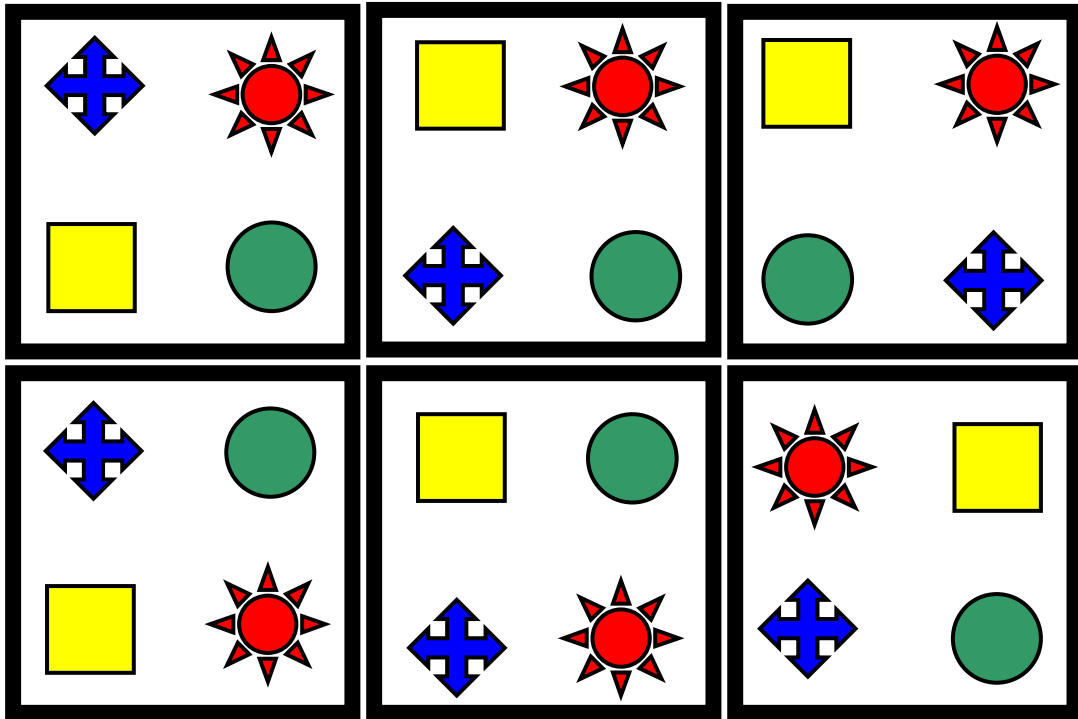
**JLOGC#09 - JOGOS PARA O PENSAMENTO LÓGICO Nº 09**  
**MATERIAL PARA REPRODUÇÃO via IMPRESSORA**  
**DOMINÓS QUADRADOS 4-FORMAS COLORIDAS**

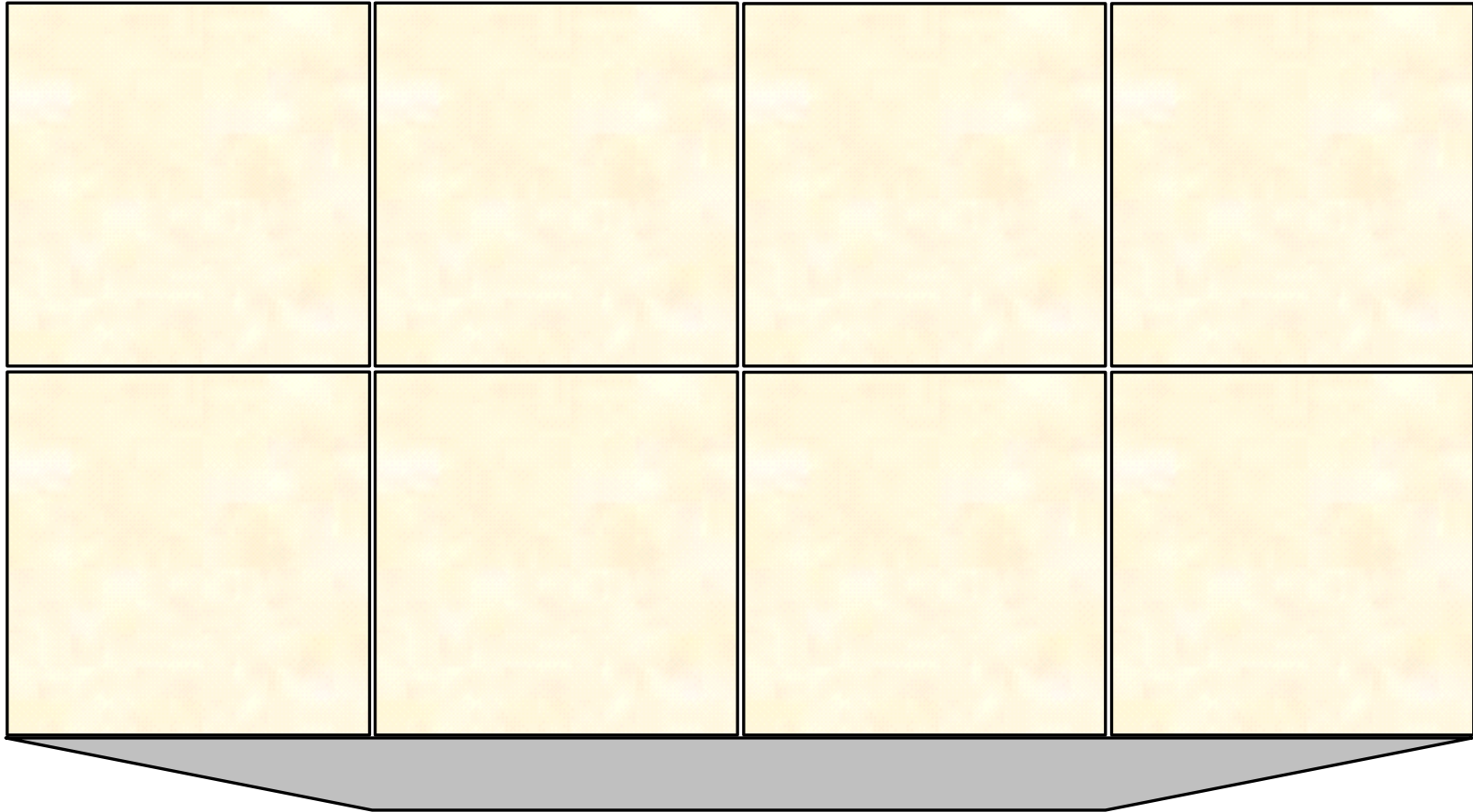






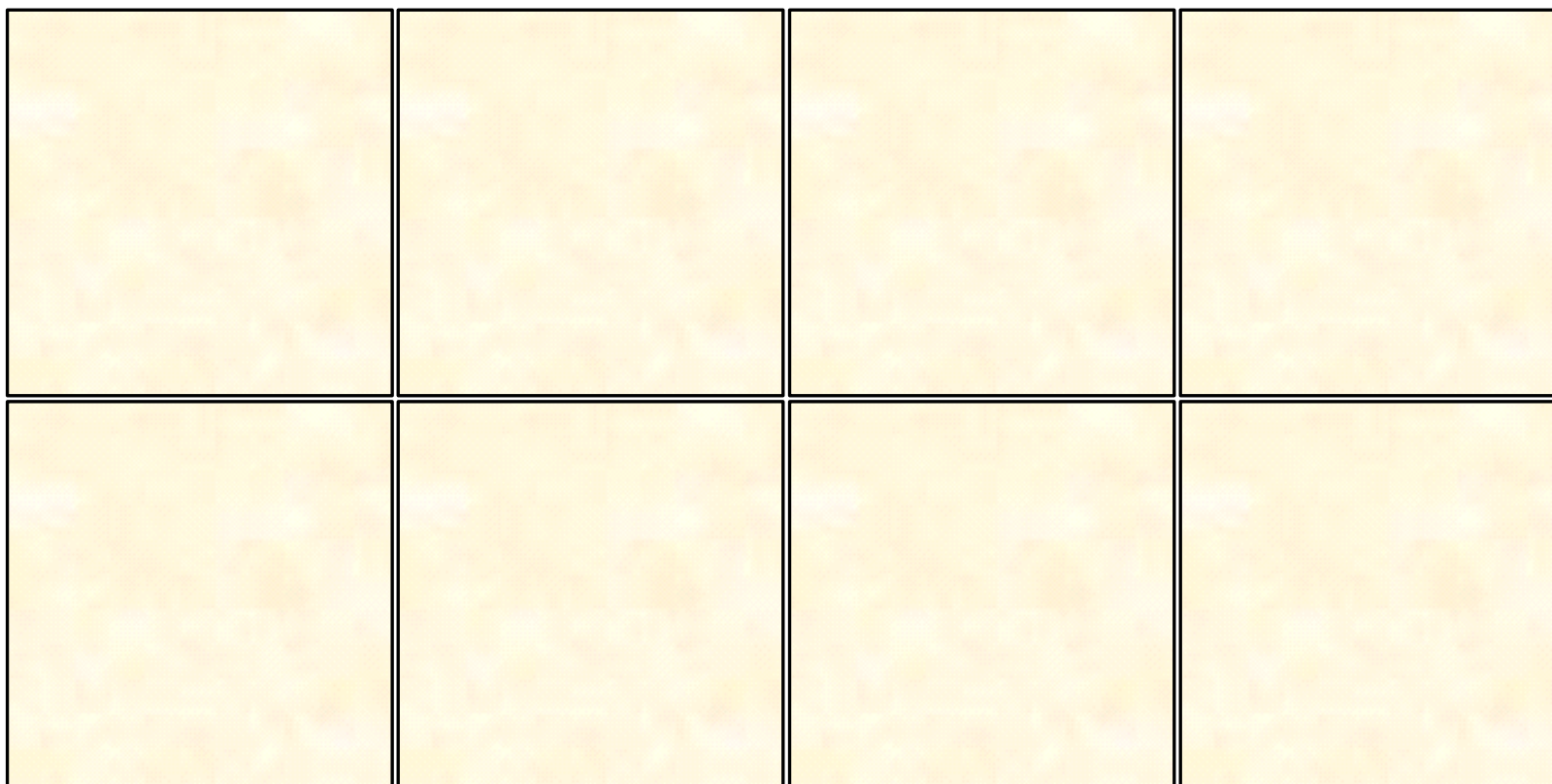






**Imprimir esta página e a seguinte para montar o tabuleiro 4 X 4:  
recortar as duas páginas, colar o desenho a seguir na do desenho acima.**





## **JLOGC#10 - JOGOS PARA O PENSAMENTO LÓGICO Nº 10**

---

### **DOMINÓS QUADRADOS COM 4-FORMAS E 5-CORES**

---

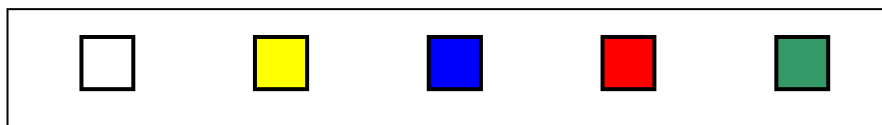
*O leitor que acompanhou a geração das peças do Dominó Quadrado com 4-Formas Coloridas no JLOGC#08 vai tomar contacto agora com a geração de um dominó, ainda quadrado, onde iremos utilizar cinco cores tomadas quatro a quatro. Quem aprendeu Análise Combinatória no Ensino Médio irá ficar espantado com a relativa dificuldade deste problema que parece tão simples, mas não é.*

---

#### **10.1.- Primeiras Idéias**

Nós iremos trabalhar com cinco cores a serem distribuídas ciclicamente quatro a quatro, sobre um suporte quadrado (não pense que se trata de uma Permutação Circular de 5 elementos, pois não é). Em segundo lugar, não há uma fórmula para se calcular isto diretamente.

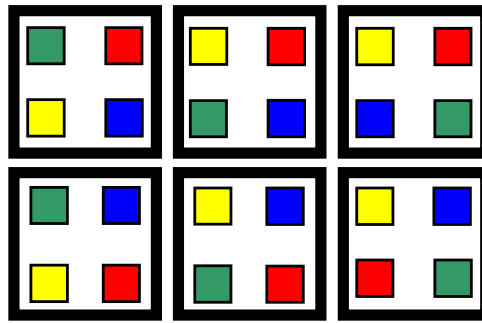
Seja escolher o seguinte conjunto de quadrados coloridos, mostrados na figura a seguir, para distribuí-los quatro a quatro, em nossos dominós quadrados.



É evidente que esta tarefa não será nada fácil. Por isto devemos buscar uma estratégia lógico-matemática para criarmos estes dominós, que seja bem controlada para que não haja nenhuma possibilidade de erro.

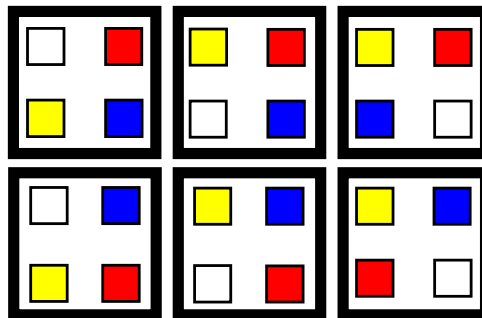
#### **10.2.- A Estratégia Escolhida Para a Geração do Cartões**

O leitor que já teve contacto com o JLOGC#09 verá que a ordem de escolha das cores, é um pouco diferente da escolha feita ali para a elaboração do Dominó 4-Formas Coloridas. Confira a seguir.



*A nossa estratégia consiste no seguinte:*

- *Consideramos um Modelo Básico de Dominós Quadrados bem semelhante, mas não igual àqueles do JLOGC#08. Na verdade o que fizemos foi trocar a cor dos quadrados verdes pelo branco (confira!).*



- É esta possibilidade de trocar uma das cores do conjunto de dominós que nos fornecerá a base para a nossa estratégia de geração para os 30 dominós possíveis do conjunto de Dominós 4-Formas e 5 Cores.

*As cores do Modelo Básico são as seguintes:*



- Pensemos agora, que estamos trabalhando com 4 cores a cada vez, assim, podemos esquematizar de forma organizada cada um destes outros conjuntos de cores, ou seja:

*(1) Substituindo, no conjunto de cores básicas, o quadrado branco pelo verde:*



*(2) Substituindo, no conjunto de cores básicas, o amarelo pelo verde:*



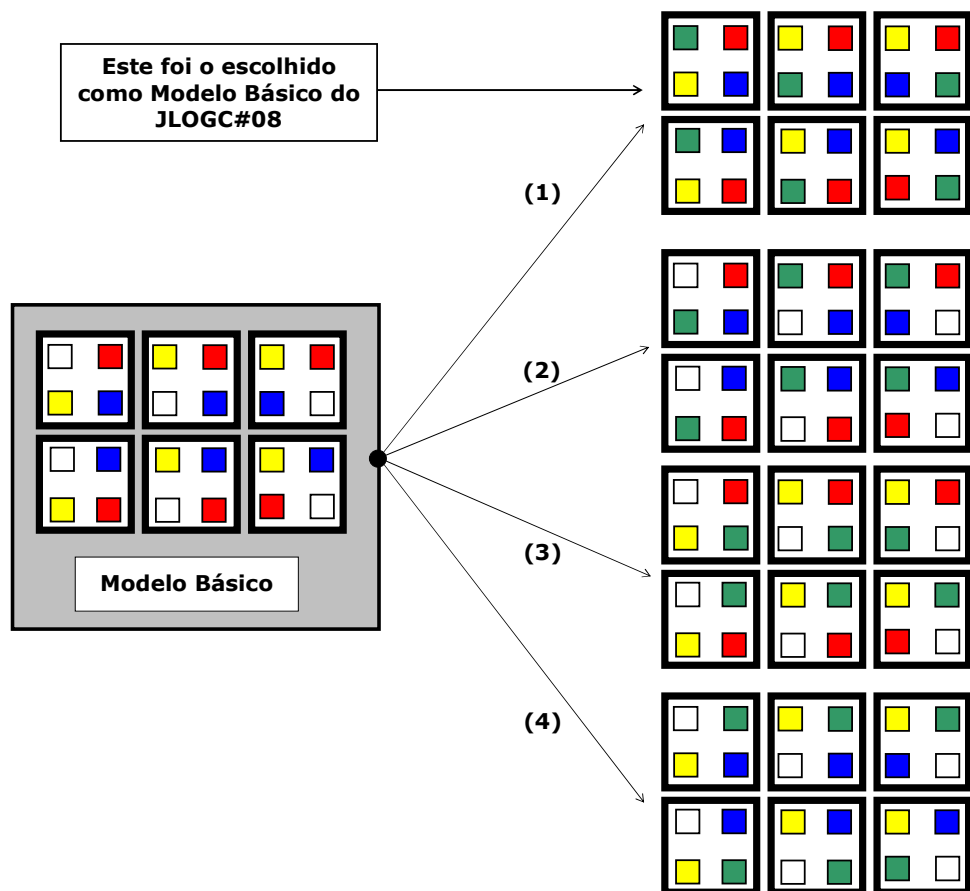
(3) Substituindo, no conjunto de cores básicas, o azul pelo verde:



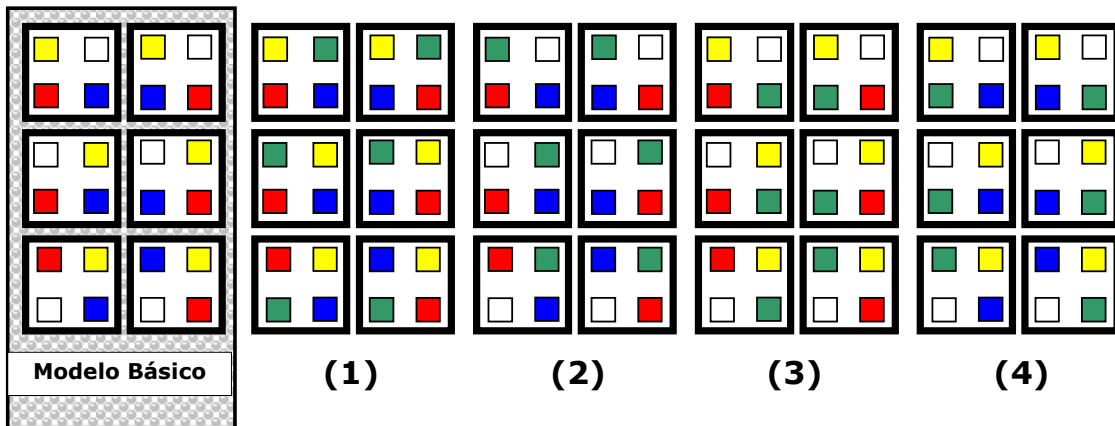
(4) Substituindo, no conjunto de cores básicas, o vermelho pelo verde:



- *Este processo de substituições de cada uma das cores básicas pela cor verde pode ser generalizado como se verá na figura seguir. Tomemos o Modelo Básico como sendo o primeiro conjunto de cartões de nosso novo jogo. Em seguida passemos a substituir cada uma das cores tomando-se como base a cor verde como se verá a seguir.*



De acordo com o quadro acima, temos agora 30 cartões para o nosso dominó quadrado, conforme mostra a figura a seguir, os 6 cartões do Modelo Básico, mais 24 dos novos cartões gerados a partir daqueles.



### 10.2.1.- Analisando os cálculos

- Para os que conhecem Análise Combinatória, nós podemos explicar melhor o nosso raciocínio: Nós temos 5 cores que deverão ser utilizadas 4 a 4, neste caso teríamos uma Combinação Simples de 5 elementos tomados 4 a 4, cujo cálculo é feito da seguinte forma: .

$$C_5^4 = \frac{A_5^4}{P_4} = \frac{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = 5$$

- Estas 5 possibilidades podem ser visualizadas facilmente e são as seguintes:

□	■	■	■	1º Conjunto de cores
■	■	■	■	2º Conjunto de cores
□	■	■	■	3º Conjunto de cores
□	■	■	■	4º Conjunto de cores
□	■	■	■	5º Conjunto de cores

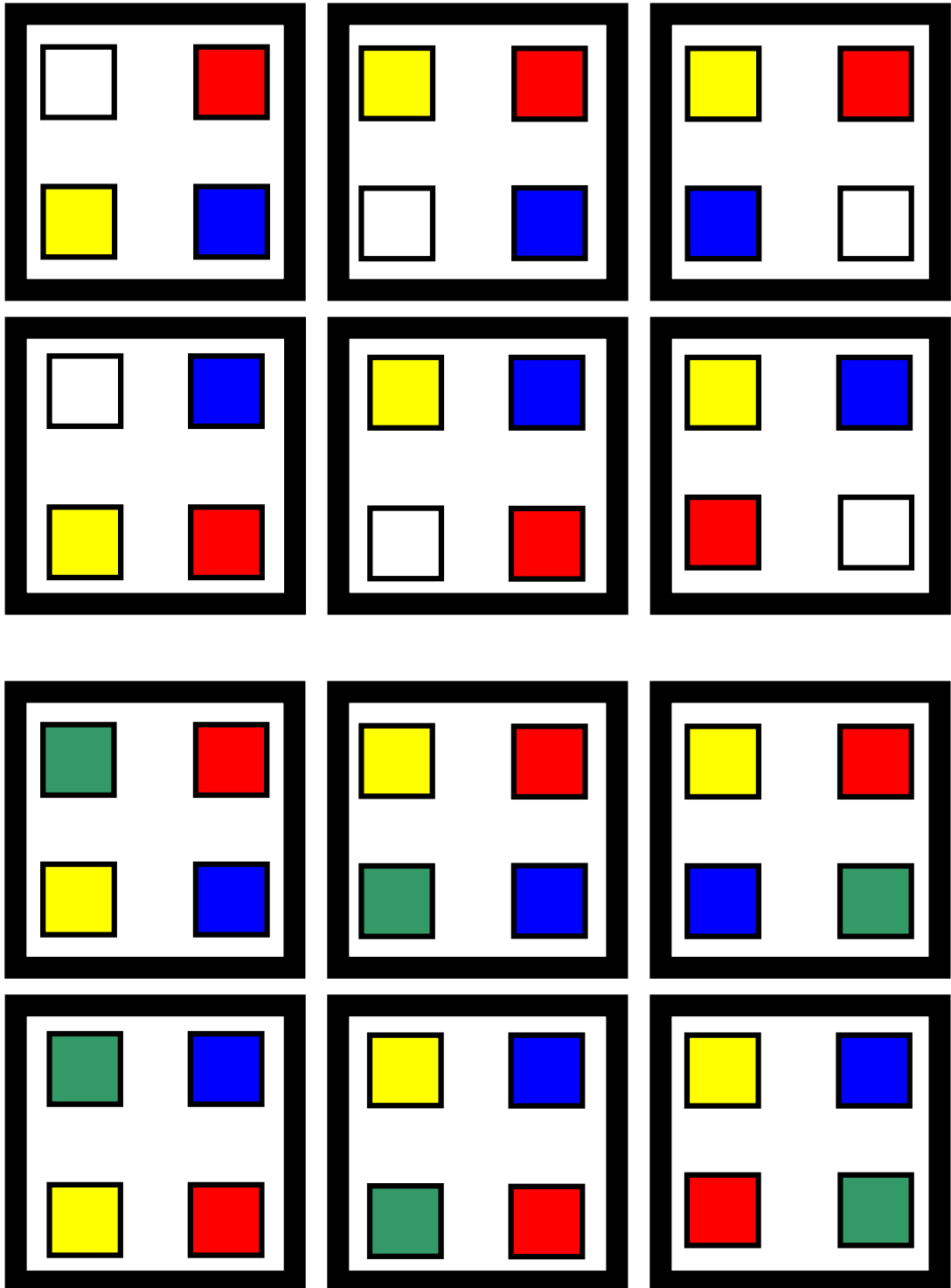
- Mas o problema é mais complexo, nós temos primeiramente uma Combinação de 5 elementos tomados 4 a 4, para em seguida tomarmos cada um destes grupos e calcular para cada um, deles a  $PC(4) = (4-1)! = 3! = 3 \times 2 \times 1 = 6$ . Como para cada um dos conjuntos de cores podemos obter 6 cartões distintos, temos então que multiplicar as 5 cinco possíveis combinações de cores por 6 que é a quantidade de cartões possíveis utilizando estas cores 4 a 4, ou seja  $5 \times 6 = 30$ .

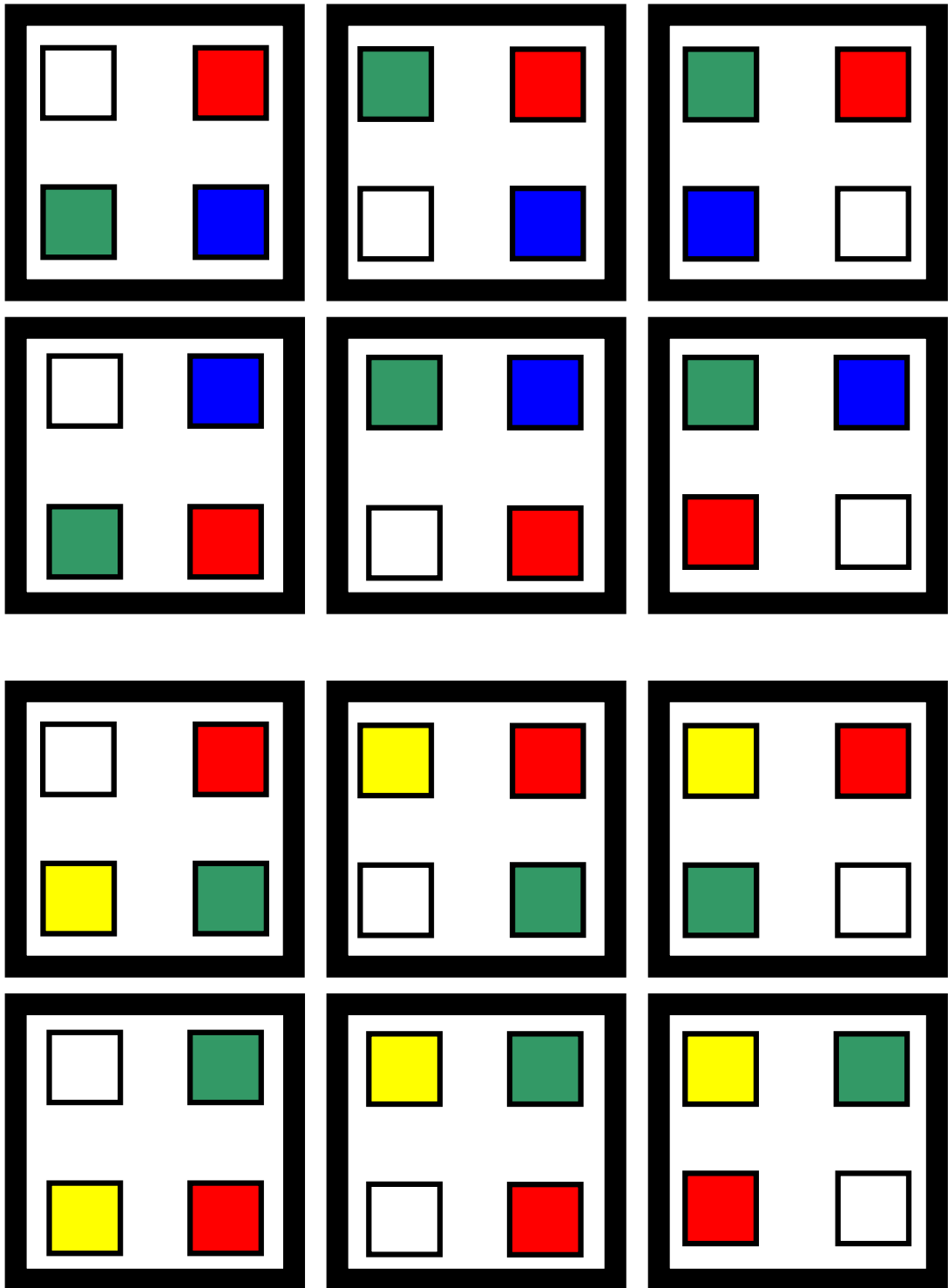
### **10.3.- Regras dos Jogos**

Todas as regras de jogos para os Dominós Quadrados 4-Formas Coloridos (JLOGC#08), podem ser aplicadas ao dominó Quadrado 4-Formas e 5-Cores:

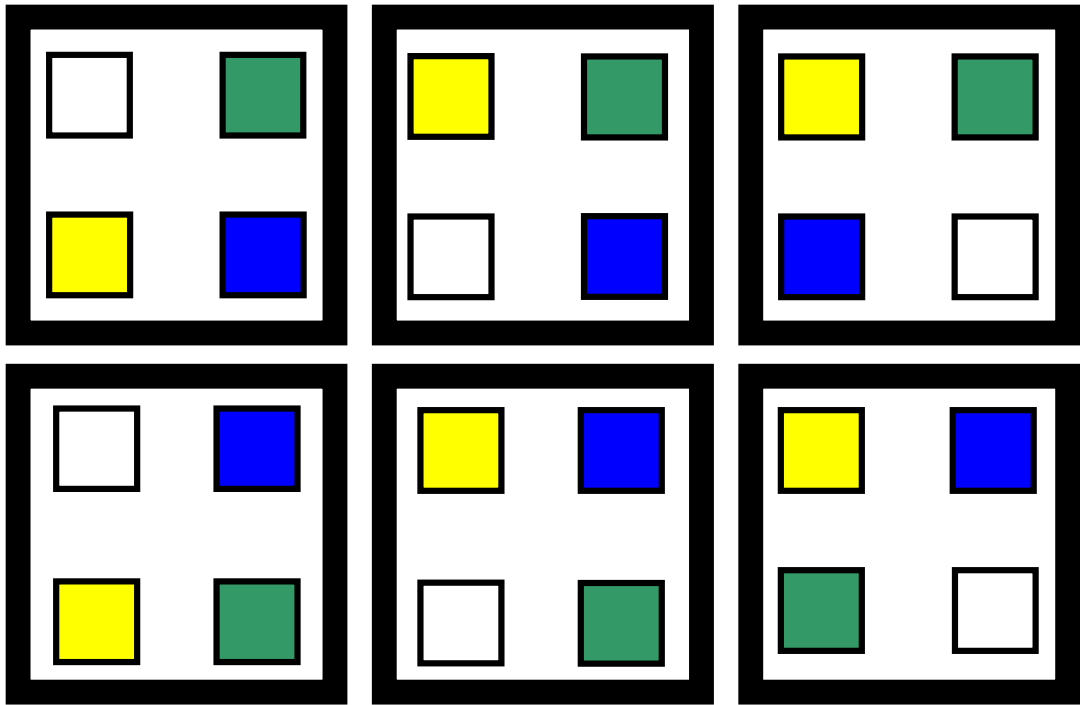
- O Jogo de Casamento de Padrões por Justaposições seqüenciais;
- Jogo de Casamento de Padrões com qualquer tipo de justaposição;
- Jogos de Paciência.

**JLOGC#10 - JOGOS PARA O PENSAMENTO LÓGICO Nº 10**  
**MATERIAL PARA REPRODUÇÃO via IMPRESSORA**  
**DOMINÓS QUADRADOS 4-FORMAS E 5-CORES**









## **JLOGC#11 - JOGOS PARA O PENSAMENTO LÓGICO Nº 11**

---

### **DOMINÓS PENTAGONAIS 5-CORES**

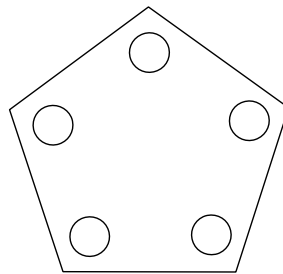
---

*Tão Natural como o cálculo da quantidade de Dominós 4-Formas Coloridas (JLOGC#09) e dos Dominós Quadrados com 4-Formas e 5-Cores (JLOGC#10) – que têm respectivamente 6 e 30 dominós – é o deste Dominó Pentagonal 5-Cores. Temos aqui uma Permutação Circular de 5 elementos, cujo resultado é  $4!$ , ou seja,  $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$  dominós.*

---

### **11.1.- Dominó Pentagonal – A Peça Básica**

A peça básica do nosso Dominó Pentagonal é a mostrada na figura a seguir.



Para calcularmos a quantidade de peças a serem criadas onde conste 5 cores distintas (azul, amarelo, vermelho, verde e branco) vamos recorrer à fórmula das Permutações Circulares de cinco elementos:

$$PC(5) = (5-1)! = 4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24.$$

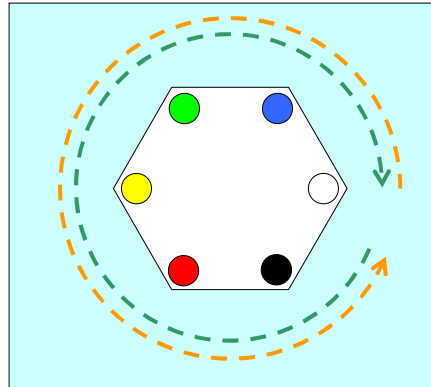
### **11.2.- Calcular e Saber Quais São – Um grande Problema**

Todos aqueles que conhecem alguma coisa de Análise Combinatória sabem que, a grande maioria dos problemas proposto envolvendo este assunto, tão somente pretendem a obtenção de *quantas são* as possíveis Permutações, Arranjos, Combinações, Permutações Circulares ou Permutações com Elementos Repetidos. Isto se explica pelo fato de que os cálculos envolvidos para a obtenção da *quantidade* destas possibilidades são relativamente fáceis, nem sempre são seguidos pela facilidade em se caracterizar quais são estes possíveis casos.

Vejamos por exemplo, o caso das Permutações Circulares de 6 elementos:

O cálculo é simples:  $PC(6) = (6-1)! = 5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$

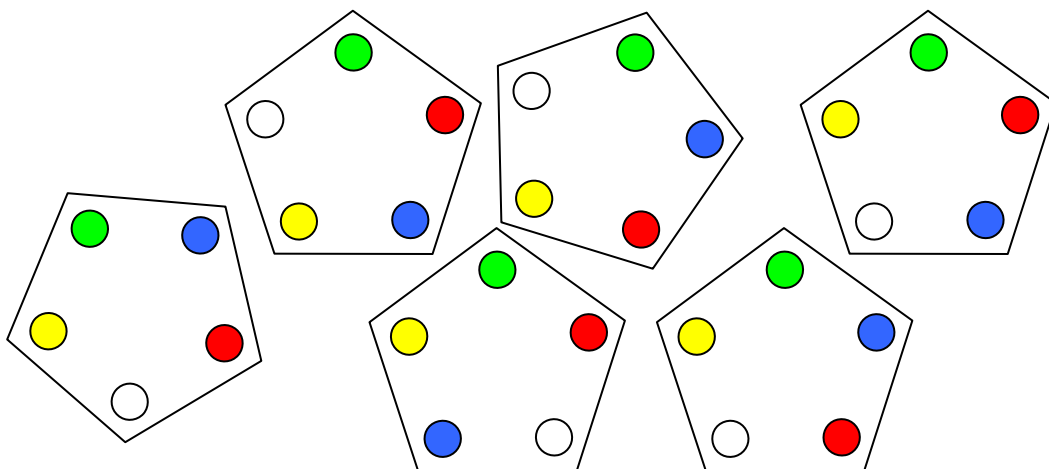
A obtenção de todas as 120 possíveis disposições de 6 elementos em um círculo não é um problema muito simples. Por outro lado, a quantidade destes dominós, poderá tornar o jogo enfadonho e praticamente interminável. O hábito de se ‘contar’ as peças para organizar a estratégia do jogo – como costumeiramente se faz no dominó comum – será praticamente impossível com tantas peças.



Por outro lado, o problema de conseguir todos os Dominós Pentagonais com 5 cores é mais simples que o anterior, e a quantidade de peças será bem menor que as 120 do Dominó Hexagonal com 6 cores. A quantidade de peças seria dada pelo cálculo da quantidade de Permutações Circulares de 5 elementos:

$$PC(5)=(5-1)! = 4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$$

Dentre esta 24 peças, as 6 peças básicas são mostradas a seguir.



Agora só nos falta esclarecer como elas foram geradas, Vejamos a heurística que adotamos, a seguir.

### **11.2.1.- Heurística - O que é**

Como foi visto no JLOGC#08, nós temos que estabelecer algum tipo de heurística visando resolver o nosso problema de distribuição das cinco cores que permita a criação de 24 cartões completamente distintos entre si.

Vamos rever e ampliar o conceito de heurística: a *heurística* é uma palavra que provém do grego: *heuristiké* [*téchne*] que significa ‘arte de encontrar’, ‘descobrir’. *Usada como interjeição ‘heureka!’* Com o significado de ‘achei!’.

Na verdade a Heurística<sup>1</sup> pode ser entendida como sendo:

- A arte de inventar, de fazer descobertas;
- A ciência que tem por objeto a descoberta dos fatos;
- O conjunto de regras e métodos que conduzem à descoberta, à invenção e à resolução de problemas;
- O método de investigação baseado na aproximação progressiva da solução final de um dado problema, com base nas resoluções de seus subproblemas;
- Método que permite estabelecer uma formulação, normalmente especulativa, que serve como um guia na investigação ou solução de um problema;
- Em computação, a técnica de resolução de problemas na qual a solução mais apropriada dentre as várias encontradas em fases sucessivas de um programa computacional e/ou através de métodos alternativos, é selecionada para uso no próximo passo do programa;
- Metodologia, ou algoritmo, usado para resolver problemas por métodos que, embora não rigorosos, geralmente refletem o conhecimento humano e permitem obter uma solução satisfatória;
- Um procedimento pedagógico pelo qual se leva o aluno a descobrir por si mesmo a verdade que lhe querem inculcar;
- Um método educacional que consiste em fazer descobrir pelo aluno o que se lhe quer ensinar.

---

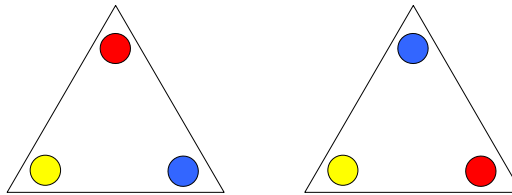
<sup>1</sup> Conforme Dicionário Aurélio Eletrônico, Dicionário Houaiss Eletrônico e The American Heritage Dictionary

### 11.2.2.- Heureka = Achei

Já sabendo *quantos deverão ser os cartões a serem gerados*, 24, adotamos a seguinte heurística para buscar *quais seriam todas as possibilidades* de se concretizar as Permutações Circulares de 5 elementos: foi a *técnica de ‘dividir para vencer’*. Isto significa que o que se pretende aqui, é dividir o problema em vários subproblemas a ele associados, e resolvê-los, para somente então, chegarmos à solução do nosso problema principal.

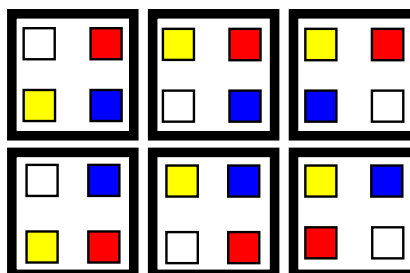
- **O PRIMEIRO SUPROBLEMA:** *Quantas e quais são as permutações circulares de 3 elementos distintos?*

- Cálculo:  $PC(3) = (3-1)! = 2! = 2 \times 1 = 2$
- Obtenção dos casos possíveis:

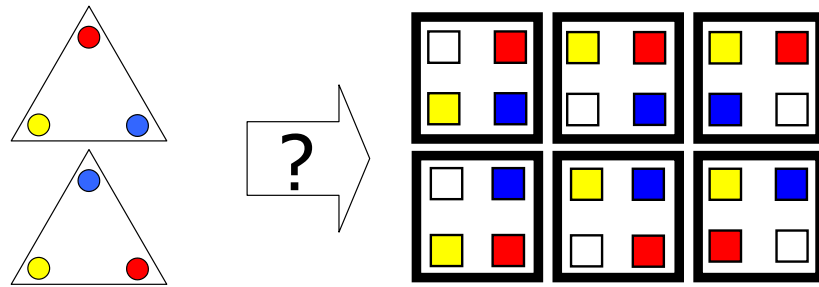


- **O SEGUNDO SUPROBLEMA:** *Quantas e quais são as permutações circulares de 4 elementos distintos?*

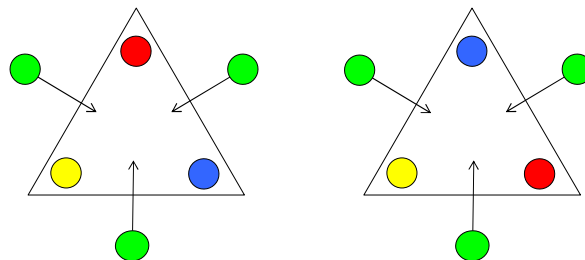
- Cálculo:  $PC(4) = (4-1)! = 3! = 3 \times 2 \times 1 = 6$ . Aqui se calculou quantos seriam os casos possíveis.
- Este problema já foi solucionado anteriormente por tentativas (JLOGC#08 e JLOGC#09), e permitiu a obtenção de quais seriam os 6 casos possíveis. O Conjunto a seguir, foi emprestada do JLOGC#09:



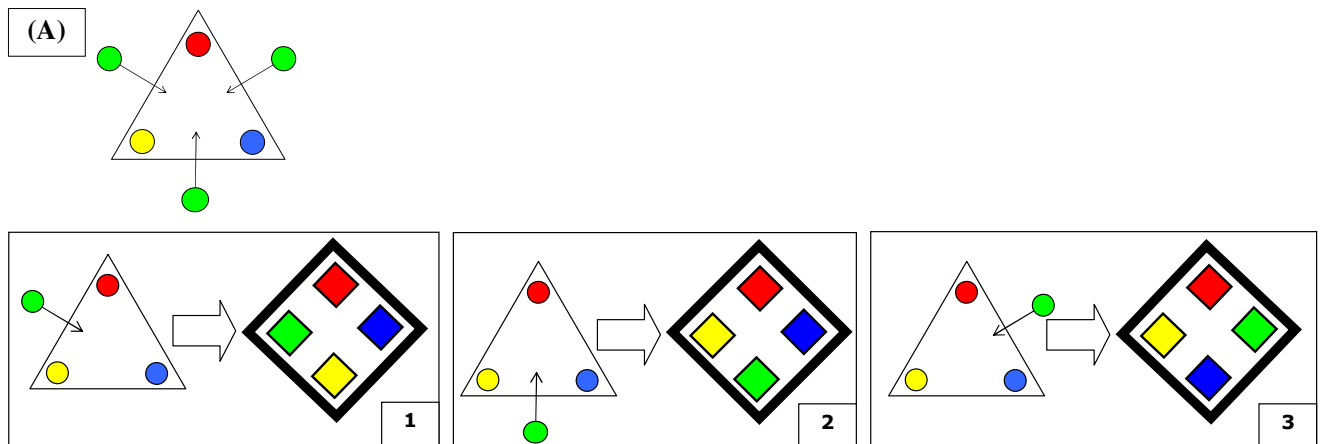
- **O TERCEIRO SUPROBLEMA:** Como conciliar a solução do nosso PRIMEIRO PROBLEMA com a solução do nosso SEGUNDO PROBLEMA?

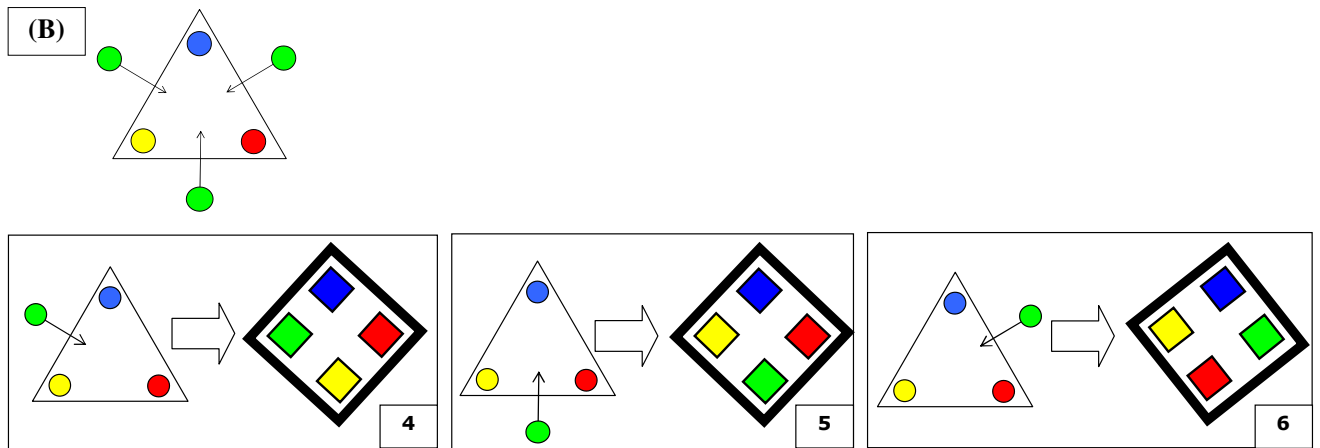


- **ANÁLISE:** Há três elementos distintos (círculos coloridos) dispostos num suporte triangular. Entre cada um destes elementos pode-se inserir mais um elemento, e somente um elemento, para que a permutação passe a ter quatro elementos. Note que há 3 possibilidades de inserção para cada uma das disposições possíveis apresentadas a seguir, conforme mostram as setas:

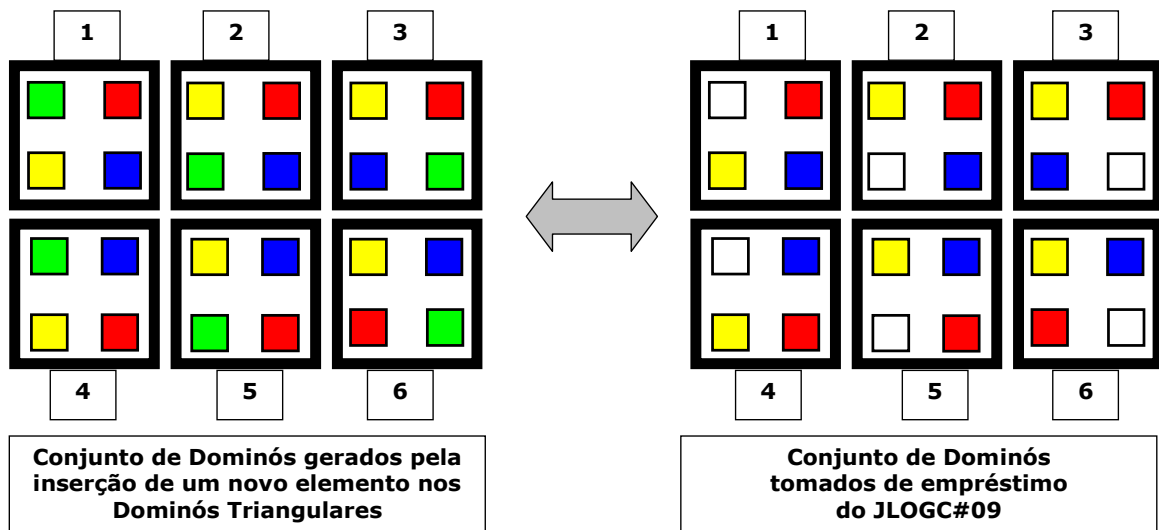


- **SOLUÇÃO:** Vamos dividir este problema em duas partes. A primeira parte envolvendo o primeiro dos triângulos acima (A) e a segunda parte envolvendo o segundo dos triângulos acima (B), e façamos cada uma das três inserções possíveis do novo elemento (círculo na cor verde).





▪ **CONFERINDO OS RESULTADOS:**



O segundo conjunto de dominós, conforme está dito na figura acima, foi retirado do JLOGC#09. Veja que, se nós pintarmos os quadrados brancos do segundo conjunto de dominós de verde, nós chegaremos ao primeiro conjunto de dominós apresentado na figura, justamente aquele que foi gerado a partir da inserção demarcada por pontos verdes nos Dominós Triangulares.

**11.3.- Aplicando a Heurística anterior ao Dominó Pentagonal**

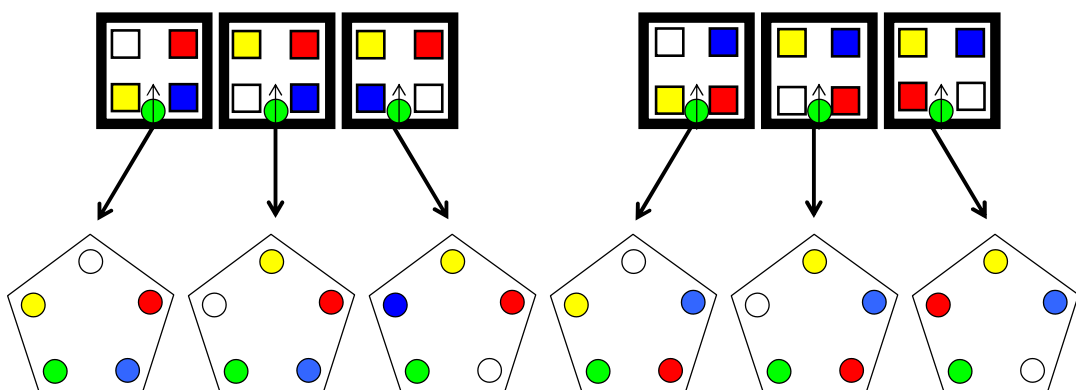
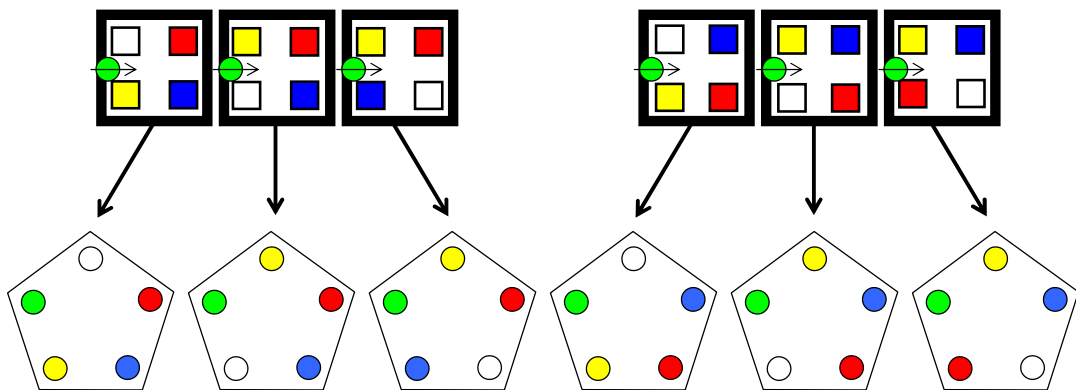
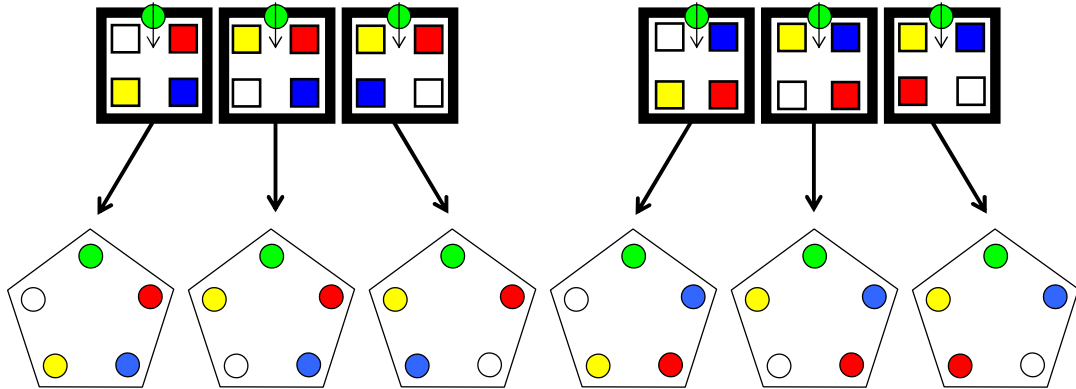
A Quantidade de Dominós Pentagonais 5-Cores é dada pela fórmula:

$$PC(5) = (5 - 1)! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$$

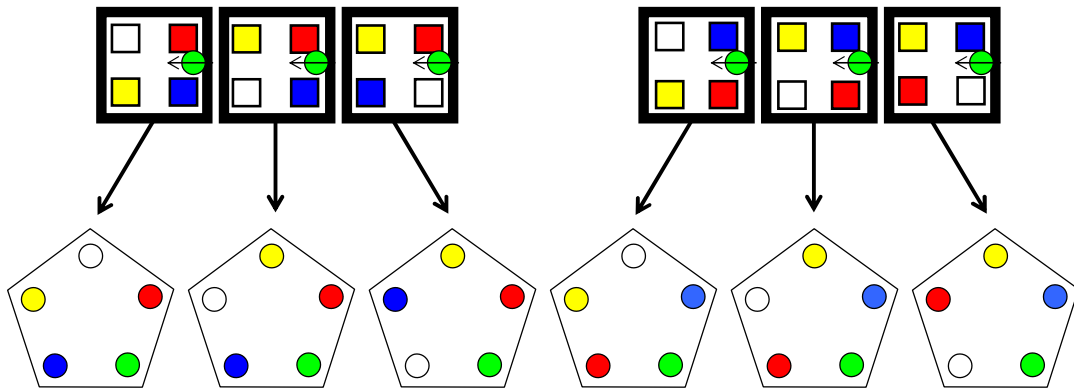
A idéia anteriormente adotada – a de inserir uma cor a mais entre as três cores de cada um dos Dominós Triangulares, para criar os Dominós Quadrados 4-Formas Coloridas –, pode ser

repetida agora para inserir o pequeno círculo verde, no sentido horário, no conjunto de Dominós Quadrados Coloridos, conforme mostram as figuras.

Veja em cada um dos desenhos a seguir, a forma de inserir os círculos verdes em cada um dos Dominós Quadrados.







## 11.4.- Jogando Com as Peças o Dominó Pentagonal 5-Cores

O leitor agora deve criar suas regras e jogar com os Dominós Pentagonais 5-Cores. No entanto, para estimulá-lo um pouco aí vão algumas sugestões.

### 11.4.1.- Jogos de Discriminação

Os Jogos com o Dominó Pentagonal 5-Cores podem envolver discriminação, em que os dominós devam ser agrupados por algum tipo de critério escolhido pelo aplicador – critérios estes que podem ser escolhidos dentre os abaixo, individualmente ou em grupos lógicos coerentes –, como por exemplo:

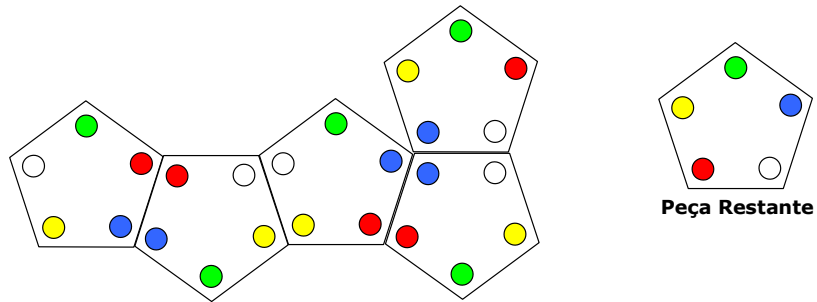
- as cores azul e amarelo estejam lado a lado;
- as cores azul e amarelo estejam separadas;
- as cores azul e amarelo estejam lado a lado, mas no sentido horário, separando ainda aquelas, com as mesmas cores, que estejam em sentido anti-horário.
- as cores azul e branco estejam lado a lado, mas distribuídas, em termos de ordem, no sentido horário, separando ainda aquelas, com as mesmas cores, que estejam em sentido anti-horário, mais as cores azul e verde nas mesmas condições que as anteriores;
- as cores azul, amarelo e vermelho estejam lado a lado;
- as cores azul, amarelo e vermelho estejam lado a lado, mas distribuídas, em termos de ordem, no sentido horário.

- as cores azul, amarelo e vermelho estejam lado a lado, mas distribuídas, em termos de ordem, no sentido anti-horário.

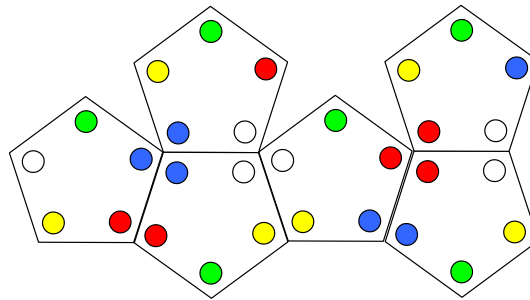
### 11.4.2.- Jogos de Casamento de Padrões

Veja a seguir, nas figuras onde apenas utilizamos a primeira série de cartões, alguns exemplos

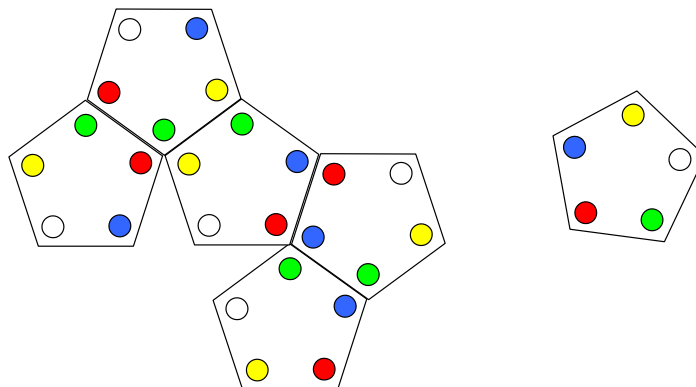
#### [1] Casamento de Padrões Idênticos em Formação de Corrente



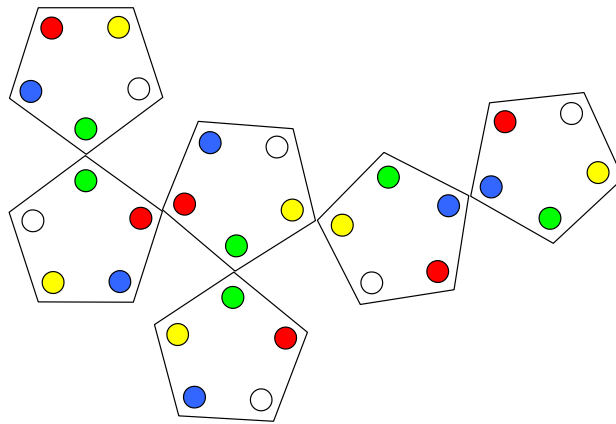
#### [2] Casamento de Padrões Idênticos Sem a Formação de Corrente



#### [3] Casamento de padrões cruzados;



#### [4] Casamentos de padrões pelos vértices.



### 11.5.- Jogando Com Tabuleiros: Paciência ou Competição

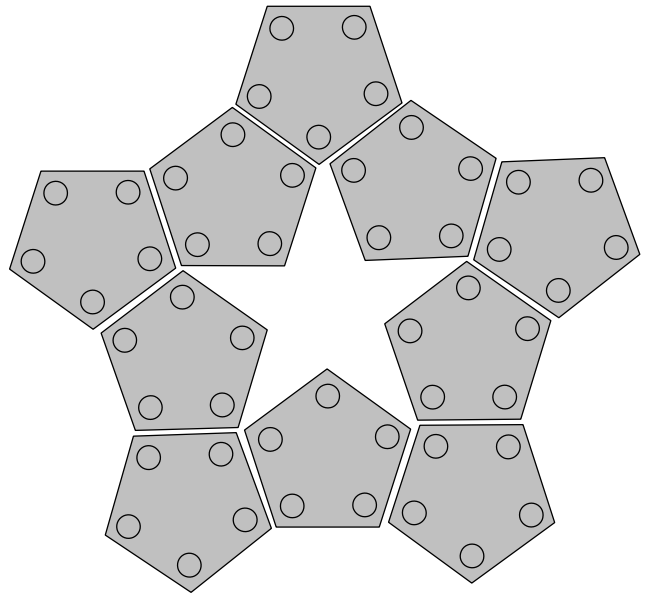
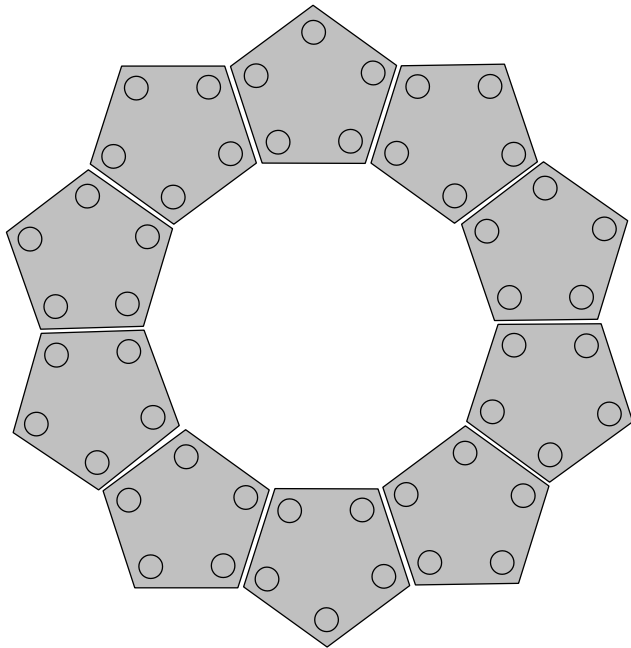
Vamos propor, a seguir, dois tabuleiros em que as peças de nosso dominó devem ser alocadas. Eles podem ser jogados como um jogo de paciência ou então de forma competitiva entre dois jogadores. As formas de casamento dos dominós em cada um destes tabuleiros devem ser combinadas previamente pelos jogadores (vide item 11.4.2., acima): casamento de padrões idênticos, casamento de padrões cruzados ou então, indiferentemente, a mistura dos dois tipos de casamento.

No caso de jogos competitivos, deve-se antes combinar qual a quantidade ideal de peças para cada tipo de tabuleiro (10, 12, 14 etc). Feito isto, deve-se selecionar (ou sortear) a quantidade combinada de dominós do conjunto total de peças e distribuí-los em quantidades iguais para cada um dos dois jogadores.

No caso de jogos competitivos há a possibilidade de duas modalidades de jogos:

- 1ª Possibilidade: os dois jogadores jogam em um mesmo tabuleiro. O primeiro dos dominós, jogado por cada um deles, devem ser colocados em qualquer posição do tabuleiro. A partir da segunda jogada, as peças devem ser casadas de acordo com o tipo de casamento combinado entre eles.
- 2ª Possibilidade: os jogadores jogam, um de casa vez, tentando preencher o tabuleiro. Este é um jogo contra o relógio, em que perderá aquele que preencher o tabuleiro em um maior espaço de tempo ou que desistir de preencher o tabuleiro, por falta de alternativas provocada pelo conjunto de dominós escolhidos ou selecionados pelos jogadores, antes do início jogo.

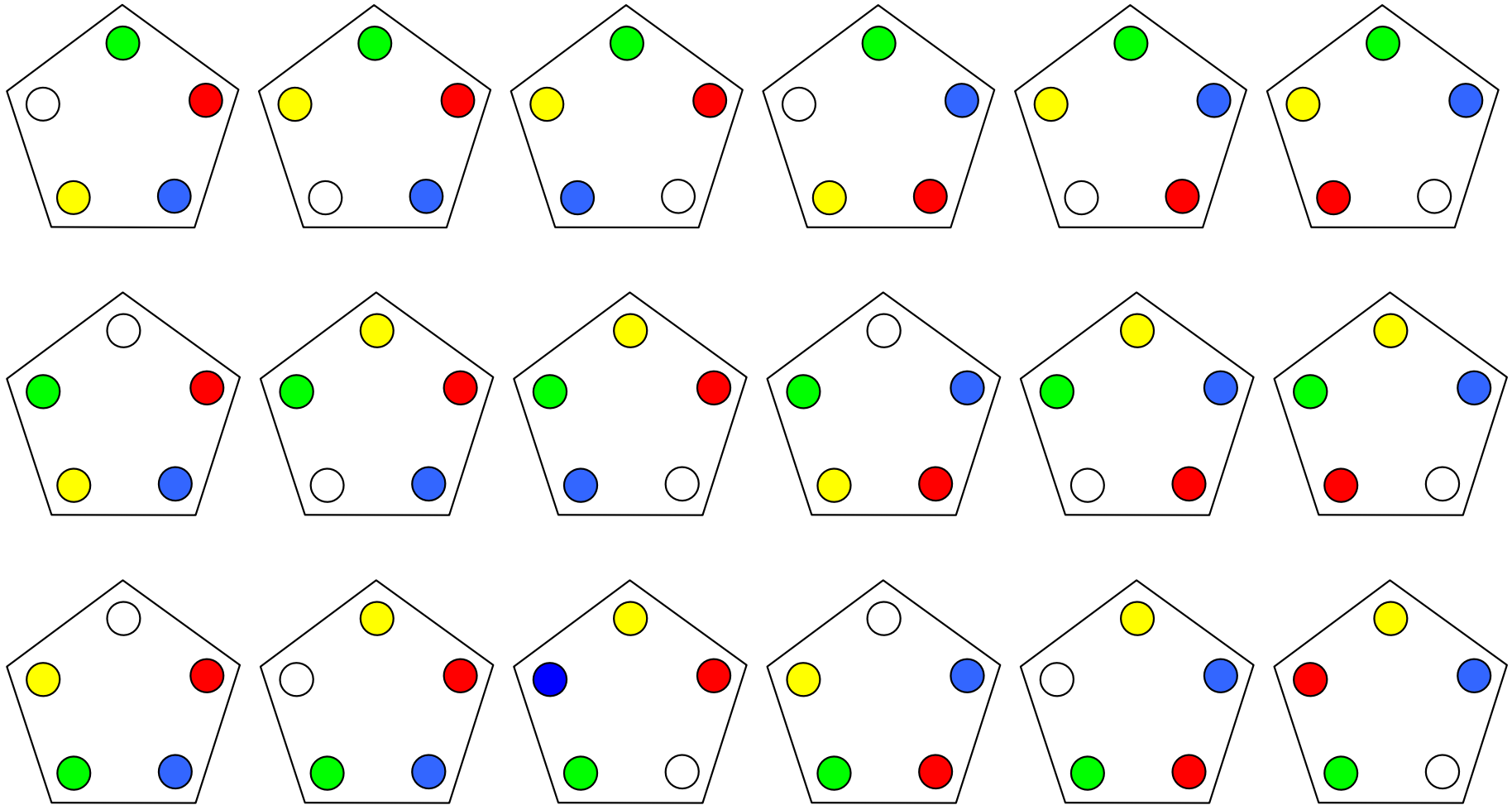
Os dois jogadores devem utilizar, durante cada competição, o mesmo conjunto de peças utilizado pelo seu oponente.

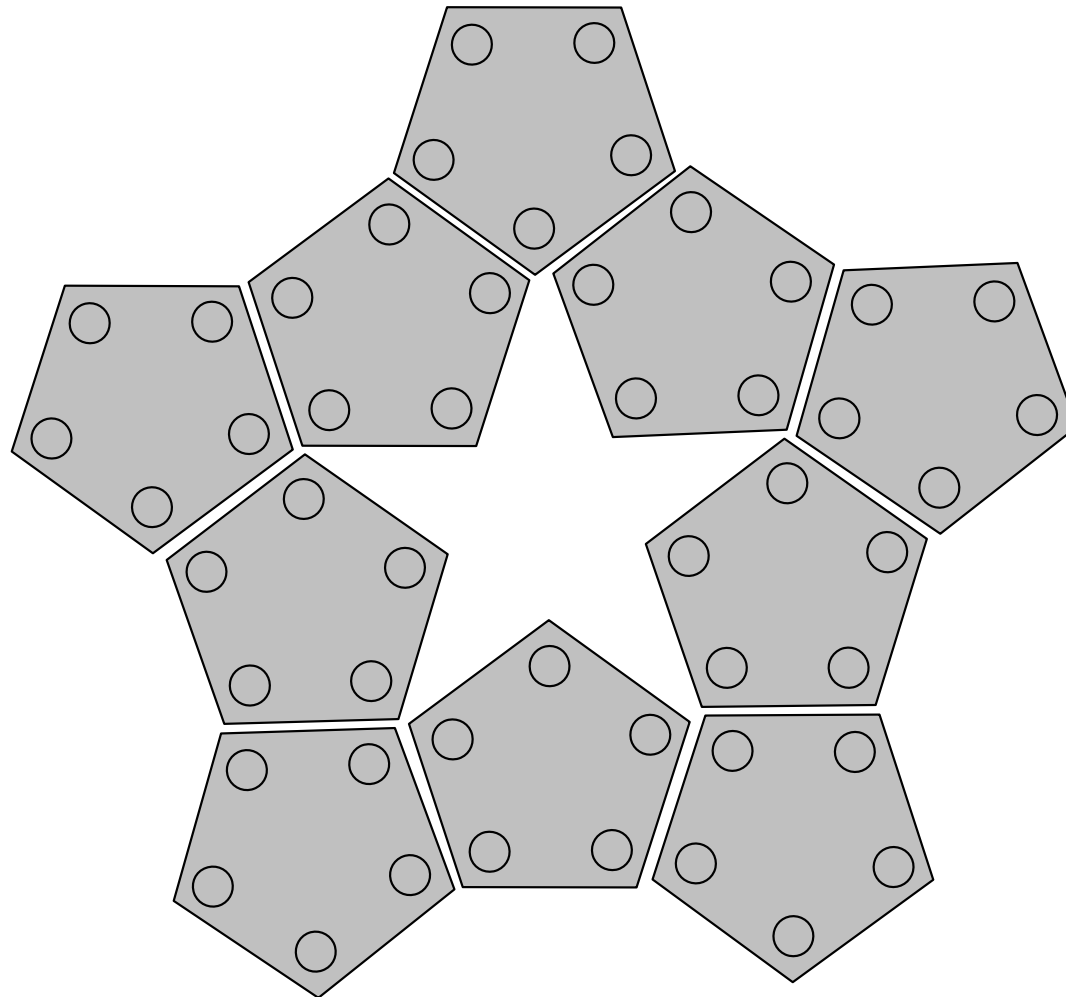
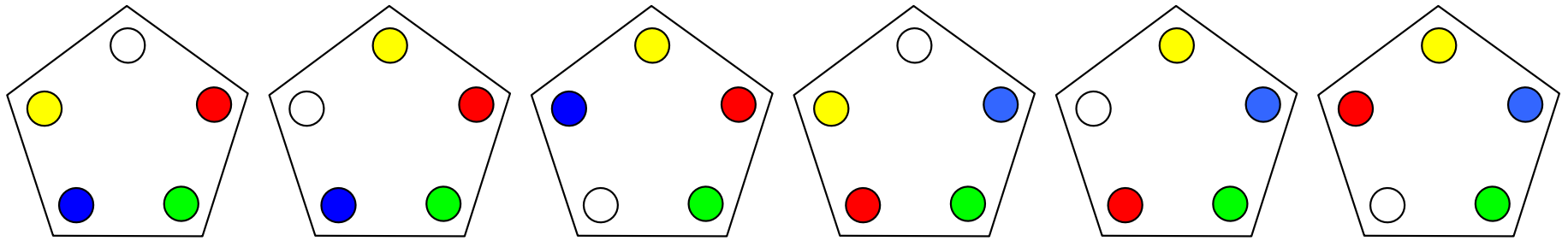


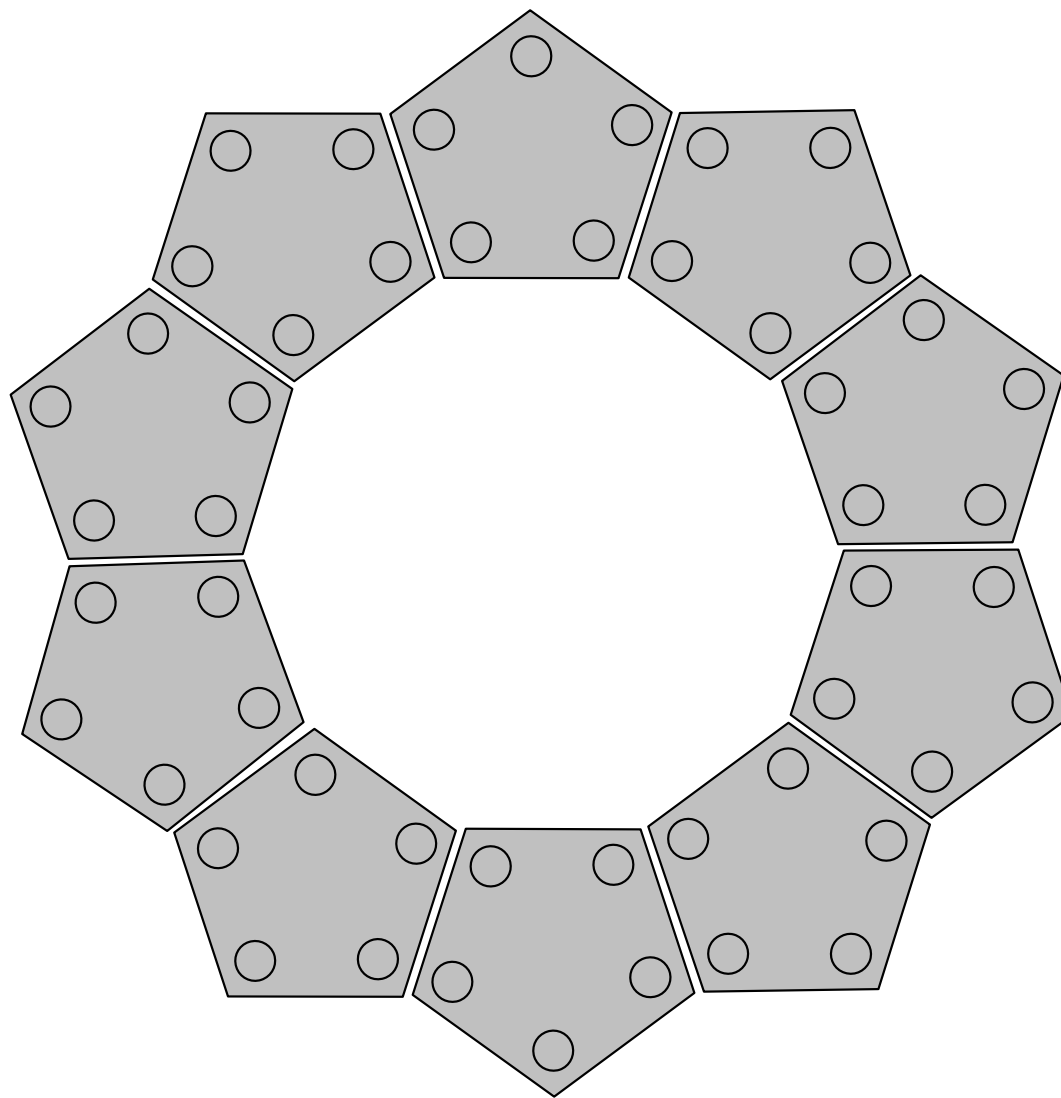
**JLOGC#11 - JOGOS PARA O PENSAMENTO LÓGICO Nº 11**  
**MATERIAL PARA REPRODUÇÃO via IMPRESSORA**  
**DOMINÓS PENTAGONAIS 5-CORES**

---

---







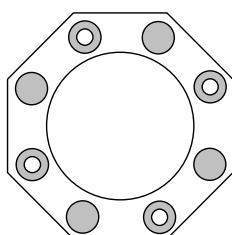
## **JLOGC#12 - JOGOS PARA O PENSAMENTO LÓGICO Nº 12**

### **OS DOMINÓS OCTOGONAIS COM 4 CORES INTERCALADAS**



*Para criar os Cartões Octogonais com 4 Cores são combinadas as estratégias de criação de cartões dos JLOGC#10 e JLOGC#11. Vale a pena procurar entender o processo de criação destes cartões, em que dois tipos de figuras (círculo e coroas circulares) são intercaladas para possibilitar a criação de um micromundo com 36 cartões e não como os 5040 cartões que seriam produzido por uma Permutação Circular com 8 elementos.*

#### **12.1.- A Escolha de um Suporte para o Dominó Octogonal**

Bastante semelhante ao quadraminó de 4 cores, este Dominó Octogonal com 4 Cores, foi construído utilizando-se o suporte mostrado a seguir, onde há uma alternância entre *círculos* e *coroas circulares*, nas quais estas 4 cores serão distribuídas alternadamente, como se verá a seguir.



**Legenda:**

-  - círculo
-  - coroa circular

#### **12.2.- A Heurística**

Temos que adotar uma heurística<sup>1</sup> que nos garanta que iremos produzir, sem exceção, todos os dominós octogonais.

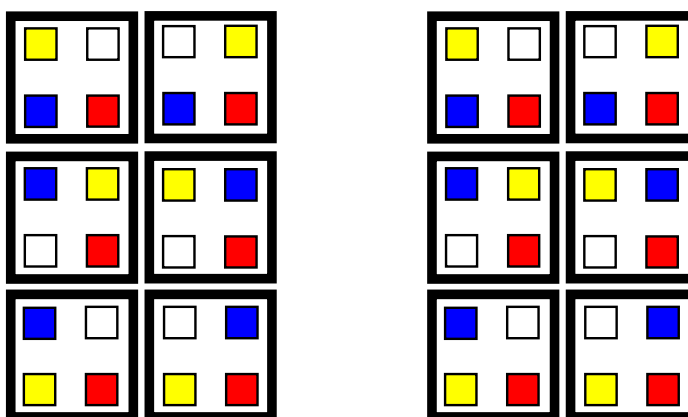
- Vamos utilizar duas Permutações Circulares de 4 elementos cada uma;
- Vamos utilizá-las de forma entrelaçada adotando o seguinte diferencial: numa delas as cores serão distribuídas exclusivamente nos círculos e na outra as cores serão distribuídas exclusivamente nas coroas circulares;
- Sabe-se que a fórmula para o cálculo das permutações circulares é a seguinte:  $PC_n = (n-1)!$ , assim sendo, a quantidade de cartões a serem obtidos será dado por:

<sup>1</sup> Heurística: Conjunto de regras e métodos que conduzem à descoberta, à invenção e à resolução de problemas.

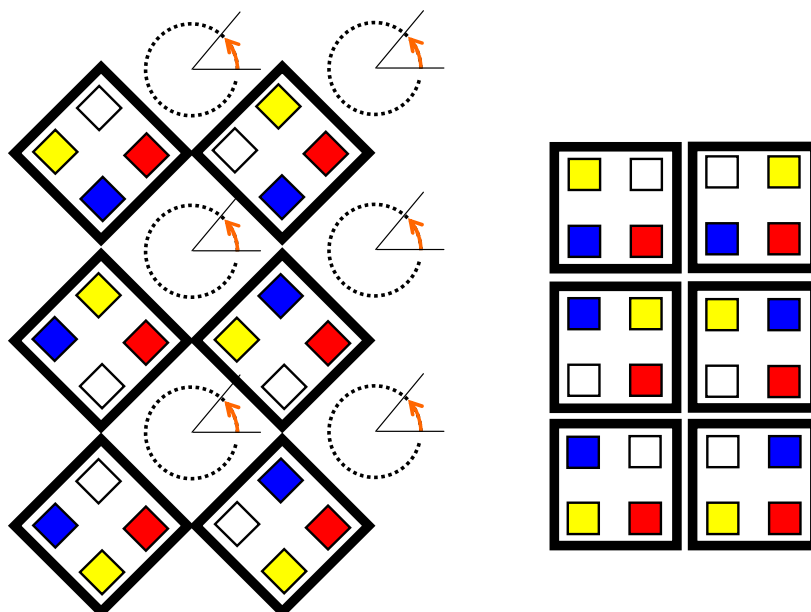


$$PC_4 \times PC_4 = 3! \times 3! = (3 \times 2 \times 1) \times (3 \times 2 \times 1) = 6 \times 6 = 36.$$

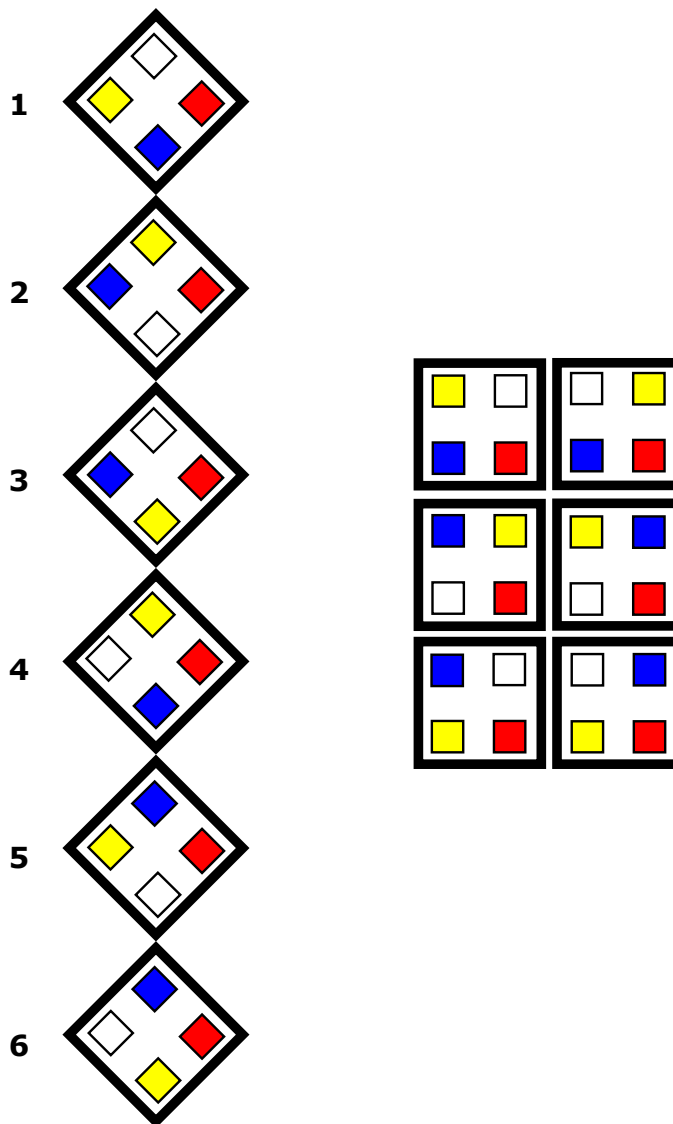
- Vamos adotar inicialmente, um esquema que será modificado a cada passo, exibindo a heurística por nós escolhida para resolver este problema.
- Seja tomar dois conjuntos básicos de quadraminós um ao lado do outro (vide JLOGC#08 e JLOGC#09);



- Vamos girar de 45°, no sentido anti-horário, os cartões do primeiro conjunto de quadraminós, mantendo estáveis os dominós do segundo conjunto:

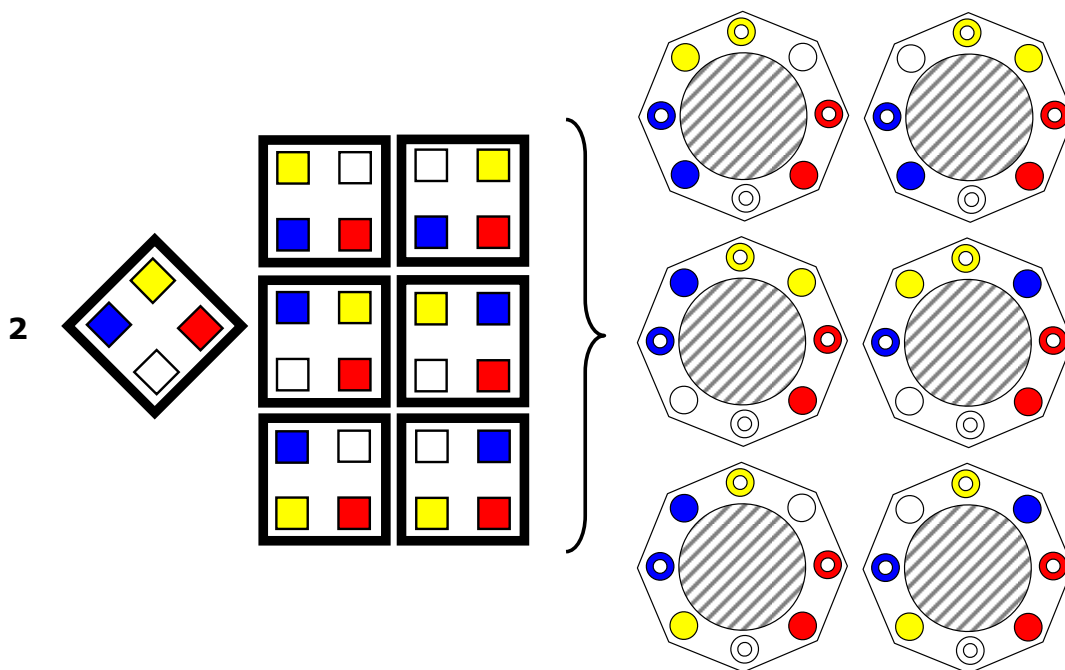
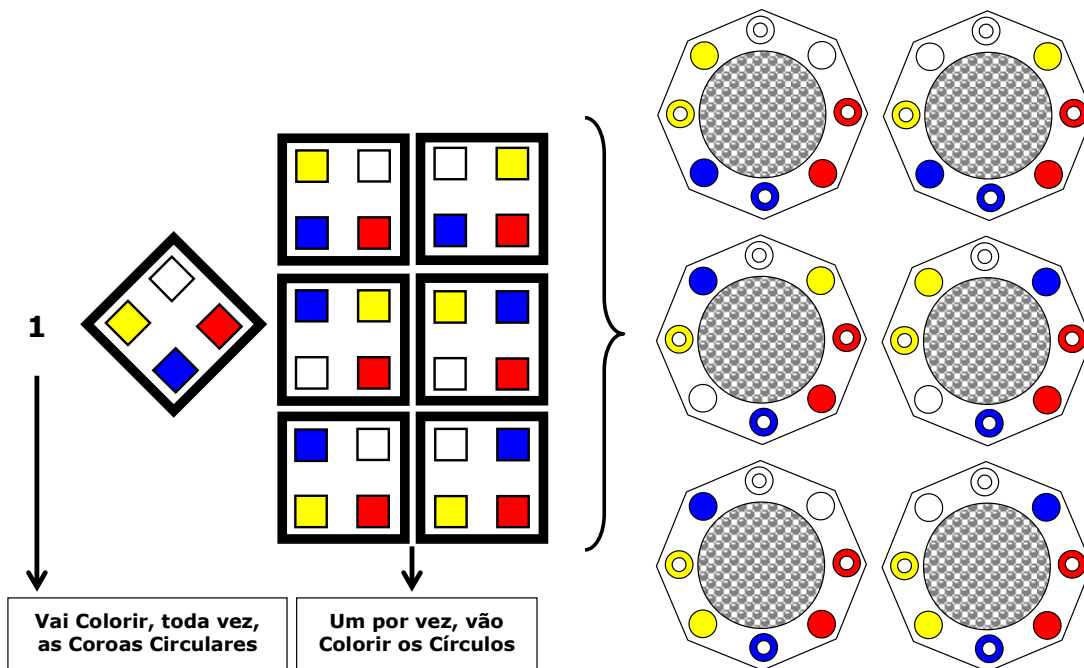


- Vamos em seguida deslocar os cartões do primeiro conjunto de cartões: os da primeira coluna para cima e os da segunda coluna para baixo e para a direita, de forma a colocá-los em uma única coluna, bem em frente do segundo conjunto de cartões (como pode ser visto a seguir), numerando cada um deles, de cima para baixo, de 1 até 6:

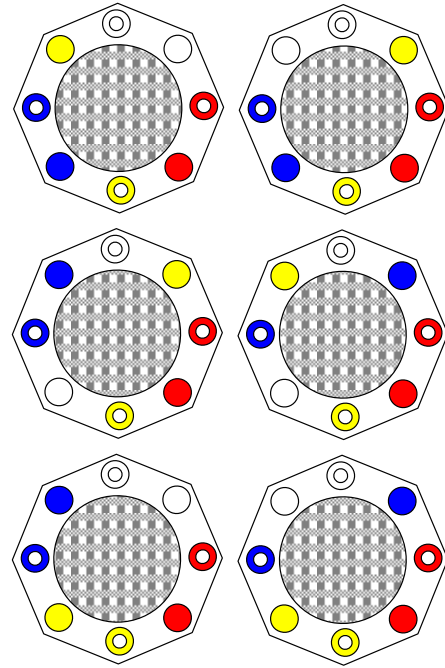
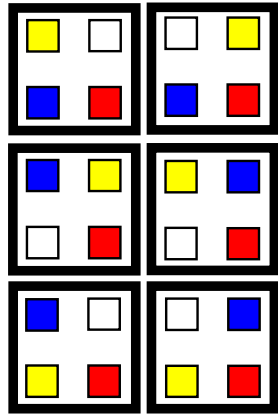
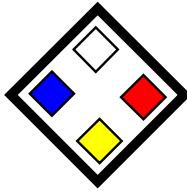


- Cada um dos cartões numerados, será agora composto, mediante entrelaçamento, com todos os outros cartões do segundo grupo de quadraminós. Na verdade o que estaremos fazendo será um *produto cartesiano* (vide JLOGC#05, item 5.3.4) entre elementos do primeiro conjunto de cartões e os elementos do segundo conjunto de cartões.

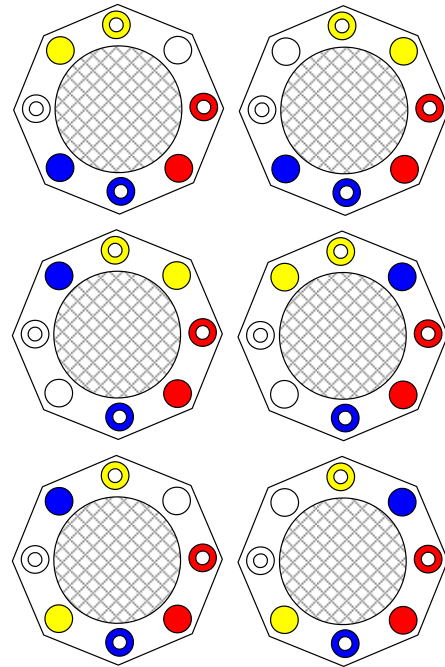
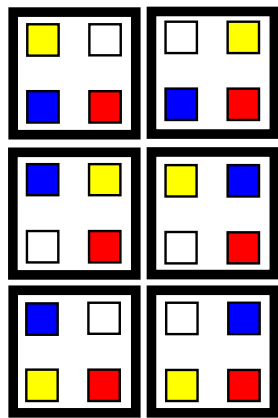
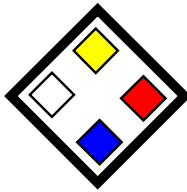
- Veja isto em cada uma das figuras a seguir, que mostram, uma a uma a sequência numerada dos cartões do primeiro conjunto – numerados de 1 a 6 – acoplados sistematicamente aos cartões do segundo conjunto. Seria bom que o leitor compreendesse esta heurística conferindo os cartões octogonais resultantes.

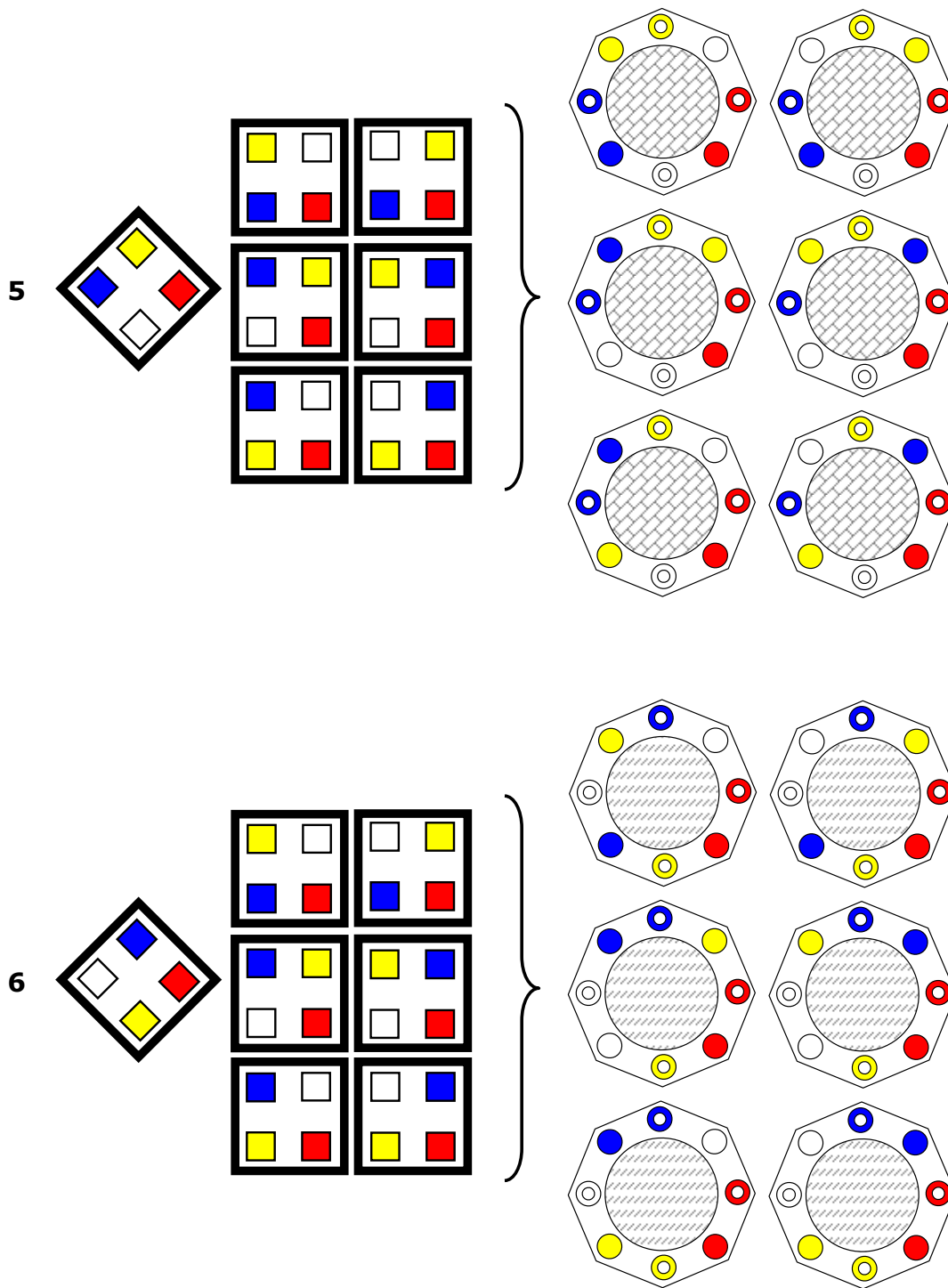


3



4



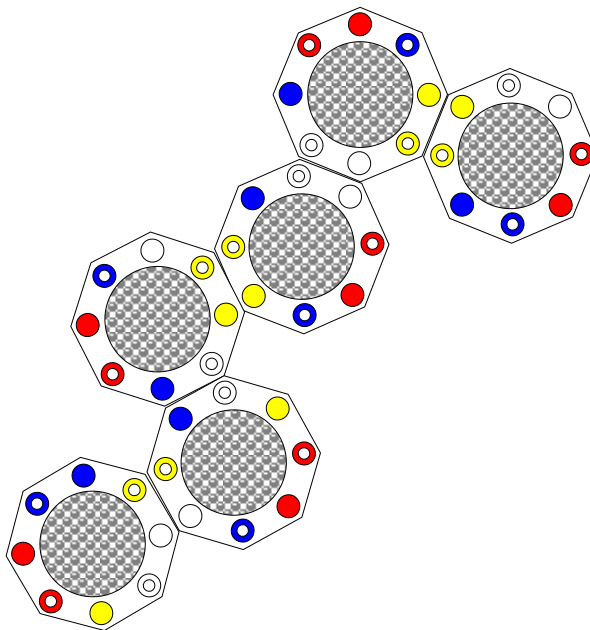


### 12.3.- Jogando Dominó Com a Uma Série de Cartões

Pode parecer simples num primeiro momento mas, o jogo de dominós, utilizando um ou mais dos conjuntos de cartões ‘*Octógonos Com Quatro Cores*’, requer muita atenção. Verifique isto a partir do exemplo a seguir e tente obter uma outra sequência distinta do mesmo.

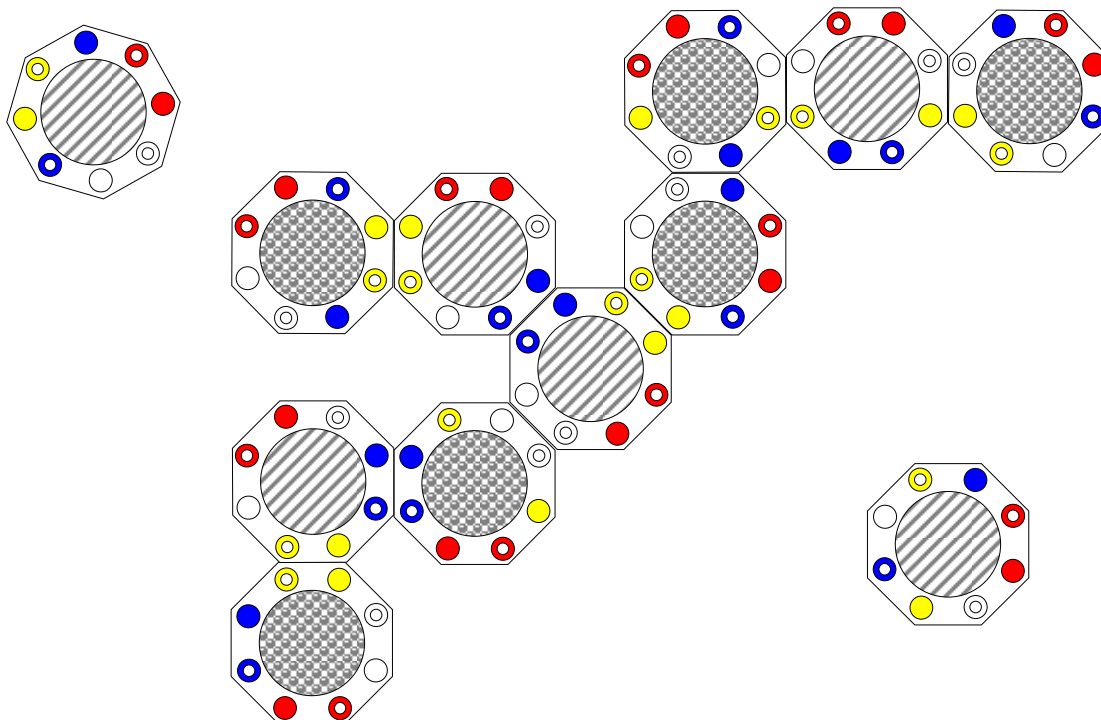
Os jogos a seguir apresentados podem ser jogados como ‘Jogos de Paciência’ ou, como os dominós comuns, envolvendo dois ou mais jogadores.

No entanto, quando se tratar de um jogo de paciência, nada impede o jogador, de rearranjar os dominós até que todas as peças possam ser casadas.



### 12.4.- Jogando o Dominó Com Duas Séries de Cartões

Jogue agora o dominó com as séries 1 e 2.



## 12.5.- **Jogo das Correntes Três em Linha Reta**

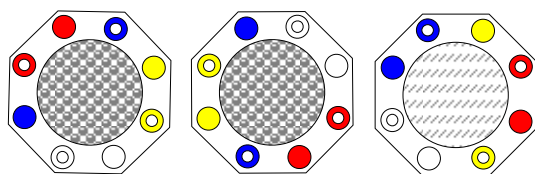
Este é um jogo que pode ser jogado de duas formas: ou como Jogo de Paciência ou como um jogo de desafio e estratégia entre dois ou mais participantes.

### 12.5.1.- **Jogo das Correntes: Três em Linha – Jogo de Paciência**

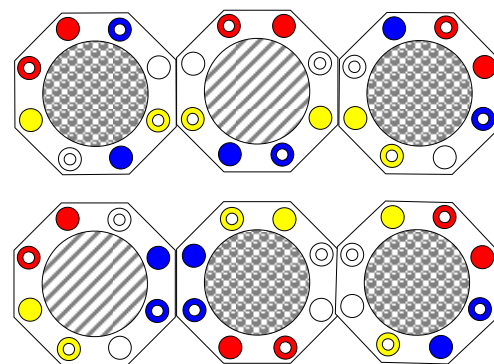
Este é um jogo de paciência bastante instigante. O jogador pode utilizar todos os 36 dominós, mas pode, por outro lado, escolher apenas uma, duas ou mais das séries componentes do conjunto total de dominós. Ainda, para tornar o jogo mais complexo, poderá escolher aleatoriamente os dominós em quantidades múltiplas de 3: 6, 9, 12, 15, 18, etc.

As regras do Jogo de Paciência são mostradas abaixo:

1. Coloque os dominós escolhidos para o jogo, com as faces voltadas para baixo, sobre o tampo de uma mesa e os embaralhe bem;
2. Escolha (‘compre’) três dos dominós que estarão com as faces voltadas para baixo, desvire-os e tente casar os padrões formando uma corrente retilínea com eles. Note que: os casamentos não podem formar nenhum tipo de ângulo entre os cartões;
3. Se você conseguir o casamento, alinhe os cartões casados à sua direita, senão coloque-os à sua esquerda, em fila.



**Dominós que o jogador imagina não apresentarem possibilidades de casamento**



**As correntes 'bem formadas' – conjuntos de "Três em linha reta"**

Dê continuidade ao jogo: retire mais três cartões e tente casá-los,

- Se conseguir os casamentos, coloque a corrente assim obtida (alinhada), à sua direita;

- Se não conseguir casá-los, leve-os para a sua esquerda e tente, juntamente com todos os cartões que ali estão realizar os possíveis casamentos destes cartões, três a três em linha;
  - As correntes assim obtidas devem ser alocadas à sua direita e os cartões remanescentes, se ainda houver alguns, devem permanecer à esquerda;
4. Continue jogando: as correntes bem formadas devem sempre ficar à direita, os cartões não casados devem permanecer à esquerda;
  5. O final do Jogo ocorrerá quando não houver cartões disponíveis para a compra sobre a mesa, mas ...

*... para atingir o objetivo final deste jogo de paciência – que seria eliminação de todos os cartões do seu lado esquerdo –, algumas das correntes bem formadas, que figuram à sua direita, podem desmanchadas e passadas para o lado esquerdo para compor novas correntes que, então serão passadas, finalmente para o lado direito.*

### **12.5.2.- Jogo das Correntes: Três em Linha Reta – Jogo Competitivo**

Temos aqui um novo jogo, destinado a dois ou mais jogadores. Eis as regras:

1. Embaralhar os 36 dominós, deixar dois deles, virados para cima, sobre a mesa e distribuir todos os demais em quantidades iguais para os jogadores;
2. Os dominós restantes desta distribuição, quando houver, devem ser retirados do jogo;
3. O primeiro jogador *deve descartar dois de seus dominós* tentando formar com os que já estavam na mesa a corrente denominada: ‘três em linha reta’;
4. Se conseguir formar a corrente (casando os três dominós em linha reta) ele recolhe aqueles dominós e os guarda para a contagem final – cada corrente vale 3 pontos – um ponto para cada dominó.;
5. Quando houver 4 ou mais dominós sobre a mesa, um mesmo jogador poderá fazer, num único descarte, duas correntes e validá-las como pontos ganhos, guardando-as para a contagem final;
6. Os jogadores seguintes sempre devem descartar dois dominós na sua vez de jogar;
7. Toda vez que um jogador, tendo descartado dois dos dominós, não conseguir formar a corrente, a jogada é passada ao próximo jogador;

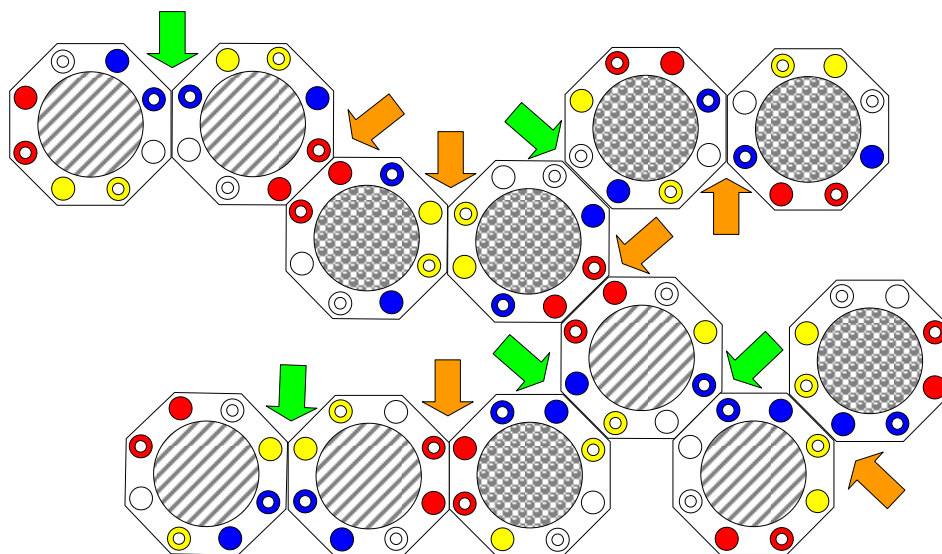


8. Mesmo quando não restar nenhum dominó sobre a mesa, o jogador da vez, descartará dois de seus dominós;
9. Se um dos jogadores não tiver os dois dominós para descartar, o jogo termina imediatamente;
10. Os dominós que foram guardados por cada jogador – aqueles que formaram as correntes – serão contados como pontos ganhos (um ponto para cada dominó, ou seja, três pontos para cada corrente);
11. Os dominós que restaram sem serem descartados não serão contados;
12. Ganha aquele jogador que fizer mais pontos.

## 12.6.- Sugestões

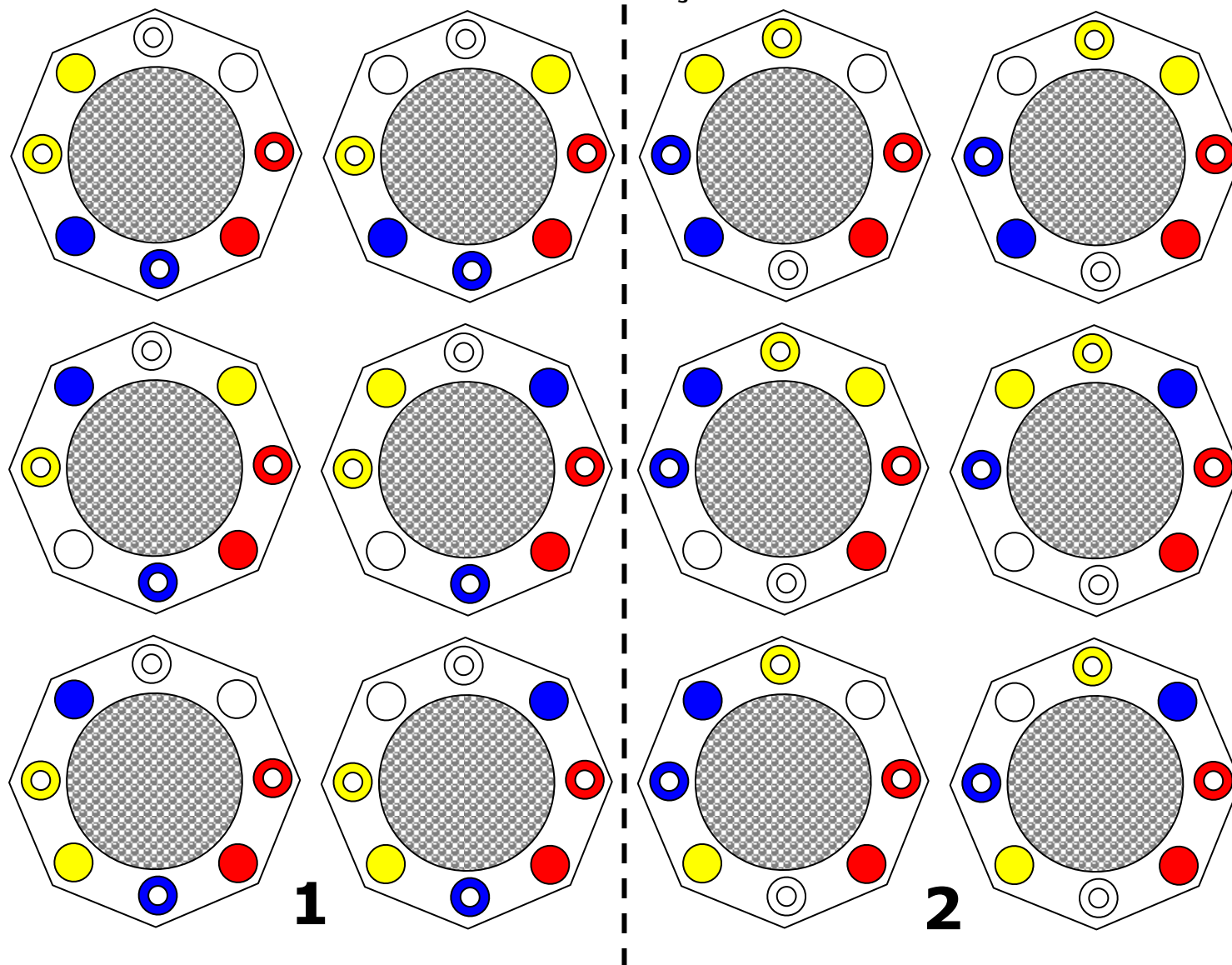
Os jogos até aqui apresentados são referentes aos casamentos de padrões idênticos, no entanto, se combinado antecipadamente, os participantes poderão optar pelo seguinte:

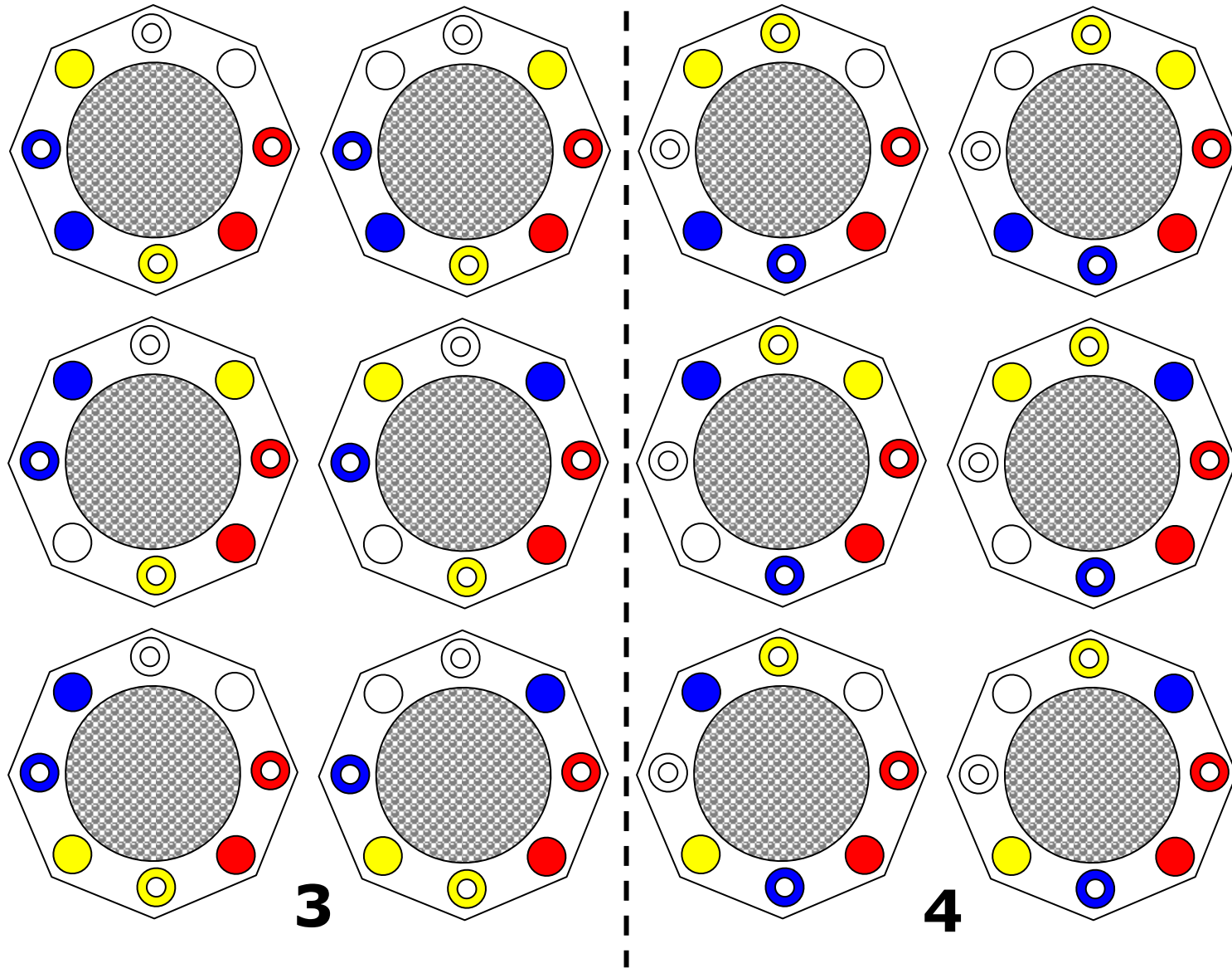
1. jogar usando apenas casamentos cruzados – note que os casamentos cruzados;
2. poderem escolher no momento de cada uma das jogadas: o casamento cruzado ou então o casamento de padrões idênticos. Esta escolha torna o jogo mais fácil, confira abaixo: as setas na cor verde indicam os casamentos padrão e as setas laranja indicam os casamentos cruzados.

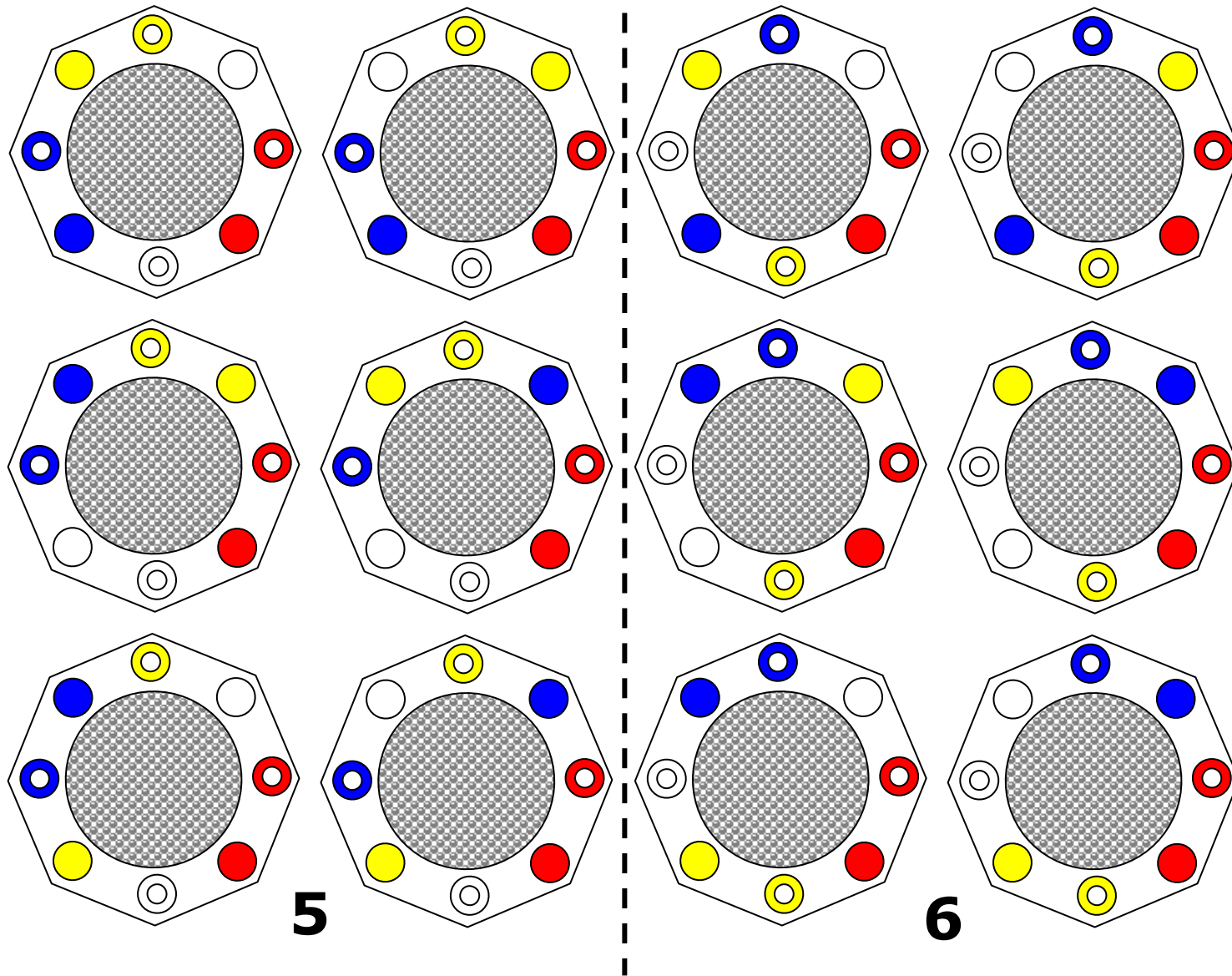


# JLOGC#12 - JOGOS PARA O PENSAMENTO LÓGICO Nº 12

## MATERIAL PARA REPRODUÇÃO via IMPRESSORA







## JLOGC#13 – JOGOS PARA O PENSAMENTO LÓGICO Nº 13

---

### JOGO DOS DOMINÓS 2 X 3

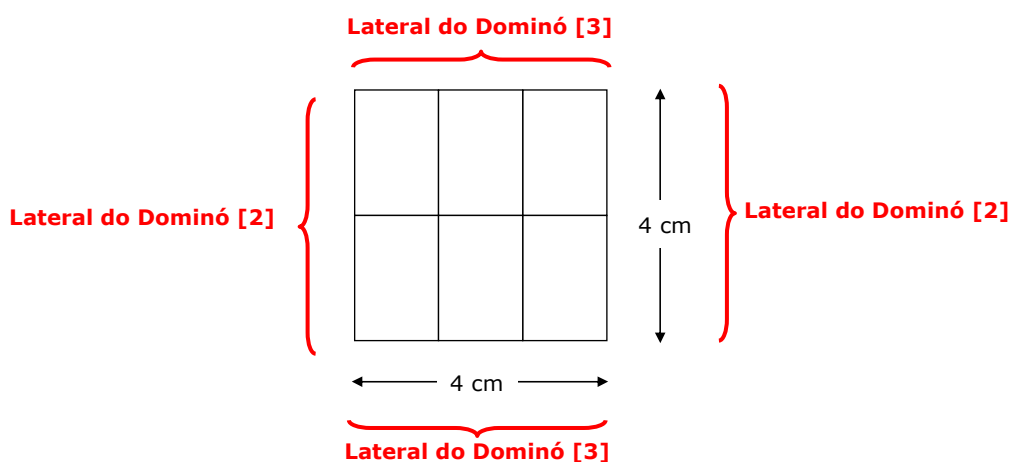
---

*Os cartões deste jogo – o Jogo dos Dominós 2 × 3 – são cartões quadrados que permitirão, dependendo da escolha do lado, o casamento de dois ou de três cores idênticas, ou seja o casamento de 2 ou de 3 dos padrões – as cores. No entanto, estes dominós não servirão apenas para este tipo de jogo, mas podemos sugerir aqui outros jogos como: o dominó das cores cruzadas (invertidas) e o jogo do preenchimento de tabuleiros em que algumas peças tenham sido, antecipadamente, distribuídas sobre ele.*

---

### 13.1.- O Módulo Básico do Dominó 2 X 3

O módulo básico, suporte do Dominó do *Jogo dos Dominós 2 × 3*, mede 4cm × 4cm e apresenta-se com 6 divisões em forma de retângulos: três deles na parte superior do cartão, três deles na parte inferior, dois deles em cada uma das laterais, como mostrado na figura a seguir.



### 13.2.- A Escolha e Organização da Cores

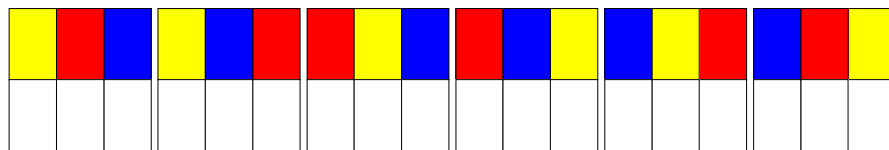
A escolha das cores, pelo menos inicialmente, recairá nas três cores primárias: azul, amarelo e vermelho, facilmente reconhecidas por crianças até bem pequenas.

#### 13.2.1.- Cálculo e Distribuição das Cores

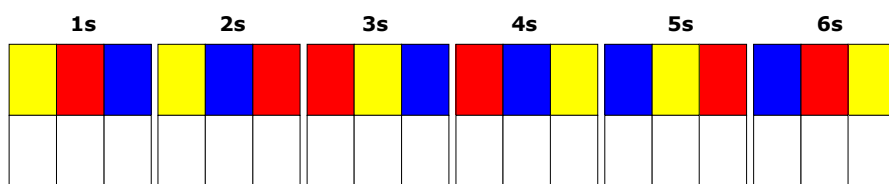
A quantidade de possibilidades de distribuição destas três cores, três a três de forma seqüencial, é dada pelo cálculo das Permutações Simples de 3 elementos, a saber:  $P_3 = 3! = 3 \times 2 \times 1 = 6$ .

Vamos agora adotar uma heurística<sup>1</sup> (ou uma estratégia<sup>2</sup>) que vai nos garantir a validade de nossa forma de elaboração dos dominós, ou seja, nos permita gerar todos os dominós e garantir que agimos corretamente ao fazer nossas escolhas.

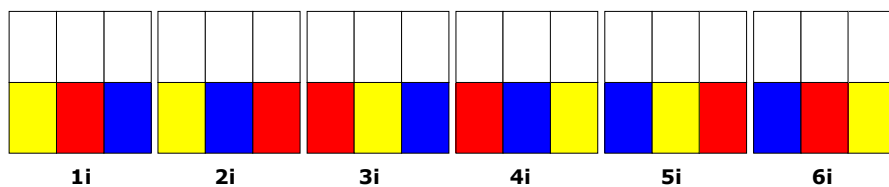
- Inicialmente vamos distribuir estas cores nos retângulos superiores localizados na primeira linha do módulo básico, como mostrado a seguir.



- Vamos agora, numerar estes dominós, cuja distribuição das cores os torna distintos entre si, numerando-os de 1 até 6, seguidos da letra s, indicando que eles foram coloridos na parte superior.



- O passo seguinte é distribuir estas mesmas cores na parte inferior do cartão, preservando em cada um dos cartões, as mesmas sequências anteriormente estabelecidas, numerando-os de 1 até 6 seguidos da letra i, indicando que eles foram coloridos na parte inferior.



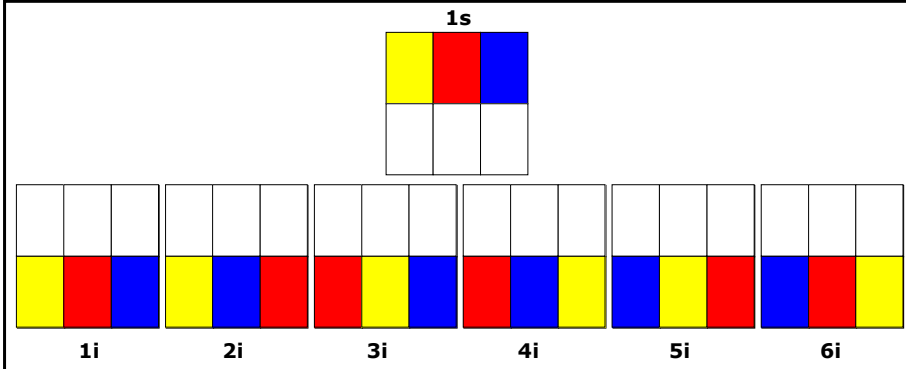
- Finalmente, podemos efetuar as composições entre cada um dos dominós coloridos da parte superior – um a cada vez –, com todas as peças coloridas na parte inferior, como mostrado a seguir.

---

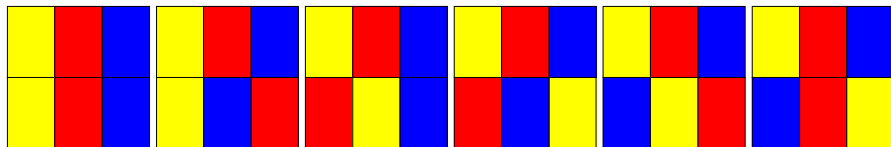
1 Heurística: método de investigação baseado na aproximação progressiva de um dado problema (Dicionário Houaiss).

2 Estratégia: arte de aplicar com eficácia os recursos de que se dispõe ou de explorar as condições favoráveis de que porventura se desfrute, visando ao alcance de determinados objetivos (Dicionário Houaiss).

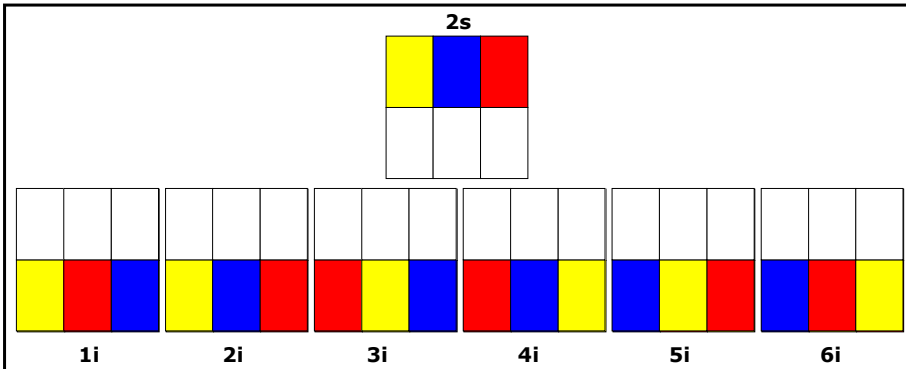
**1s**



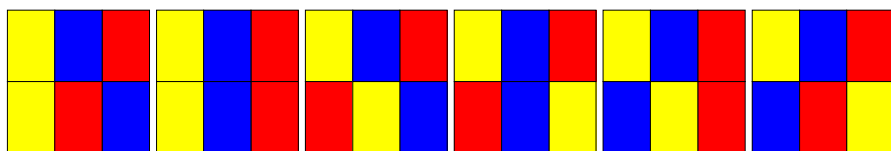
1i      2i      3i      4i      5i      6i



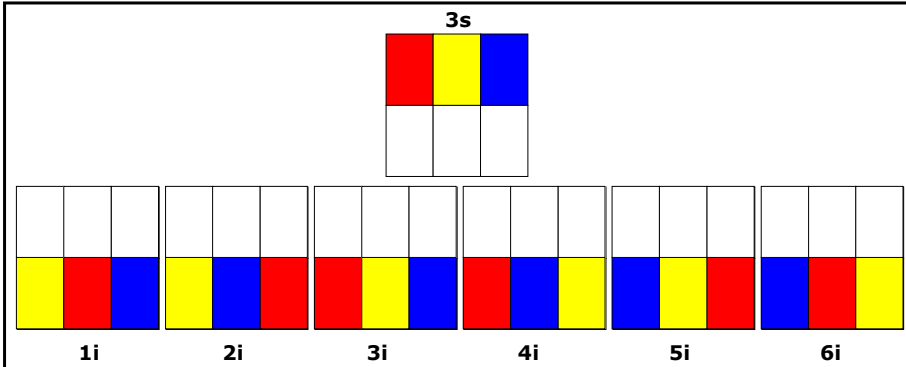
**2s**



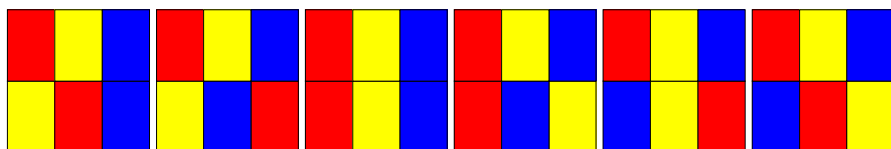
1i      2i      3i      4i      5i      6i



**3s**



1i      2i      3i      4i      5i      6i



**4s**

1i      2i      3i      4i      5i      6i

**5s**

1i      2i      3i      4i      5i      6i

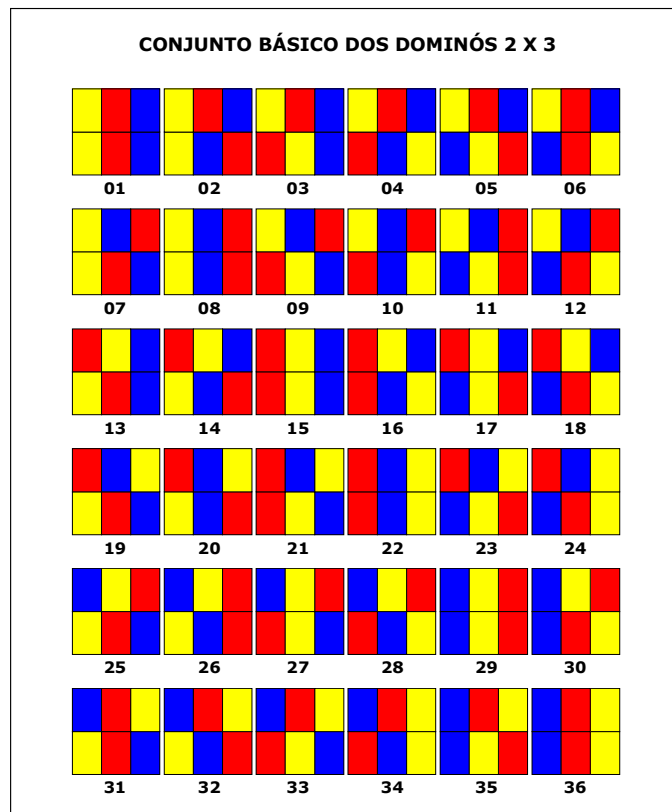
**6s**

1i      2i      3i      4i      5i      6i



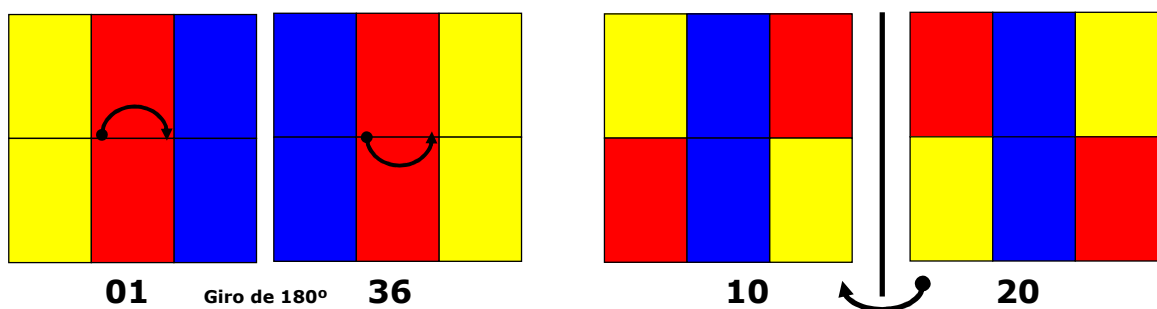
### 13.3.- Os 36 Dominós 2X3

O conjunto de todos os 36 dominós, numerados de 01 até 36, é apresentado a seguir em uma tabela.



Pede-se ao leitor que tente verificar, se todos os dominós a seguir são exatamente distintos entre si. Uma sugestão: será que ao girarmos um dos dominós de 180° nós não encontraremos outro exatamente igual a ele?

O que podemos afirmar é que, por simples inspeção, já se pode encontrar dominós que sejam exatamente iguais, como por exemplo, os dois expostos a seguir, que poderemos encontrar entre os 36 dominós expostos acima. O primeiro aparece exatamente na mesma posição, e o segundo ao ser girado de 180° encontrará a sua duplicata.



A pergunta que fica é a seguinte: será que do conjunto de 36 dominós nós reduziremos a apenas 18 aqueles que são realmente distintos uns dos outros?

### 13.3.1.- Um Jogo Para o Pensamento

O Jogo Para o Pensamento proposto aqui é o seguinte: de posse da tabela anterior o leitor deve verificar quais são os cartões idênticos indicando-os pela numeração, isto é, formando pares de números que indiquem os cartões idênticos. Para facilitar este Jogo o leitor poderá imprimir esta tabela, bem como todos os dominós, a partir do CD-R que acompanha este livro. Primeiramente o leitor deverá verificar quais dos dominós são: (a) idênticos e (b) quais são simétricos

A solução deste problema é a seguinte: dentre os 36 dominós  $2 \times 3$ , você encontrará 22 dominós que perfazem 11 pares de dominós idênticos e 14 dominós simétricos – com disposições de cores invertidas com relação a um eixo e logo, não idênticos.

Note bem: temos 22 dominós dois a dois idênticos, e outros 14 dominós, que não formam pares.

- Estes são os 11 pares de dominós idênticos:

<b>01 e 36</b>	<b>02 e 24</b>	<b>03 e 30</b>	<b>04 e 12</b>
<b>07 e 34</b>	<b>08 e 22</b>	<b>11 e 16</b>	<b>13 e 35</b>
<b>15 e 29</b>	<b>19 e 23</b>	<b>21 e 26</b>	

- Estes são os dominós simétricos – não idênticos, portanto - agrupados dois a dois – um com as cores distribuídas de forma inversa ao outro (veja na figura anterior):

<b>05 e 33</b>	<b>06 e 31</b>	<b>09 e 23</b>	<b>10 e 20</b>
<b>14 e 28</b>	<b>17 e 27</b>	<b>18 e 25</b>	

Confira estes resultados comprando os dominós numerados (veja a tabela anterior) com os dominós do conjunto de dominós do jogo.

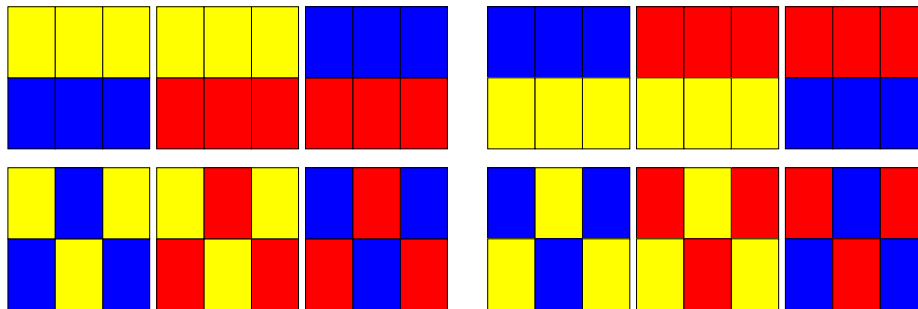
### 13.4.- Acrescentando Novas Peças ao Conjunto de Dominós

Podemos acrescentar ao nosso conjunto de dominós de 36 peças outras peças, a saber:

- 6 peças bicromáticas, idênticas duas a duas, formando 3 pares idênticos de peças bicromáticas;
- 14 peças

### 13.4.1.- Duplicando as peças Simétricas

Note que todas as peças do dominó  $2 \times 3$  são tricromáticas (têm três cores). As novas peças de dominó a serem acrescentadas serão bicromáticas, como mostradas a seguir.

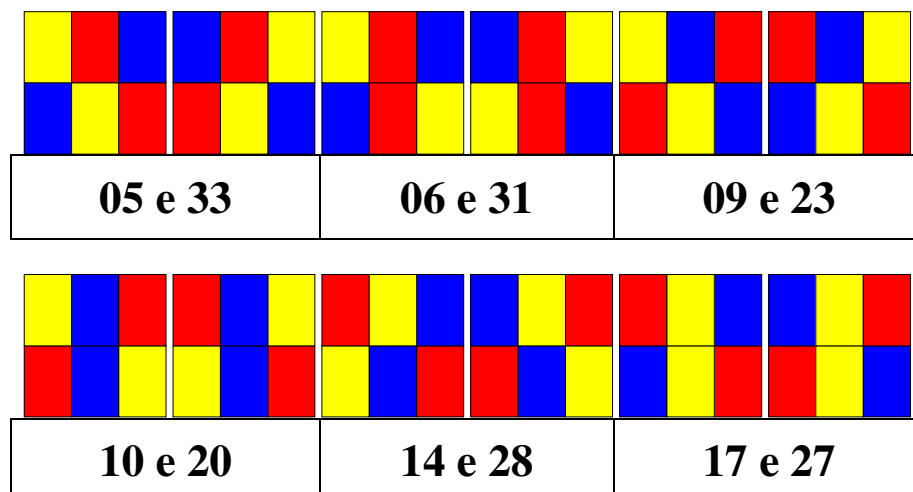


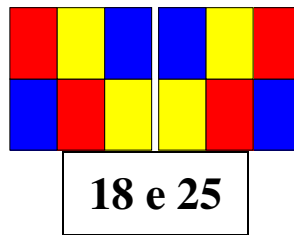
Nós devemos imprimir estas doze peças, idênticas duas a duas – verifique!

### 13.4.1.- Duplicando as peças Simétricas

Note que nós temos agora um conjunto de  $11 + 6 = 17$  pares de dominós idênticos. Podemos agora acrescentar ao nosso conjunto de dominós  $2 \times 3$  que agora já perfazem um total de: 17 pares de dominós idênticos (34 dominós) mais 14 dominós simétricos, que totalizam:  $34 + 14 = 48$  dominós.

A intenção é também acrescentar mais um de cada, dos dominós simétricos, fazendo com que o conjunto de todos os dominós possam agora ser vistos como um conjunto contendo  $34 + 28 = 62$  dominós, isto é: 17 *pares de dominós genuinamente idênticos* e 14 *pares de dominós idênticos conseguidos pela duplicação dos dominós simétricos*.





### 13.5.- Jogos com os Dominós 2 X 3

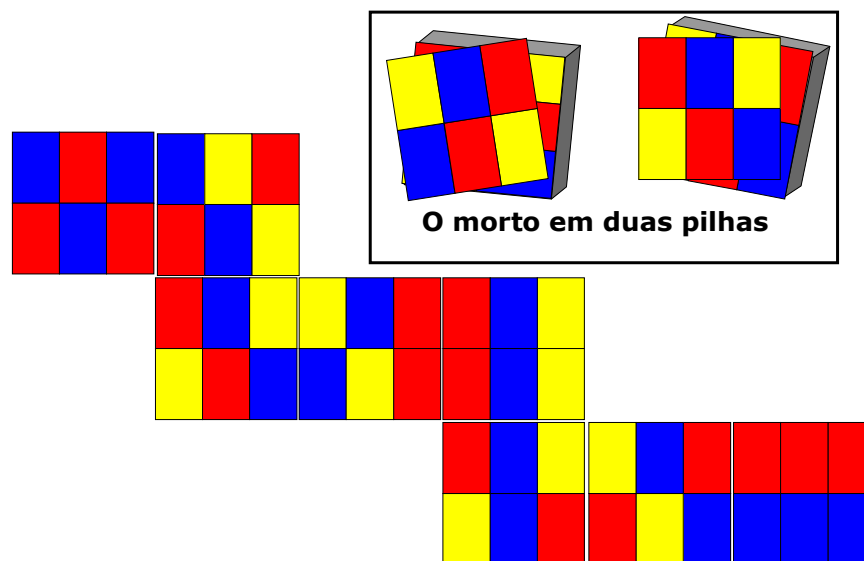
Vamos a seguir sugerir alguns jogos com o conjunto de 56 dominós 2 × 3.

- (1) O Jogo do Dominó Tradicional – em que se devem casar 2 ou 3 padrões;
- (2) O Jogo das Inversões em que a disposição das cores se faz de um dominó para o outro de forma inversa, ou seja, cruzadas;
- (3) O preenchimento de tabuleiros em que tenham sido, antecipadamente, distribuídas algumas peças pelo seu desafiante.

#### 13.5.1.- Jogo do Dominó Tradicional

No jogo do Dominó Tradicional basta apenas que se façam os casamentos exatos de duas ou de três cores das laterais.

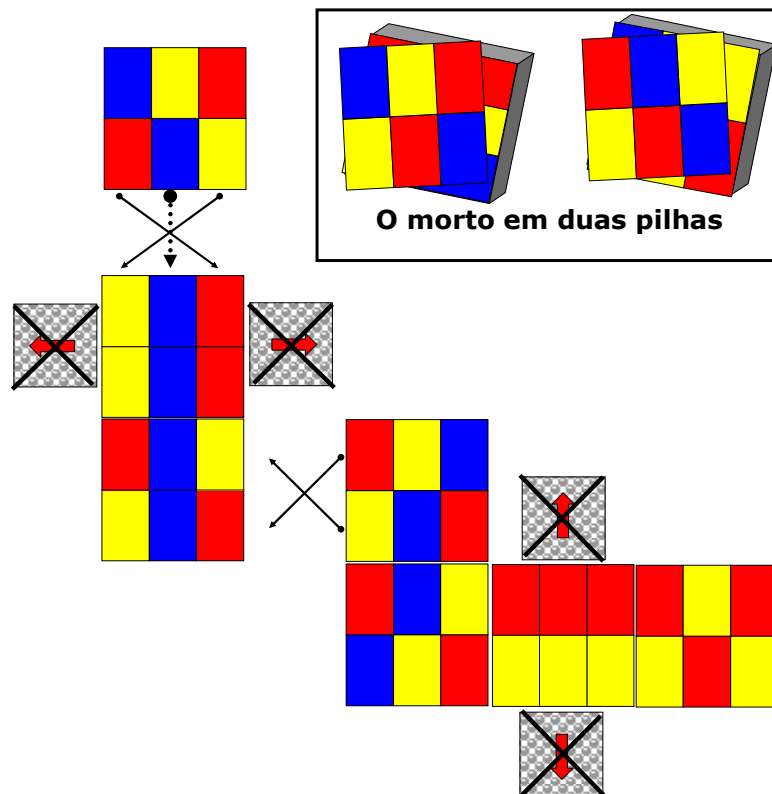
O jogo pode ser realizado apenas com parte dos dominós, distribuindo-se inicialmente de 6 a 8 dominós para cada jogador e deixando os demais em dois maço com as faces voltadas para cima – o ‘morto’ – de onde deverão ser comprados até, no máximo, dois dominós sempre que o jogador não tiver um dominó para jogar, quando for a sua vez.



A idéia de termos dois montes de cartas representando o morto (dois mortos) visa facilitar a compra, quando possível, de apenas um dominó que seja conveniente àquela jogada, sem a necessidade de se correr o risco da compra desnecessária de mais um dominó.

### 13.5.2.- Jogo do Dominó com Cores Cruzadas

As regras anteriores podem ser mantidas no tocante à quantidade de dominós a serem distribuídos (de 6 ou 8) e no tocante a casar, de forma cruzada, 2 ou 3 cores (o que é respectivamente mostrado por um conjunto de duas ou três flechas). O que deve ser destacado é que sempre que casarmos 3 cores, a cor central será mantida estável.



Na figura, são mostradas algumas jogadas que não são possíveis. Estas ‘não-jogadas’ são mostradas através de quadrados em cinza com uma cruz em preto onde se podem ver flechas indicando as direções em que não podem ser utilizadas para jogadas, pois não permitem os casamentos cruzados.

### 13.5.3.- Desafio: Preenchendo Tabuleiros

Este é um jogo para dois jogadores: um desafiante e o um oponente, que deverão trocar de posição a cada nova partida do jogo.

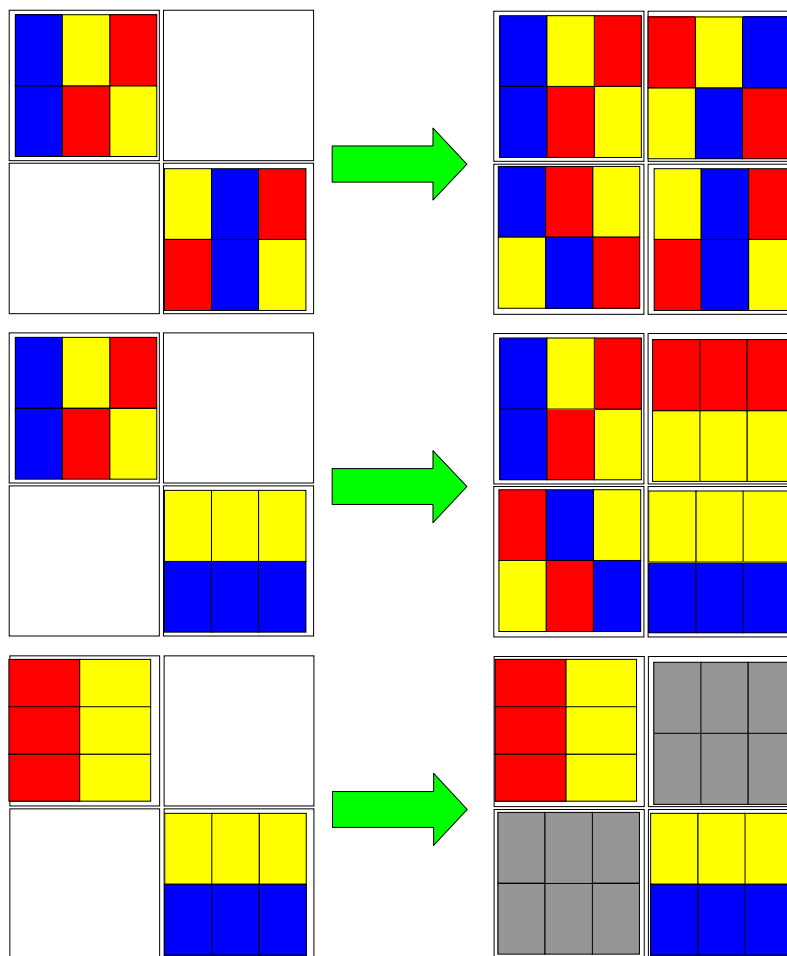
- Escolher um tabuleiros com 4, 6, ou 9 casas (quadrículas), dispostas respectivamente como:  $2 \times 2$ ,  $2 \times 3$  ou  $3 \times 3$ ;
- O desafiante (o primeiro jogador) deve preencher a metade das quadrículas do tabuleiro escolhido com dominós quaisquer, ou seja, o desafiante poderá alocar respectivamente: no tabuleiros  $2 \times 2$  – um ou dois dominós; no tabuleiro  $2 \times 3$  de um até três dominós e

no tabuleiro  $3 \times 3$ , de 1 até 4 dominós, e nunca cinco dominós, pois a metade exata de 9 é '4,5', de onde tiramos '4'.

- O seu oponente deve então escolher os dominós que preenchem o tabuleiro utilizando dominós que satisfaçam aos casamentos das cores de todas suas laterais de forma conveniente.

### 13.5.3.1.- Exemplos de Preenchimentos do tabuleiro $2 \times 2$

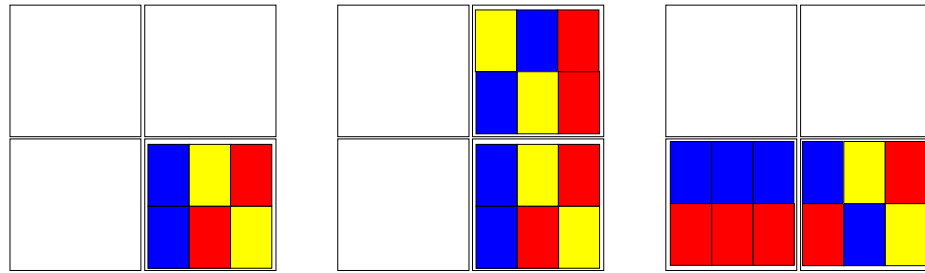
Veja a seguir três exemplos de preenchimento do tabuleiro  $2 \times 2$ , onde o último dos exemplos mostra como resolver o problema da impossibilidade de preenchimento de uma das quadrículas.



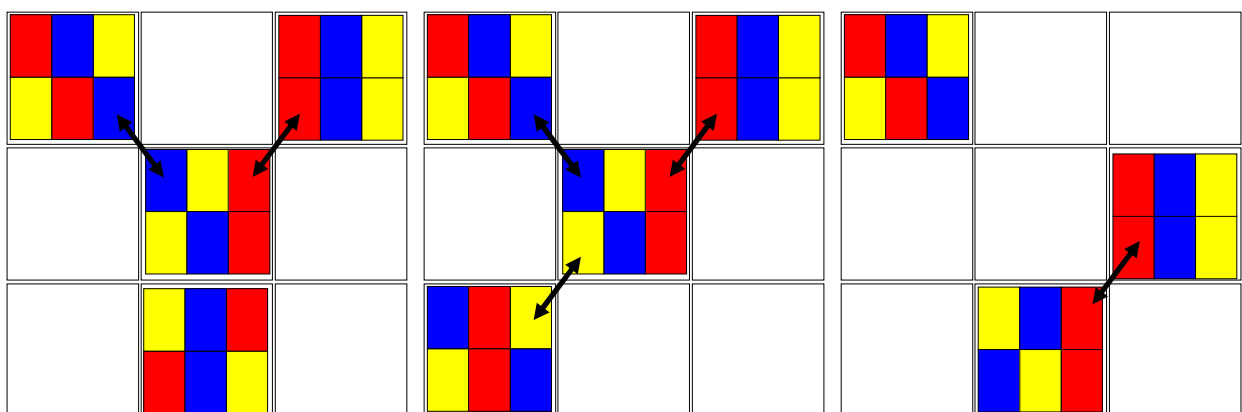
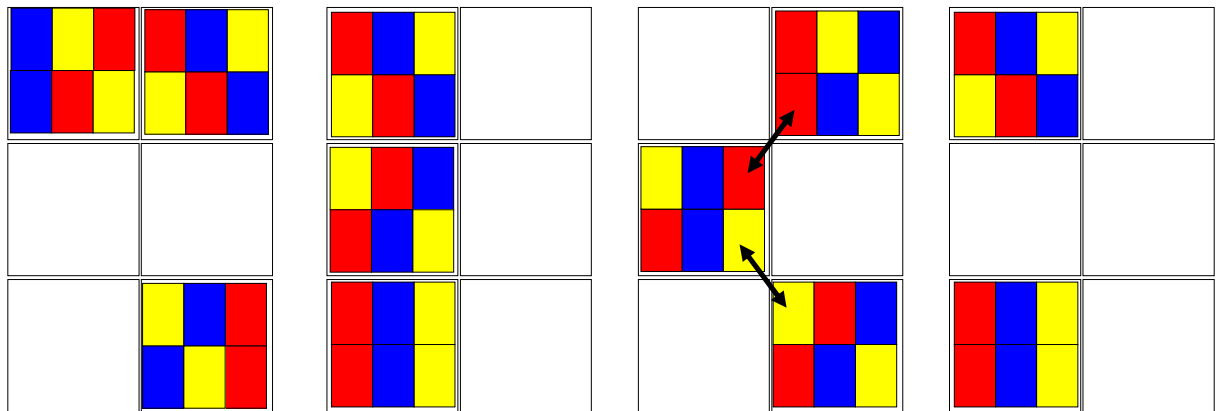
Quando o desafiante propuser disposições de dominós que não possam ser preenchidas e o oponente tiver certeza de que não há nenhuma possibilidade de casamento entre os dominós, ele poderá simplesmente preencher esta casa com o dominó coringa: uma peça onde todas as cores foram trocadas pela cor cinza. Os dominós-coringa podem ser impressos juntamente com os demais dominós (vide a pasta JLOGC#13 no CD-R que acompanha este livro).

### 13.5.3.2.- Exemplos de Disposições Possíveis nos Diversos Tabuleiros

Veja a seguir exemplos de como dispor os dominós (na metade das quadrículas ou menos que isto) nos tabuleiros  $2 \times 2$ ,  $2 \times 3$  e  $3 \times 3$ .



Nos desenhos a seguir, as flechas indicam os casamentos obrigatórios entre os dominós a serem alocados nos tabuleiros.



### 13.5.3.3.- Sugestões Para Novos Jogos

O leitor interessado na criação de novos jogos com os *Dominós*  $2 \times 3$  poderá utilizar os tabuleiros sugeridos acima, ou tabuleiros ainda maiores – que ele conseguirá ao imprimir várias vezes o tabuleiro  $3 \times 3$  e colar lado a lado as quadrículas para formando estes novos tabuleiros – e tentar o seguinte:

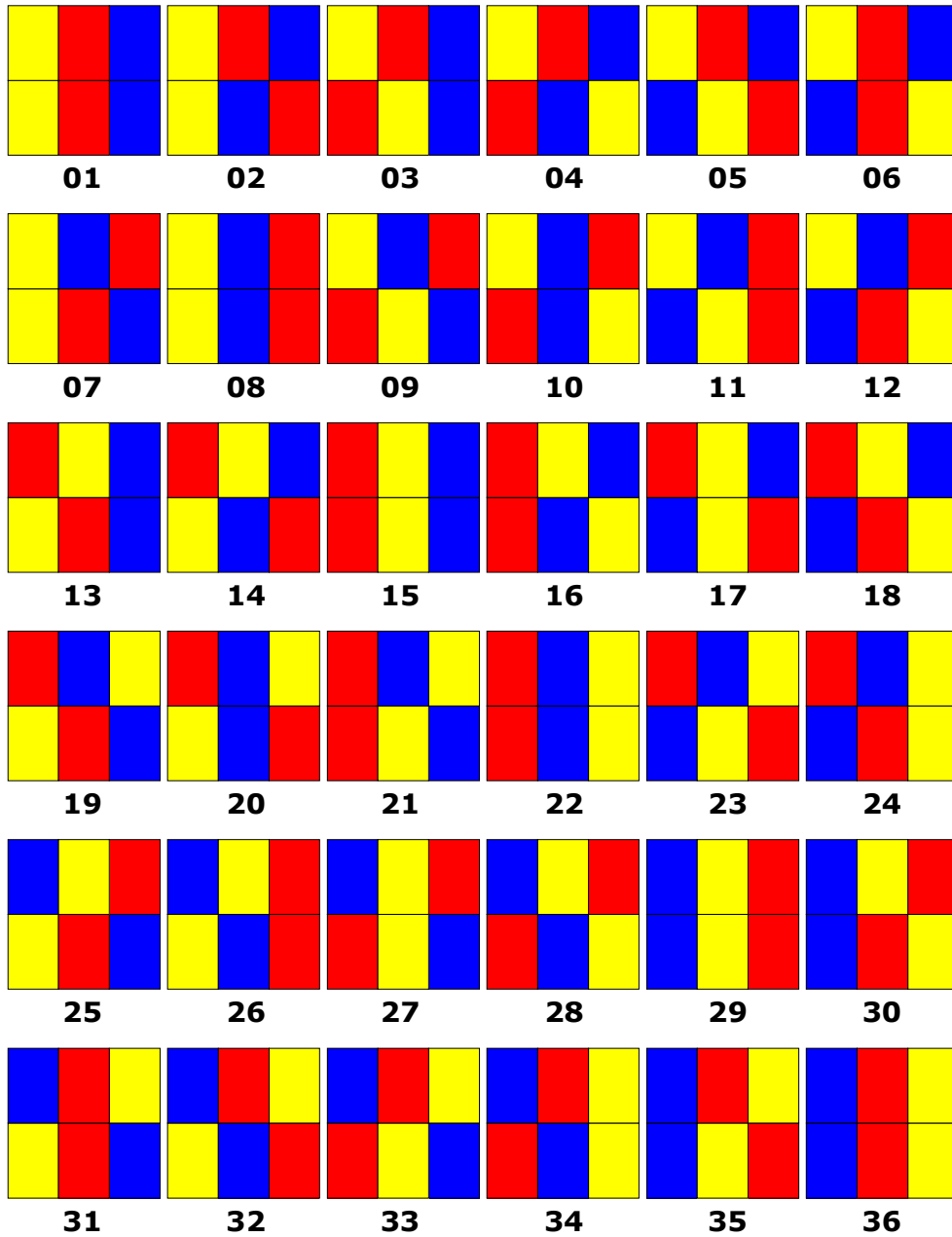
- ***Jogo Solitário:*** Embaralhar os dominós e escolher exatamente tantos dominós quantas for a quantidade de quadrículas a serem preenchidas. Tentar preenche as quadrículas com estes dominós.
- ***Jogo com dois Jogadores com jogadas Alternadas:*** Embaralhar os dominós e distribuir para cada jogador uma quantidade de dominós a ser combinada entre eles, como por exemplo: 5 ou 6 dominós para cada um, no caso do jogo com um tabuleiro  $3 \times 3$ . Eles deverão alocar suas peças, uma de cada vez, alternadamente, até que o tabuleiro seja preenchido (neste caso haverá um empate) ou até que um deles não possa alocar no tabuleiro nenhum de seus dominós quando for a sua vez.

Os dois jogos acima sugeridos podem envolver a possibilidade de se poder comprar dominós ou de se utilizar pelo menos um dominó-coringa em cada partida do jogo. Estas duas possibilidades deve ser estudadas pelos jogadores.

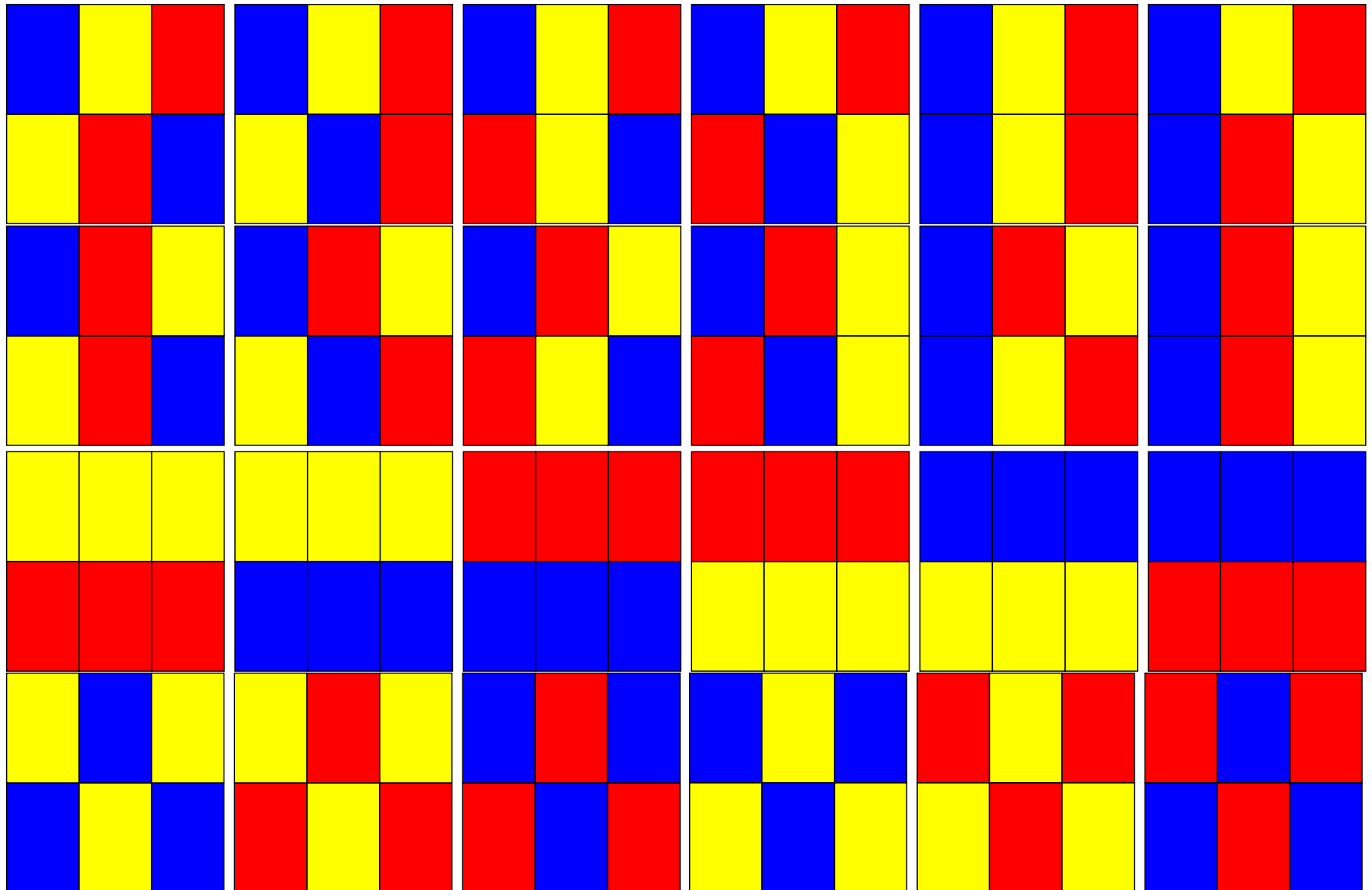


## JLOGC#13 - JOGOS PARA O PENSAMENTO LÓGICO Nº 13 MATERIAL PARA REPRODUÇÃO via IMPRESSORA

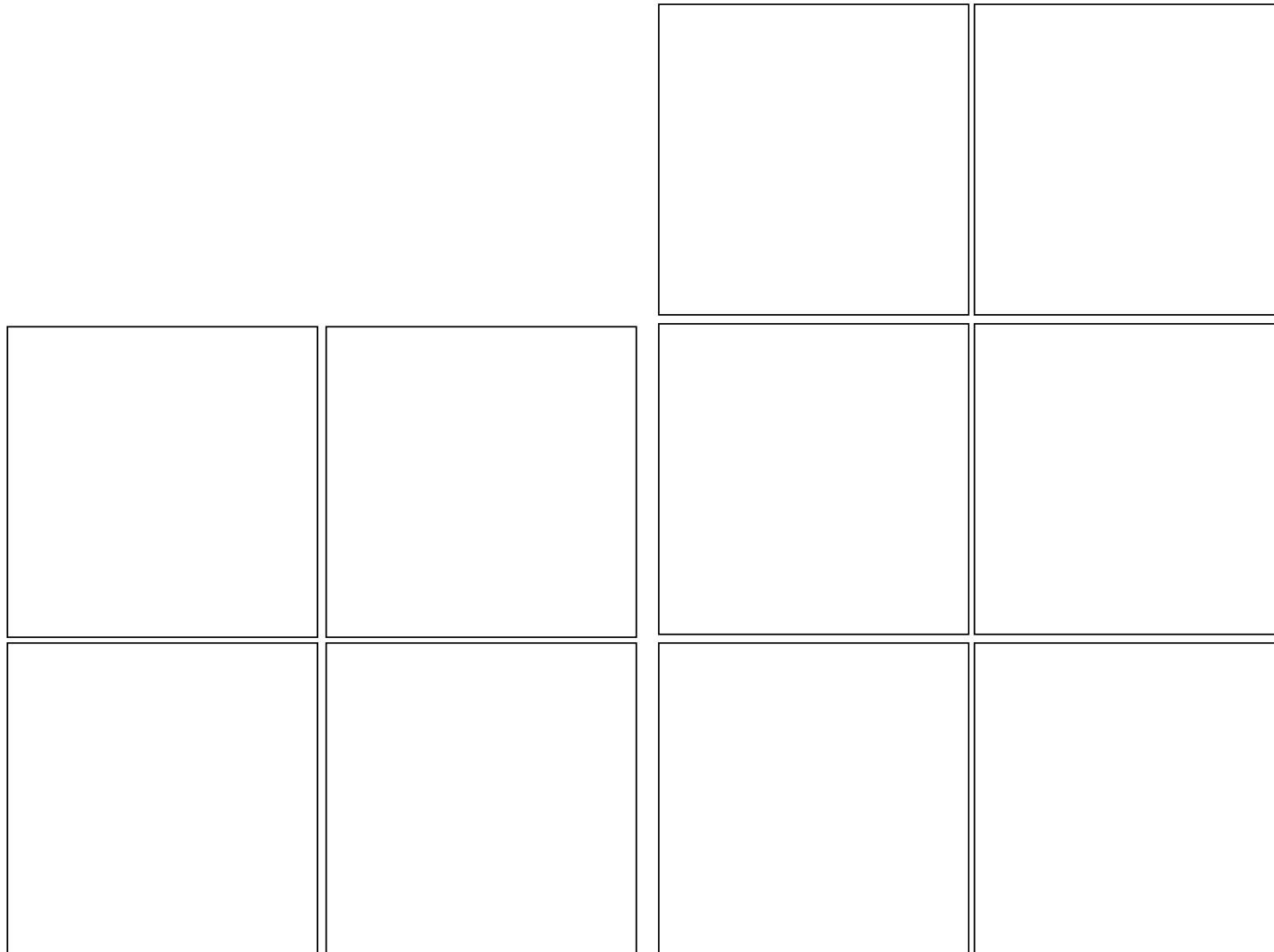
### CONJUNTO BÁSICO DOS DOMINÓS 2 X 3












## **JLOGC#14 – JOGOS PARA O PENSAMENTO LÓGICO Nº 14**

---

### **JOGO DOS DOMINÓS COMPLEXOS**

---

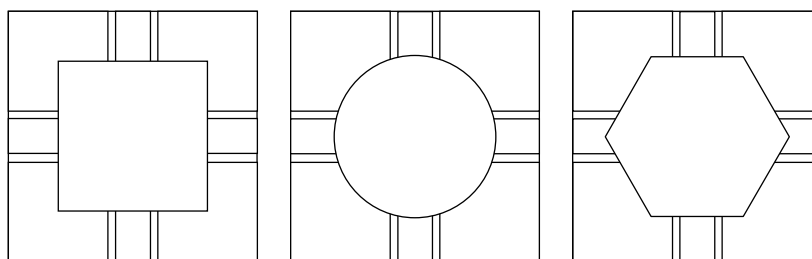
*Este é um cartão para Jogos de Dominó com casamentos de padrões bastante complexos. Somente para dar dois exemplos das possibilidades destes jogos, pode-se jogar o jogo em que se exigirá o exato casamento de 3 cores na mesma posição, mas também pode-se optar por casamentos em que as posições das cores se apresentem cruzadas. Quanto às figuras centrais – um quadrado, um círculo ou um hexágono – pode-se exigir, ou não, que figuras diferentes se alternem a cada jogada. Há ainda a proposta do Jogo das Diferenças, em que as diferenças dizem respeito apenas às laterais dos dominós a serem casadas (vide nomenclatura no item 14.2.) no tocante às cores ou a disposição das mesmas, com a possibilidade de se incluir aí as diferenças centrais. Os cartões distintos entre si dos denominados Dominós Complexos totalizam 128.*

---

#### **14.1.- As Peças Básicas do Dominó Complexo**

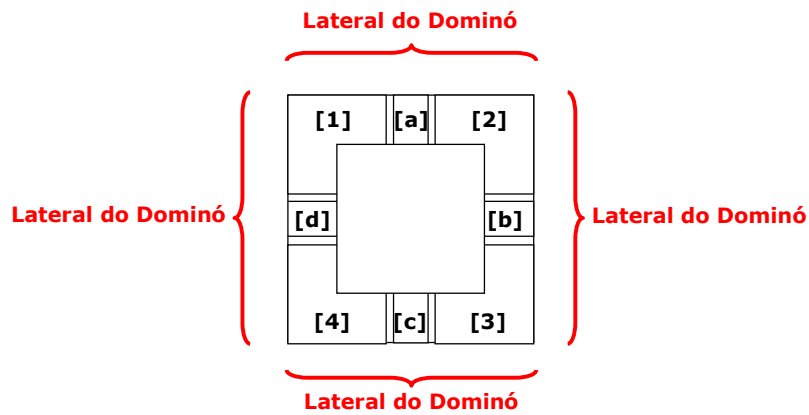
As peças básicas do jogo de dominó que intitulamos ‘*Jogo dos Dominós Complexos*’ irão reunir nas mesmas peças, não somente a tradicional possibilidade de casamento de padrões idênticos, mas exigirá o casamento de diferenças no que tange à figura central do dominó.

A seguir, são mostrados os três módulos básicos deste dominó, em que as figuras centrais podem ser: um quadrado, um círculo ou um hexágono, e ainda, as figuras de ligadas a cada um dos vértices são quadrados (quatro), as figuras menores, encaixadas entre os quadrados, são retângulos.

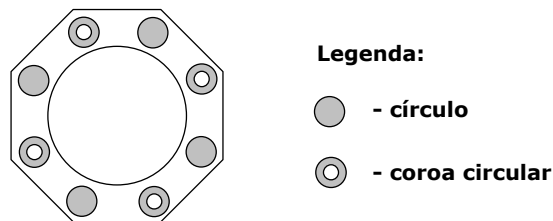


#### **14.2.- Nomenclatura e Escolha da Distribuição das Cores**

Escolhemos uma das peças básicas para mostrar a forma como iremos nos referir às suas regiões: os quadrados são numerados de 1 até 4, no sentido horário, e os pequenos retângulos são referidos como sendo: a, b, c ou d, também no sentido horário. Cada um dos lados do cartão quadrado (cartão suporte dos desenhos coloridos) será denominado ‘*lateral do dominó*’ – logo, como este dominó tem quatro lados, terá quatro laterais – todas elas distintas entre si.

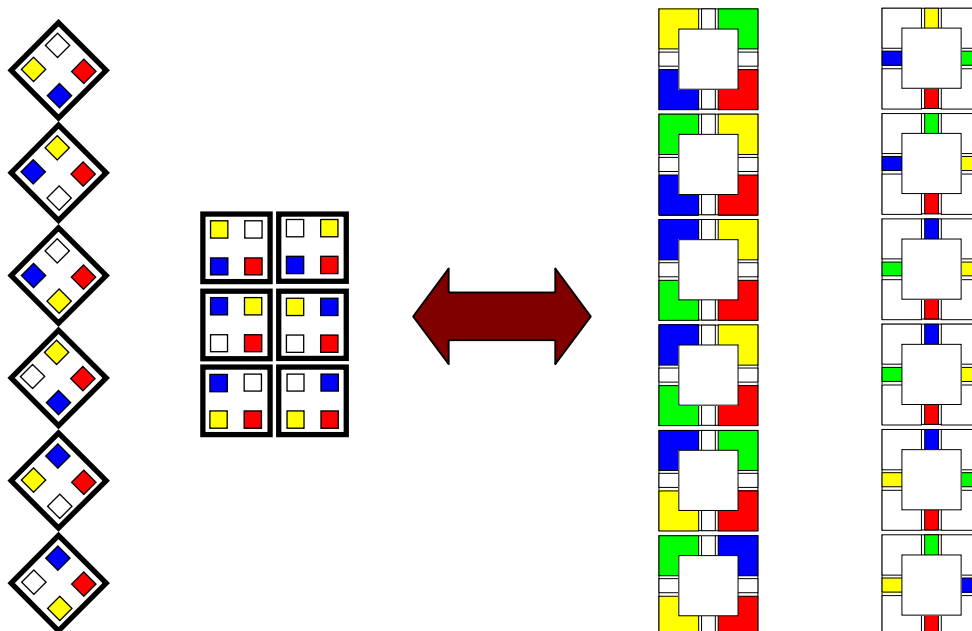


Já vimos no JLOGC#11 como deveria ser feita a distribuição das cores nos Dominós Octogonais com 4 Cores Intercaladas, cujo módulo básico é mostra abaixo.



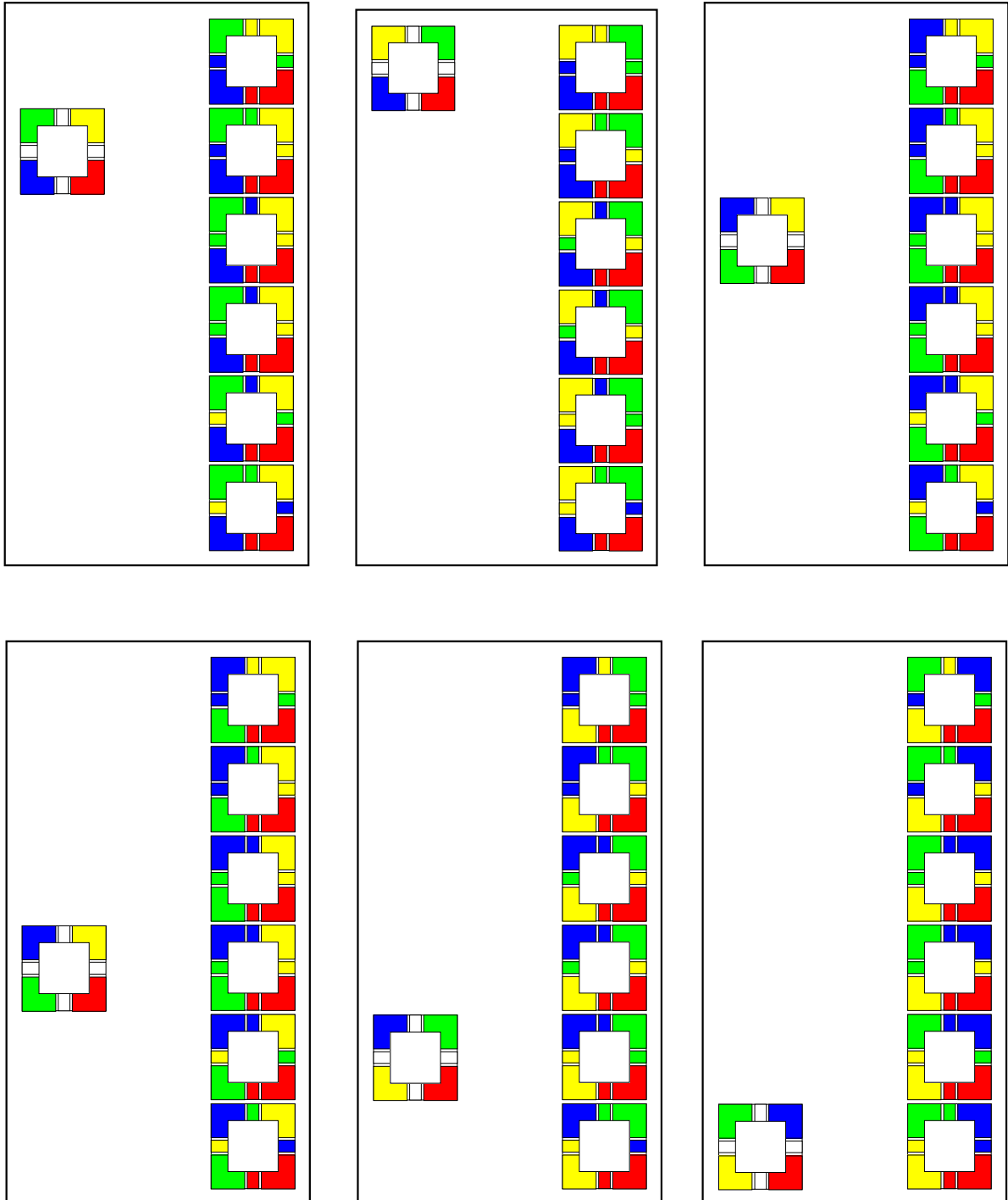
No entanto, há um problema a ser considerado: no caso dos dominós octogonais, as peças exigiam tão somente o casamento de dois elementos idênticos não somente pela cor, mas pela forma: um círculo e uma coroa circular. Agora, no caso dos Dominós Complexos, deverá haver o casamento de três elementos, no tocante à cor, isto porque o casamento das formas se faz de forma natural.

A figura a seguir, retirada do JLOGC#11, representa esquematicamente um Produto Cartesiano a ser calcula entre cada uma das peças à esquerda e o conjunto de peças à direita.





Assim, no presente caso, o do colorimento dos Dominós Complexos, podemos adotar as cores dos dominós acima ora para as regiões 1, 2, 3 e 4, hora para as regiões a, b, c e d, calculando todas as possibilidades de obtenção de novos cartões.



### **14.2.1.- A Quantidade de Cartões que Podem ser Gerados**

Serão 128 os cartões que poderão ser gerados se adotarmos além dos quadrados, os círculos e os hexágonos como figuras centrais. Veja que teremos: 36 cartões coloridos com quadrados no centro + 36 cartões coloridos com círculos no centro + 36 cartões coloridos com hexágonos no centro totalizando 128 cartões distintos entre si.

### **14.3.- Jogos com o Dominó Complexo**

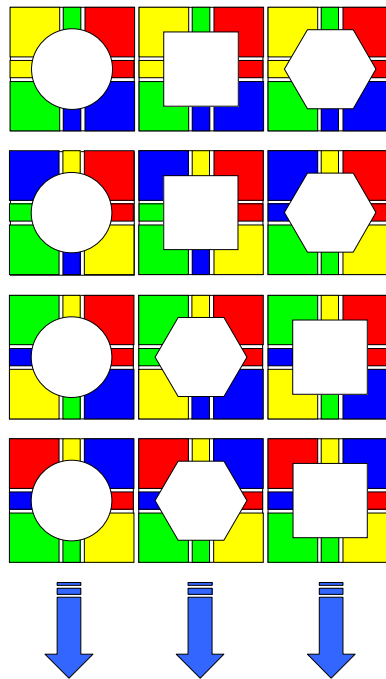
Os Dominós Complexos permitem alguns tipos de jogos bastante interessantes que exigem bastante atenção por parte dos jogadores.

Os jogos que iremos propor a seguir são os seguintes:

1. Jogo da formação de ternos – o casamento total de padrões entre três dos cartões, onde há apenas a variação das figuras centrais;
2. Jogo de dominó comum com o casamento de padrões das três cores das laterais, sem a necessidade de casamento das figuras centrais;
3. Jogo de dominó comum com casamento de padrões das três cores das laterais com a figura central diferente da anterior;
4. Jogo de dominó em que o casamento de padrões das três cores das laterais deve se apresentar de forma cruzada – sendo que se deve combinar entre os jogadores se as figuras centrais devem ou não ser alternadas;
5. Jogo das diferenças – em que as diferenças (1, 2, 3 ou 4 diferenças) dizem respeito aos desencontros das cores laterais a serem casadas bem como a diferença entre as figuras centrais.

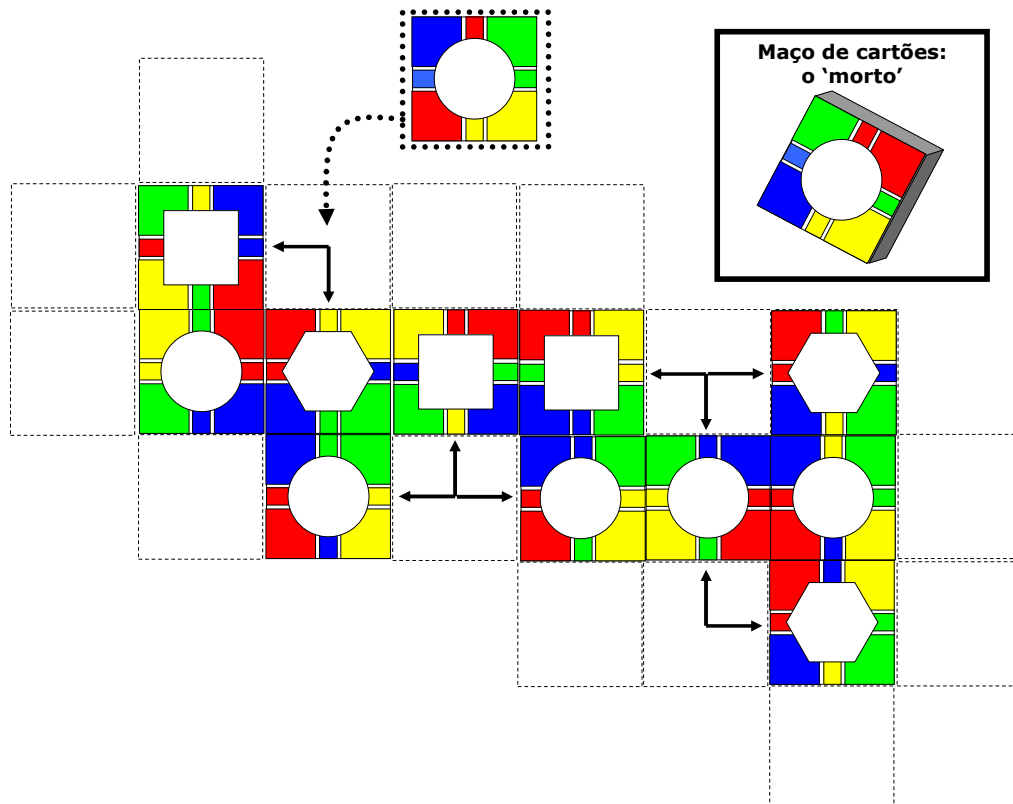
#### **14.3.1.- Jogo da formação de ternos**

Um terno é um conjunto de três cartões com figuras centrais distintas entre si, em que todas as cores devem casar de forma idêntica. A figura a seguir mostra 4 dos 36 ternos que podem ser formados.



### 14.3.2.- Jogo do Dominó comum

No Jogo do Dominó Comum o casamento de padrões independe das figuras centrais, como pode ser visto no exemplo a seguir. Basta apenas que se façam os casamentos exatos das três cores das laterais, sem a necessidade de casamento das figuras centrais.



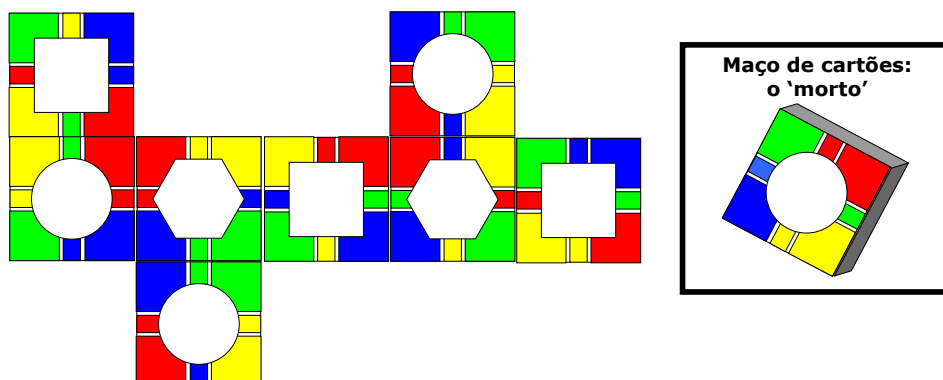
Este jogo pode ser realizado apenas com parte dos dominós, distribuindo-se de 6 a 8 dominós inicialmente e deixando os demais em um maço com as faces voltadas para cima – o morto – de onde deverá ser comprada no máximo até dois dominós sempre que o jogador não tiver um dominó para jogar quando for a sua vez. O jogador poderá optar por comprar um dos cartões descartados que estejam sobre a mesa. Veja a seguir, nas sugestões, quando serão descartados 1 ou 2 dominós.

### 14.3.2.1.- Sugestões

- Os casamentos das laterais idênticas entre os dominós podem ocorrer: em qualquer posição como mostradas através de alguns quadrados tracejados alocados na figura acima; no entanto há casamentos que deverão ser necessariamente duplos ou triplos, como aqueles assinalados na figura, ou até mesmo quádruplos – que é o mais difícil,. A figura ainda mostra um exemplo de casamento duplo através de um dominó deslocado e cercado por uma linha tracejada.
- No caso de um jogador conseguir um casamento duplo ou triplo, por exemplo, ele deverá descartar respectivamente 1 ou 2 cartões para premiar a sua jogada. No caso do casamento quádruplo – uma *'jogada de ouro'* – o jogador ganha a partida.
- Os cartões descartados, e não somente aqueles pertencentes ao 'morto', poderão ser comprados quando o jogador da vez não tiver um cartão apropriado para ser jogado.

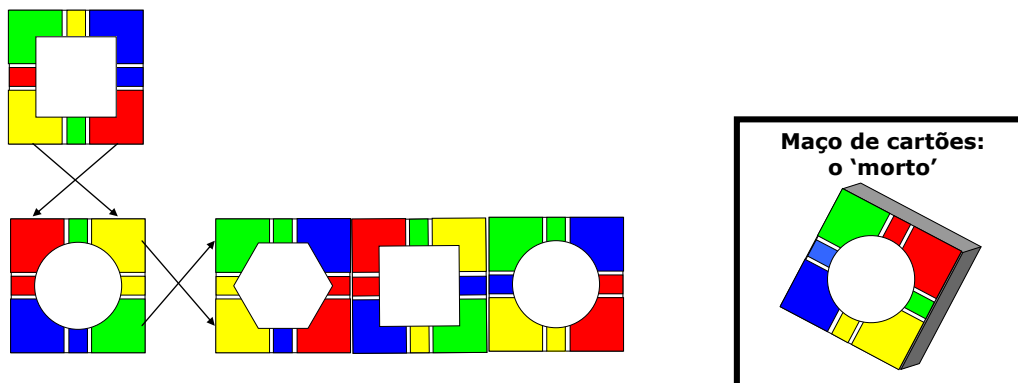
### 14.3.3.- Jogo do Dominó Comum com a Figura central Diferente

Este é um jogo de dominó comum em que se deve observar o seguinte: deve haver o casamento exato de padrões envolvendo as três cores das laterais, mas a figura central do dominó deve ser diferente a cada jogada. E mais, as regras do jogo anterior (item 14.3.2.) podem ser reaproveitadas aqui.



### 14.3.4.- *Jogo do Dominó Cruzado*

O Jogo de Dominó Cruzado deve se basear nas regras anteriores alterando-se apenas o seguinte: o casamento de padrões das três cores das laterais deve se apresentar de forma cruzada – apenas a cor da figura localizada no centro da lateral do dominó (o pequeno retângulo) precisa ser casada –, sendo que se deve combinar entre os jogadores se as figuras centrais devem ou não ser alternadas.



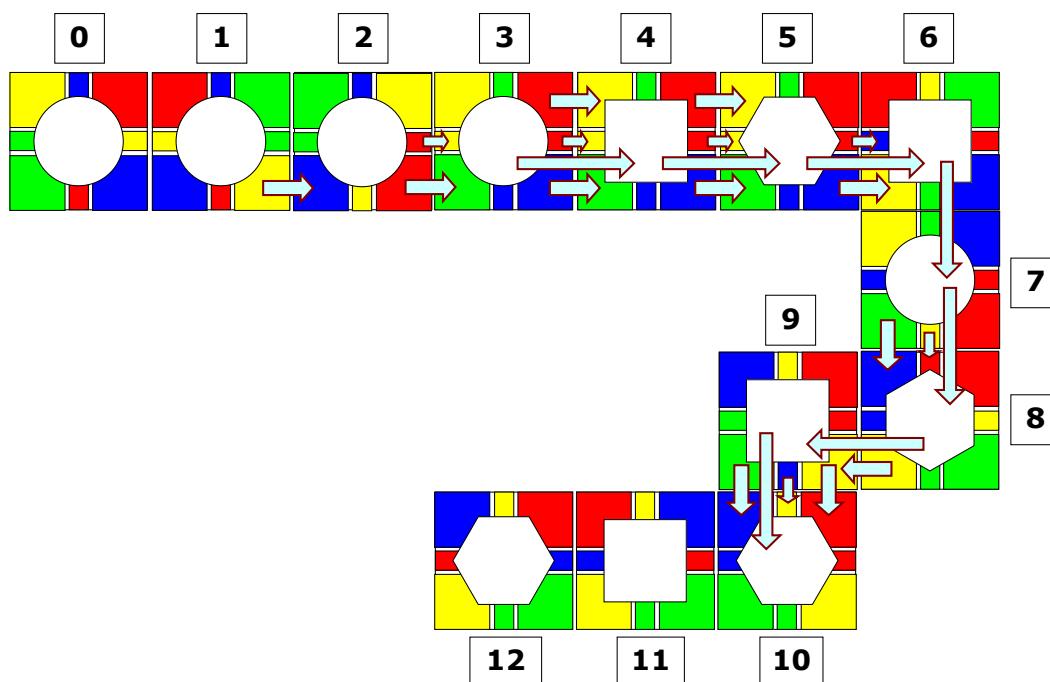
Aqui os jogadores podem ainda combinar o seguinte: a cor da figura localizada no centro da lateral do dominó não precisará ser casada, mas isto tornará o jogo bastante sem graça.

### 14.3.5.- *Jogo das Diferenças*

O Dominó Complexo permite que joguemos o Dominó de 1, 2, 3 ou até 4 diferenças.

As diferenças de um dominó para outro dirá respeito ao não-casamento das cores da lateral do dominó e do não-casamento das figuras centrais.

Nos exemplos a seguir, vários tipos de diferenças são mostradas para ilustrar as quatro possibilidades de não-casamentos de padrões entre os dominós.



Preste atenção à figura acima – em que as flechas indicam a quantidade das diferenças de um dominó para outro – e confira cada uma das jogadas:

- **de 0 para 1: NÃO HÁ DIFERENÇAS** – as laterais têm casadas as mesmas cores e a figura central do dominó ‘0’ é idênticas à do dominó ‘1’;
- **de 1 para 2: 1 diferença** – a figura central é a mesma (círculo), duas das regiões laterais que se justapõem têm cores idênticas (verde), e apenas uma das cores laterais não casa (amarelo e azul);
- **de 2 para 3: 2 diferenças** – a figura central é a mesma (círculo), apenas uma das regiões laterais que se justapõem têm cor idêntica (amarelo), e duas das cores laterais não casam (vermelho com o amarelo e vermelho com o verde);
- **de 3 para 4: 4 diferenças** – confira!;
- **de 4 para 5: 4 diferenças;**
- **de 5 para 6: 3 diferenças;**
- **de 6 para 7: 1 diferença;**
- ...
- **de 10 para 11: 2 diferenças** – confira!;
- **de 11 para 12: 2 diferenças.**

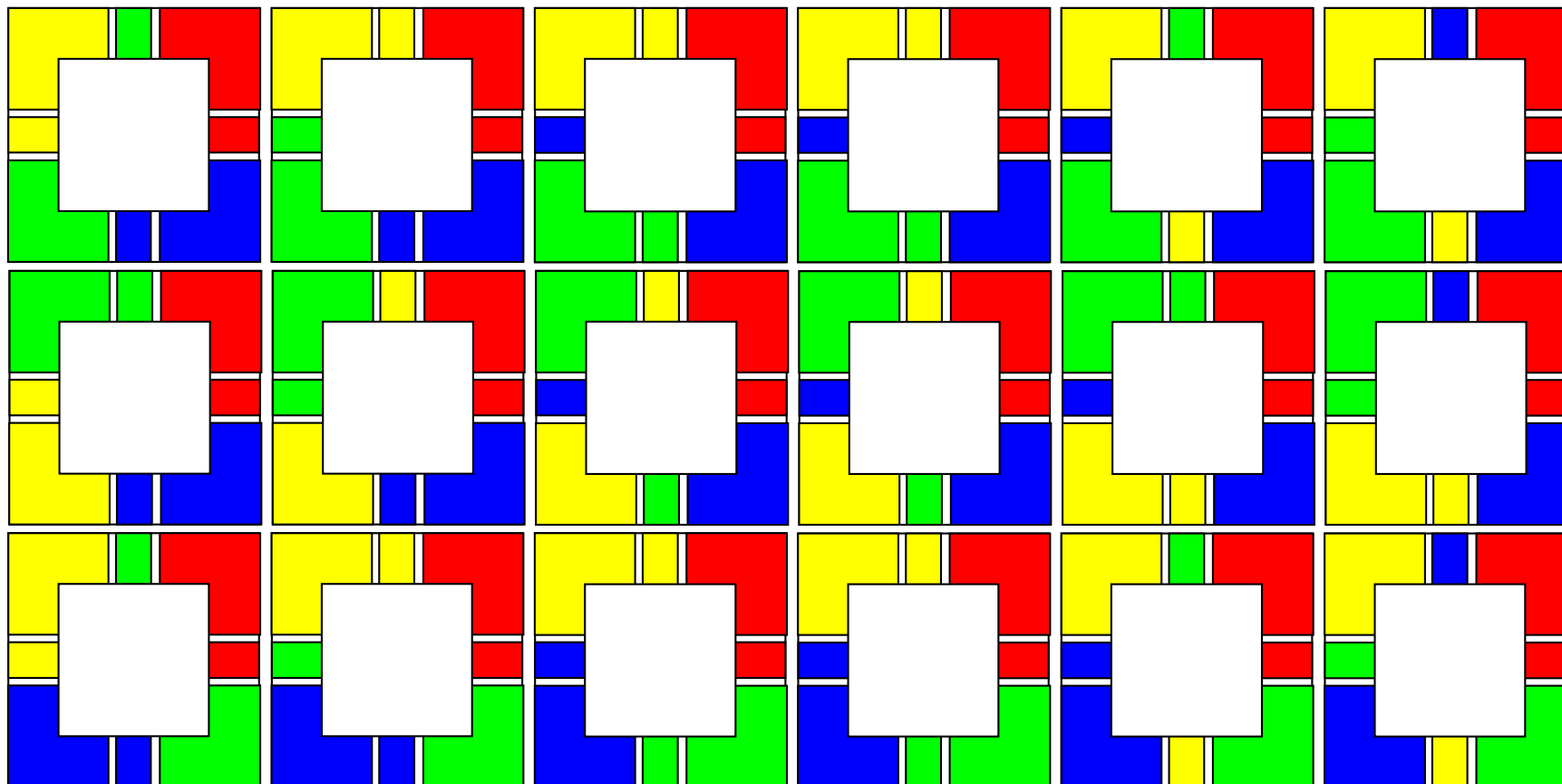
#### 14.3.5.1.- Sugestões

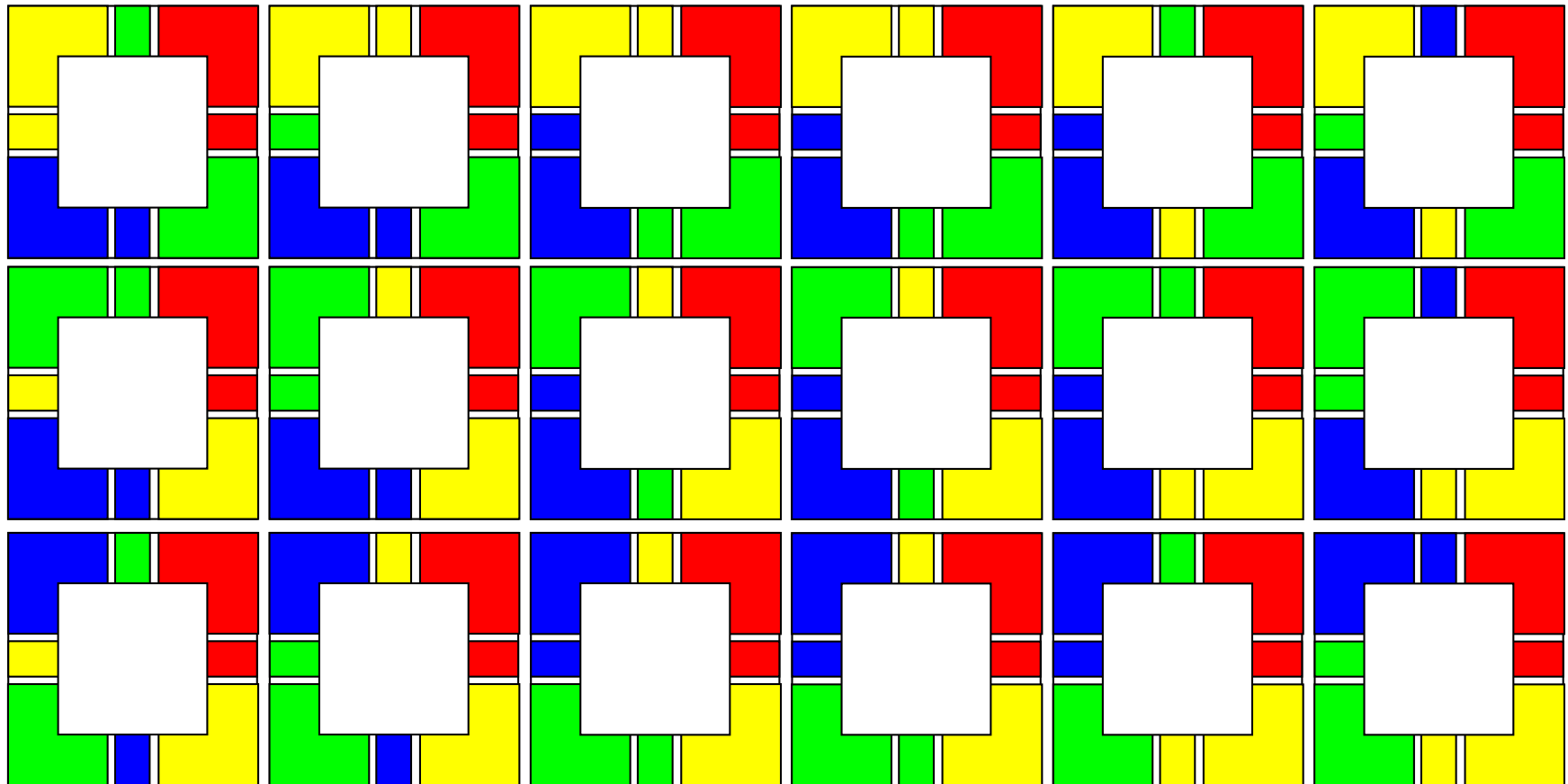
Acreditamos que, após ter estudado a figura acima, você esteja pronto para jogar o jogo de 1, 2, 3 ou 4 diferenças, mas aproveitamos a oportunidade para chamar a atenção do leitor para o motivo do nome dado a estes dominós – *Dominós Complexos* – o que deve estar plenamente justificado, na medida em que existe uma certa dificuldade para se estabelecer as diferenças de um dominó para outro, fato este, que no caso dos dominós anteriores era bem mais fácil.

- Combine com seus parceiros (dois ou mais jogadores) a quantidade de diferenças a serem respeitadas naquela partida, distribua uma quantidade de dominós (5 ou 6) para cada um, monte dois maços de ‘morto’ com as figuras voltadas para cima, e comecem a jogar o Dominó das Diferenças;
- Proponha uma outra forma de jogar em que, por exemplo, que não há a necessidade de não-casamento das figuras centrais;
- Vá até o JLOGC#13 (jogo anterior a estes, item ‘13.5.3.- Preenchendo Tabuleiros’) e veja as regras para o preenchimento de tabuleiros, adaptando-as para os Dominós Complexos.

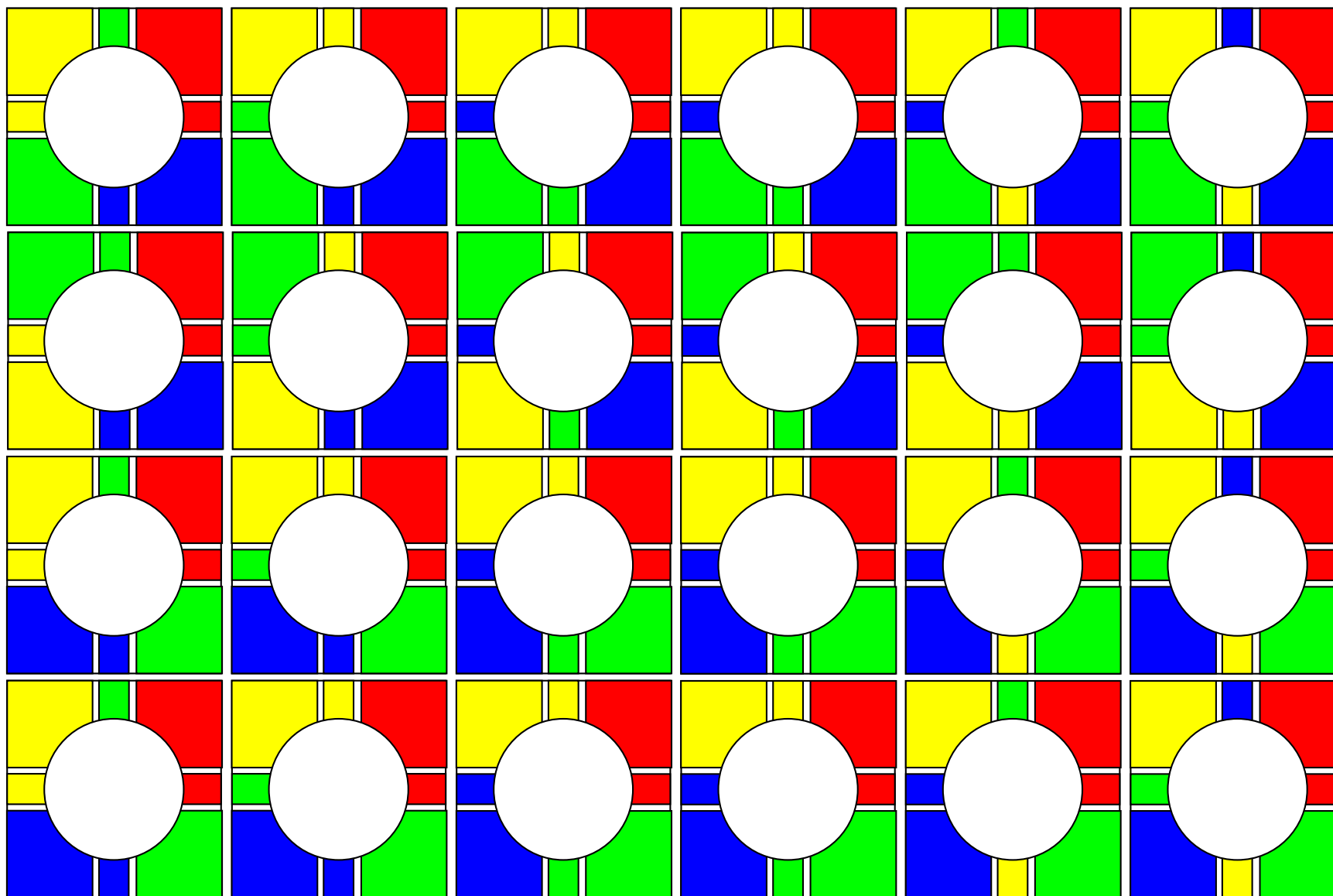
## JLOGC#14 - JOGOS PARA O PENSAMENTO LÓGICO Nº 14

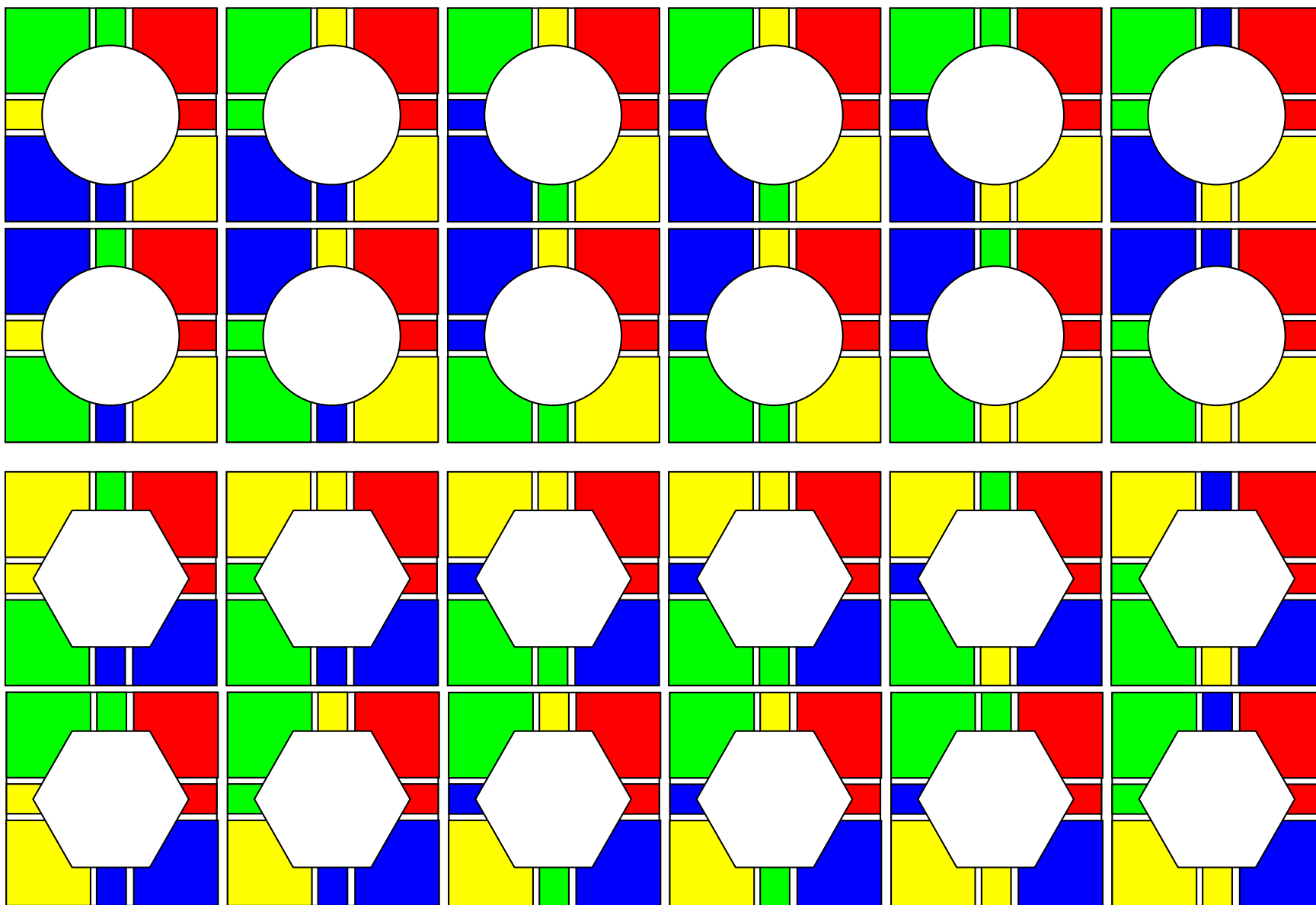
### MATERIAL PARA REPRODUÇÃO via IMPRESSORA

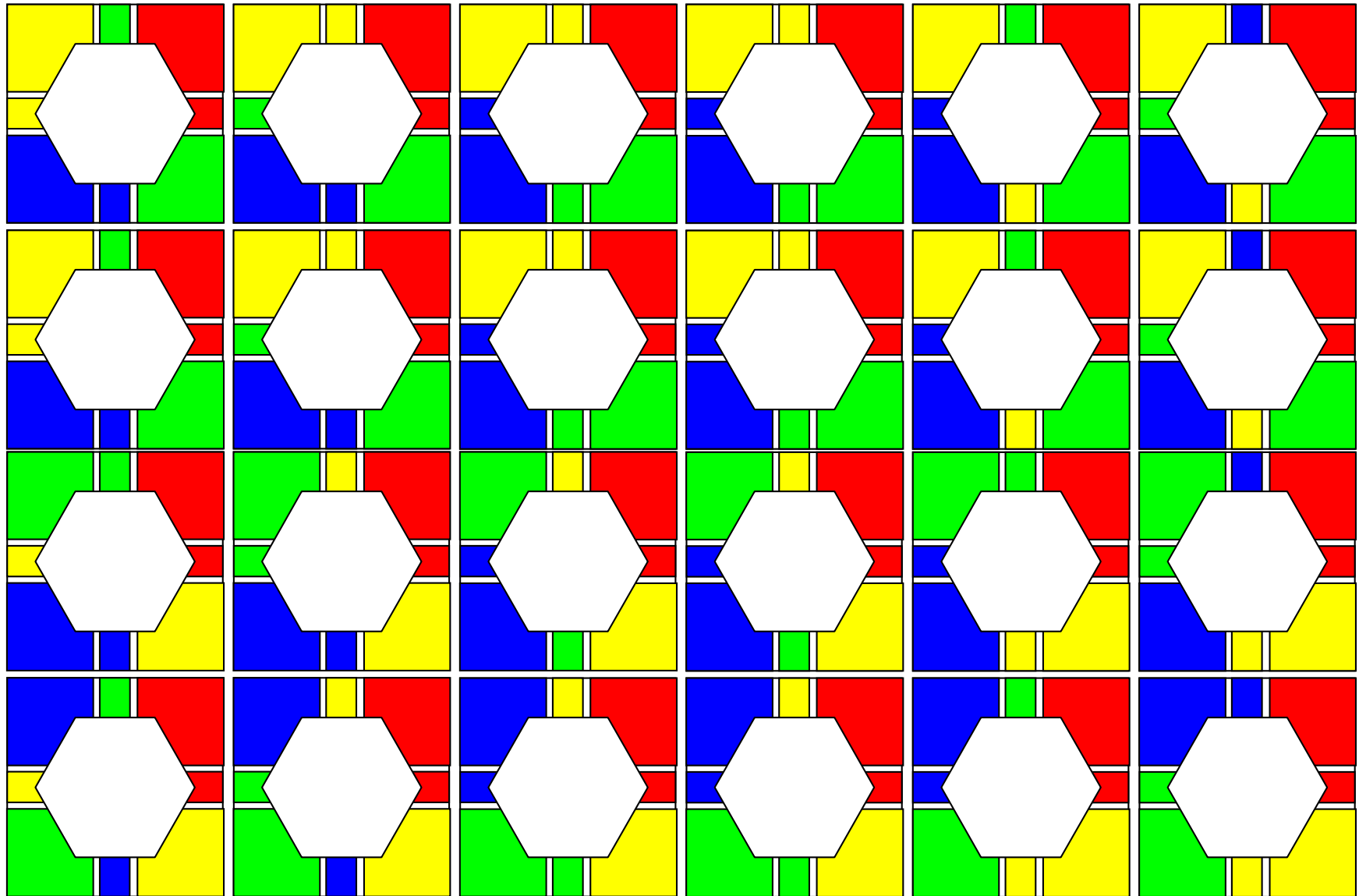












## **JLOGC#15 - JOGOS PARA O PENSAMENTO LÓGICOS Nº 15**

---

### **ESTUDANDO O JOGO DA VELHA E JOGOS SEMELHANTES**

---

*O Jogo da Velha é um jogo tradicionalmente jogado por duas pessoas utilizando uma simples folha de papel e cada uma delas portando um lápis ou uma caneta. Aqui iremos tomar contacto com este jogo e estudá-lo em detalhes, bem como iremos dar exemplo de outros jogos bastante semelhantes a ele, cujas estratégias precisam ser estudadas pelos leitores.*

---

#### **15.1.- Revisitando um Antigo Jogo**

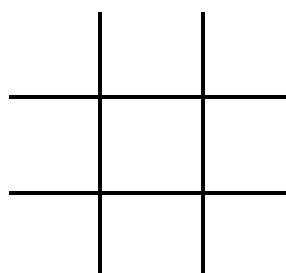
Este jogo que é conhecido no Brasil “*Jogo da Velha*”, nos Estados Unidos é denominado “*Tic-Tac-Toe*” e na Inglaterra “*Nought and Croces*” (“*Zeros e Cruzes*”).

O *Jogo da Velha* é um jogo para duas pessoas, onde cada jogador deve se munir de um lápis ou uma caneta e dispor de algumas folhas de papel em branco. O tabuleiro do jogo é desenhado a cada partida na folha de papel e os jogadores escolhem para si um dos símbolos **O** ou **X**, e usam o lápis ou a caneta para irem desenhando os seus respectivos símbolos sobre as celas ou casas do tabuleiro.

A primeira pergunta a ser respondida é: *you sabe jogar o Jogo da Velha?* Se a resposta for sim, salte o próximo item, senão leia-o com atenção e aprenda a jogar. Treine bastante com um outro parceiro utilizando rigorosamente as regras do jogo.

##### **15.1.1.- Jogando o Jogo da Velha ou o Tic-Tac-Toe**

Apresenta-se a seguir o tradicional tabuleiro do Jogo da Velha. Este tabuleiro ou malha tem nove celas ou casas. Você pode desenhá-lo facilmente em uma folha de papel. Convide uma outra pessoa para jogar com você até aprender bem as regras.



1. Jogam dois jogadores que devem escolher para si um símbolo com o qual irá jogar: **O** (círculo) ou **X** (xis);

2. Tire “par ou ímpar” para saber quem vai começar o jogo;
3. O primeiro jogador deve desenhar o seu símbolo em uma das celas do tabuleiro;
4. O segundo jogador deve desenhar o seu símbolo em qualquer das outras celas que ainda estejam vazias;
5. Vencerá o jogo o jogador que primeiro conseguir colocar três de seus símbolos “em linha” sobre o tabuleiro.
6. Assim, a meta do jogo é a de formar uma linha reta, tanto na vertical, como na horizontal ou na diagonal;
7. Cabe a cada um dos jogadores evitar a todo custo que o seu oponente consiga colocar os seus símbolos em linha.

### 15.1.2.- Exemplos de Jogadas

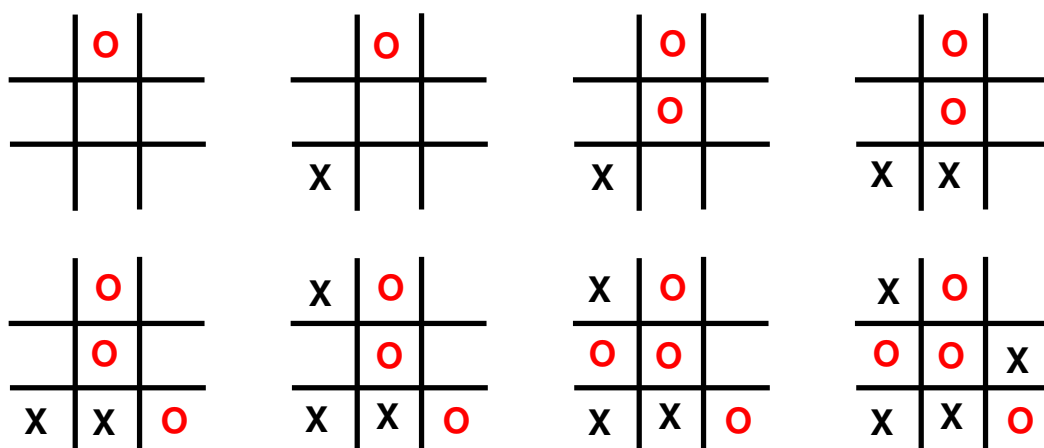
Veja, a seguir, duas possíveis partidas do Jogo da Velha, mostrando sequencialmente as jogadas da esquerda para a direita, primeiro na linha superior e em seguida nas linhas inferiores.

A primeira partida termina em empate, a segunda termina com a vitória de um dos jogadores.

#### 15.1.2.1.- Um Empate no Jogo da Velha

Quando os jogadores aprendem a jogar bem o Jogo da Velha a maioria das partidas terminará em empate, o que tradicionalmente é mencionado pelos jogadores como sendo um caso de: “Deu velha” ou “A velha venceu!”.

Com isto o jogo perde grande parte de seu apelo, tornando-se desinteressante. Mas vejamos no exemplo a seguir, o caso de empate.

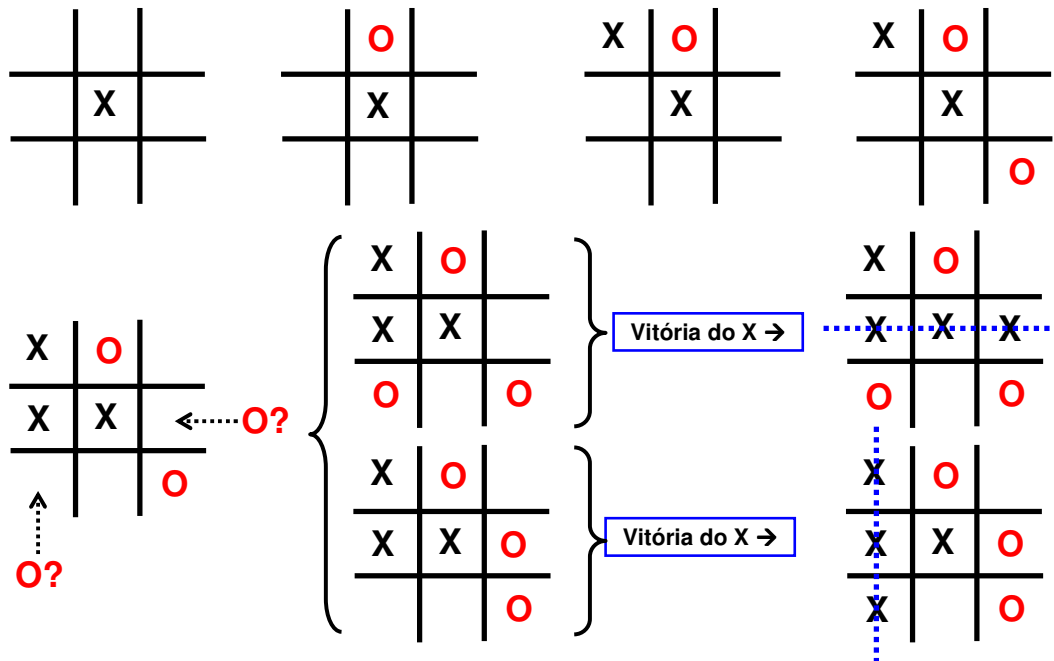


O jogo pôde ser interrompido após o 8º lance mostrado acima, ou seja, houve um empate ('Deu velha' ou "A velha venceu!"), o **O** não precisa ser assinalado no tabuleiro, pois nenhuma outra jogada poderá levar qualquer dos contendores à vitória. Todas as possibilidades de vitória do **O** foram barradas uma a uma pelo **X**, e isto ocorreu nos seguintes lances: 4º, 6º e 8º. Confira.

### 15.1.2.2.- Uma Vitória no Jogo da Velha

A vitória no Jogo da velha, como se verá mais adiante depende da escolha da estratégia acertada.

Mas vamos a um exemplo, onde o **X** vence o **O**, pois o **O** não consegue se defender ao mesmo tempo, de duas possibilidades que se abrem para o **X**.



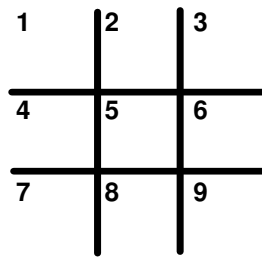
Veja que, a cada uma das alocações do símbolo **X** restaram, ao jogador que detém o símbolo **O**, jogar sempre na defensiva.

Assim é que, enquanto o primeiro jogador (**X**) joga para maximizar as suas chances de vitória, o segundo jogador (**O**) joga para minimizar as chances de vitória do seu oponente. Veremos que esta é uma estratégia denominada 'MiniMax'.

## 15.2.- Estudando Estratégias Favoráveis

Primeiramente você deve jogar várias vezes o Jogo da Velha até dominar bem as regras e tentar 'sentir' o que queremos dizer com a estratégia 'MiniMax'.

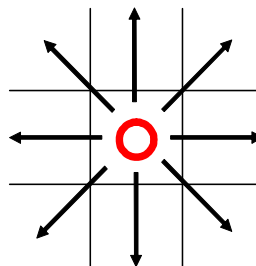
Para facilitar o nosso raciocínio, vamos numerar as posições do tabuleiro de 1 a 9 como a seguir:



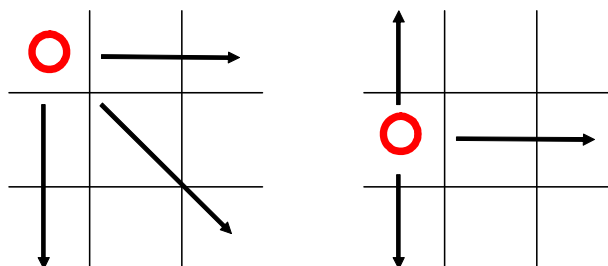
**15.2.1.Explorando o Jogo da Velha como um Jogo para o Pensamento:**

Vamos tentar encontrar uma estratégia que nos leve à vitória. Com esta finalidade, a de garantir a vitória, devemos verificar qual das posições no tabuleiro, numeradas de 1 até 9, criam a maior possibilidade de colocar três dos nossos símbolos ‘em linha’.

1. Vamos escolher, como sendo nosso, o símbolo ‘O’ e vamos estudar a melhor posição para o alocarmos se o direito à primeira jogada for nossa.
2. Veja que há somente uma posição é central (cela 5), as demais estão circundando a posição central.



3. Veja também que das oito posições restantes, quatro delas (1, 3, 7 e 9) estão nos cantos do tabuleiro, e quatro delas nas linhas (4 e 6) ou nas colunas (2 e 8) que cruzam a posição central.



4. A cela que cria a maior possibilidade de jogadas ou o melhor aproveitamento é a central (5).
5. Resumindo, a quantidade de possibilidades de jogo são as seguintes: a posição central cria 4 possibilidades, as posições extremas criam 3 possibilidades, as posições restantes criam 2 possibilidades.

## 15.3.- A Teoria dos Jogos - Uma Pequena Introdução

O Jogo da Velha é um ambiente competitivo em que as metas dos jogadores estarão em permanente conflito. Nestes ambientes a *busca pela vitória* é uma *busca competitiva*. Ainda mais, o Jogo da Velha é um jogo de revezamento entre dois jogadores, um jogo determinístico, além de ser um jogo com informações perfeitas e de soma zero. Vamos explicar isto:

- *Revezamento entre dois jogadores*: os jogadores jogam alternadamente cada um deles objetivando vencer o seu oponente;
- *Determinístico*: exclui o acaso e a indeterminação;
- *Informações perfeitas*: as jogadas são completamente observáveis por qualquer um dos dois jogadores.
- *Soma zero*: são jogos em que um jogador só pode ganhar se o outro perder, a contagem dos pontos obtidos pelos jogadores, pode ser realizada de duas maneiras:
  - Quando há um empate a pontuação obtida por eles é 0.
  - Quando há um vencedor é claro que haverá um perdedor, neste caso podemos contar a pontuação da seguinte maneira: o jogador que ganha sempre marca um ponto: +1; ou então o jogador que perde cede um ponto: -1.
  - *Mas cabe ponderar o seguinte*: num espaço em que a quantidade de pontos de cada um no início do jogo é fixada, como por exemplo ‘cada jogador tem 10 pontos para jogar’ – um conjunto (ou domínio) limitado a 20 pontos, quando somamos os pontos dos dois jogadores. Assim, quando um jogador ganha (+1) o outro jogador perde (-1), ou seja cede um de seus pontos para o outro. Neste caso, poderíamos estabelecer que, venceria a partida quem reunisse para si todos os 20 pontos.

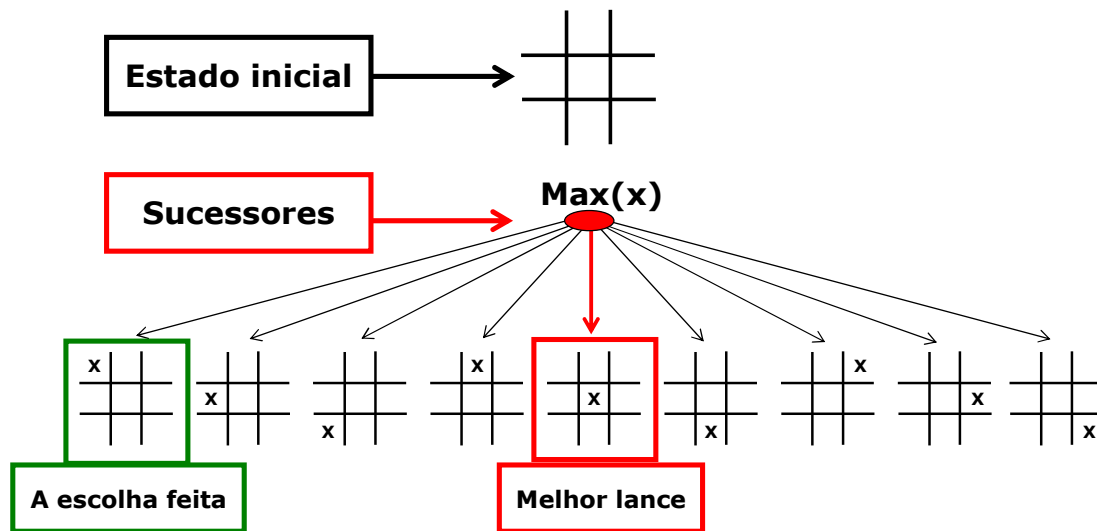
### 15.3.1. – O Primeiro Movimento – A Escolha MAX(X)

O estado inicial e os sucessores correspondentes ao primeiro movimento de um Jogo da velha são mostrados no diagrama a seguir.

- O *estado inicial* identifica a(s) posição (ou posições) no tabuleiro e indica o jogador que fará o movimento;



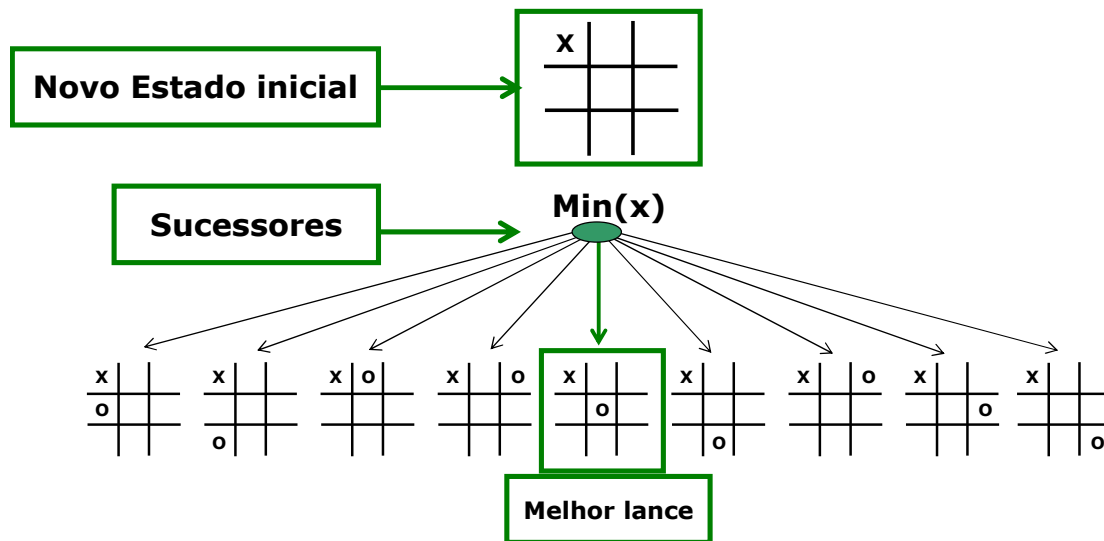
- A *indicação do movimento* é feita através da *função de maximização*: cujo símbolo é  $\text{Max}()$ , sendo que  $\text{Max}(X)$  indicará que o jogador que utiliza o sinal 'X' deve ser o primeiro a jogar e deve tentar maximizar a sua jogada, ou seja, buscar a melhor jogada, que no nosso caso, será a busca da melhor posição no tabuleiro;
- *Sucessores*: apresenta uma lista *movimentos possíveis ou estados finais* que podem ser obtidos por este primeiro jogador (X).



### 15.3.2. – O Segundo Movimento – A Escolha MIN(X)

Vamos supor que: jogador (X) que fará o primeiro lance, *desconhecendo as estratégias a serem adotadas no Jogo da Velha*, optou pela jogada mostrada no diagrama anterior que está dentro de um quadrado com bordas verde, desprezando a melhor jogada possível, que figura no quadro cujas bordas estão em vermelho.

A partir disto – a escolha da jogada que figura no quadrado verde –, o segundo Jogador (O) deve tentar minimizar o efeito da jogada realizada pelo primeiro jogador (X), ou seja, ele deve tentar tornar mínimo o seu prejuízo. Se o jogador (O) conhece bem o Jogo da Velha, ele deveria optar por colocar o seu símbolo na posição central do tabuleiro. No entanto, há outras oito posições possíveis, além daquela que seria a melhor escolha de (O), e todas elas são mostradas no diagrama a seguir.



### 15.3.3. – Os demais Movimentos - Jogadas MIN-MAX

O jogo continua alternando o Max(X) e o Min(O), até o término do jogo. E seria bom lembra novamente, que: Max(X) significa que se deve colocar um “X” em uma das posições (ainda) livres do tabuleiro, enquanto o Min(O) significa que se deve colocar um “O” em uma das posições ainda livres no tabuleiro, depois da jogada de um “X”. Em resumo, jogar este jogo, significa que: o primeiro jogador deve maximizar as suas possibilidades de vencer, enquanto o segundo jogador deve minimizar as chances do outro jogador vencer.

## 15.4. – Os Jogos de Azar – E bota azar nisto!

Assim como há jogos em que os contendores estão em pé de igualdade quanto à quantidade e proporcionalidade de pontos que recebem quando vencem ou quando perdem, há jogos em que há uma desproporção, desproporção esta que normalmente existe contra o ‘apostador’, mas que sempre beneficiará àquele que banca as apostas do jogo. Em certos jogos de azar, a banca é um fundo de apostas manipulado por aquele que se responsabiliza pelo jogo, é um fundo destinado a pagar os jogadores vitoriosos. Normalmente, o banqueiro é aquele que auferir os maiores lucros (vide por exemplo as loterias mantidas pelo Governo Federal).

### 15.4.1.- Um Jogo de Azar até Bastante Amigável

Vamos a seguir dar um bom exemplo de jogo de azar em que o jogador aposta pensando em levar vantagem, mas quem tem a maior chance de se dar bem, como sempre é o banqueiro do jogo.

Vejamos: quando lançamos dois dados não viciados, as somas dos valores obtidos nas faces superiores dos dois dados são valores que pertencem ao conjunto:

**{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12}.**

No entanto nada sabemos ainda sobre a *frequência* com que estes valores podem vir a ocorrer, ou seja, quais deles têm maiores possibilidades de ocorrer que os demais. Vamos examinar isto com bastante calma através do seguinte estudo muito ilustrativo.

### **15.4.2.- Desmascarando a “Esperteza Lúdica” do Banqueiro**

Vamos supor que alguém (o banqueiro) me proponha lançar dois dados, somar os valores das faces superiores, e ganhar ou perder, dentro das seguintes condições:

- Nós começamos o jogo cada um com 10 fichas (que no nosso caso podem ser palitos de fósforo, feijões, tampinhas de refrigerante ou cartões coloridos);
- Ele me dará uma de suas fichas – o que corresponde a somar uma ficha ao meu conjunto de fichas: +1 –, sempre que ocorrerem uma das seguintes somas: **2, 3, 4, 10, 11 ou 12;**
- Por outro lado, eu lhe darei uma de minhas fichas sempre que a soma obtida no lançamento dos dois dados for **5, 6, 7, 8 ou 9**, ou seja eu entrego a ele uma ficha – o que corresponderá a subtrair uma ficha do meu conjunto de fichas: –1.

De acordo com estas regras, eu tenho “aparentemente” (mas só “aparentemente”) mais chances de vencer. Enquanto o meu “generoso” oponente (o banqueiro), terá apenas 5 chances(!) eu terei 6 chances.

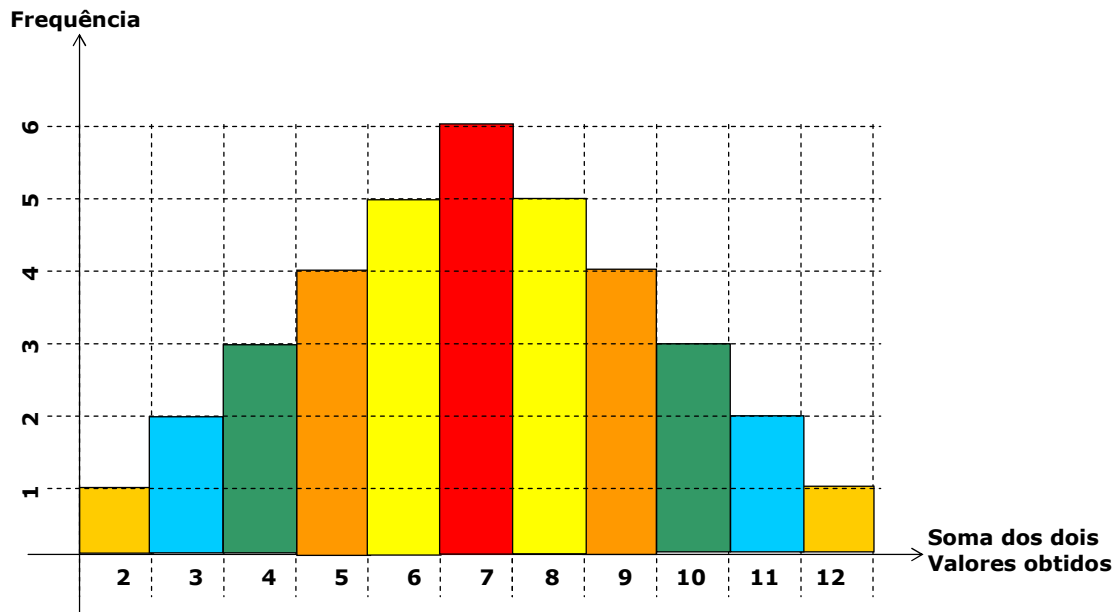
No entanto, o que eu não sei. é que o meu oponente tem a seu favor, num universo de 36 possibilidades, 24 chances de ganhar as fichas, enquanto eu terei apenas 12 chances de ganhar as suas fichas. Ou seja, estou participando de um jogo em que há 2 possibilidades de perder contra apenas 1 de ganhar.

– *Mas o que é isto????, pergunto eu.*

Isto que dizer que, no longo prazo, eu acabarei perdendo todas as minhas fichas, tenha eu no início do jogo quantas fichas tiver. Este é um *jogo de azar*, e bota azar nisto.

#### **15.4.1.1.- Justificando a “Esperteza Lúdica” do Banqueiro**

Vamos estudar o seguinte histograma onde o eixo da *Frequência* registra a quantidade de vezes que pode ocorrer cada uma das somas do conjunto **{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12}**.



Veja, por exemplo, que a ‘soma 2’ ou a ‘soma 12’ só podem ocorrer uma vez, enquanto a ‘soma 3’, tanto quanto a ‘soma 11’, por exemplo, podem ocorrer somente duas vezes; por outro lado, a soma 7’ pode ocorrer de 6 modos diferentes.

Agora verifique no histograma quantas são, as possibilidades de se obter 2, 3, 4, 10, 11, ou 12, e some os resultados. Em seguida, verifique quantas são as possibilidades de obtenção das somas: 5, 6, 7, 8, ou 9, e some-as também. Compare os resultados destas somas.

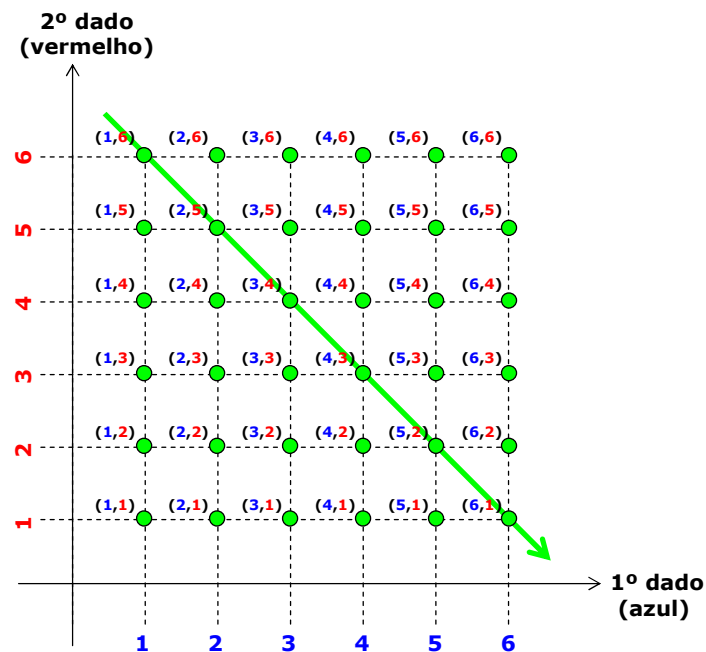
– **Comparou?**

– **São 12 contra 24 possibilidades, respectivamente, minhas e do “generoso” banqueiro ! Esperto ele, não?**

No entanto, há máquinas eletrônicas de jogos ou, mesmo as loterias bancadas pelo governo, em que a desproporção entre as perdas e ganhos é infinitamente maior. Moral da história: quem sempre ganha a maior bolada é o banqueiro ... e os apostadores que ganham o prêmio máximo são pouquíssimos – um, talvez dois ou três –, contra a perda de pequenas quantias de muitos, que somadas resultam num grande montante. Estas pequenas perdas, quando se vicia a jogar sem controle, ao longo da vida de um apostador, no caso um viciado em apostas em jogos de azar, pode levá-lo à miséria.

Para melhor compreender com que *frequência* ocorrem os diversos valores das somas no lançamento de dois dados, examine o seguinte diagrama cartesiano onde, para facilitar a nossa

compreensão simulamos todas as possibilidades de obtenção dos valores de 2 até 12, utilizando dois dados, um na cor azul e outro na cor vermelha..



Veja que, de acordo com o diagrama acima, o par ordenado (5,3) é distinto do par (3,5), pois os valores foram obtidos ora numa combinação ‘5 azul’ e ‘3 vermelho’, e depois como ‘3 azul’ e ‘5 vermelho’, que para efeito deste jogo são obtenções distintas entre si. Veja também que a seta desenhada em verde mostra todas as maneiras de se obter a soma 7, ou seja, 6 vezes. Mas por outro lado, só há uma forma de se obter a soma 2 ou a soma 12.

Agora compare os dois diagramas acima apresentados e veja que tanto em um, como em outro, as minhas chances de vencer o meu oponente é de 1 para 2. Este não é um jogo de soma zero, pois a ‘sorte’ penderá sempre para ele.

### 15.4.- Analisando outros Tabuleiros para o Jogo da Velha

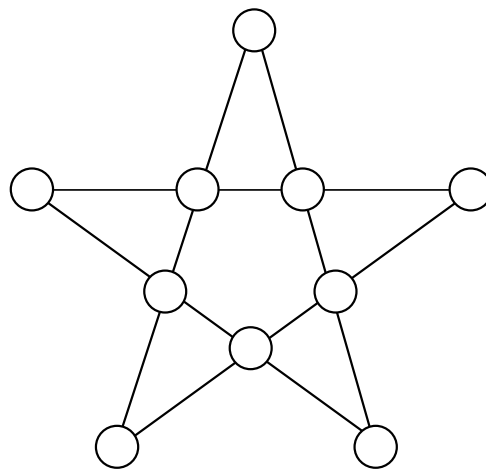
A seguir vamos sugerir outros tabuleiros para o Jogo da Velha. O tabuleiro tradicional possui 9 celas. Dos tabuleiros sugeridos a seguir: os três primeiros – o pentagrama, o tetraktis e o trigrama, possuem respectivamente todos eles, 10 celas; a malha 3 × 4 possui 12 celas; o hexagrama possui 13 celas; a malha 4 × 4 possui 16 celas.

Os três primeiros tabuleiros, apesar de possuírem a mesma quantidade de celas, dez, são completamente diferentes entre si. As estratégias de jogo devem ser repensadas para cada um deles, e são evidentemente distintas entre si e mesmo daquela adotadas ao jogarmos o Jogo da Velha no tabuleiro tradicional (com 9 celas).

O texto explicativo, apresentado a seguir, sobre o primeiro dos tabuleiros, aquele que é denominado Pentagrama, trás uma série de objetivos do jogo a serem atingidos, mas que deveriam ser testados pelo leitor e um parceiro. Com base naquelas idéias, e depois de ter jogado o número suficiente de vezes, é que devem ser examinados os demais tipos de tabuleiros. Cabe ao leitor jogar e estudar as possibilidades estratégicas para cada um dos tabuleiros sugeridos, e isto de acordo com o que foi aprendido jogando com ao tabuleiro cujo desenho é o Pentagrama ou a Estrela de 5 Pontas.

O autor deste livro agradecerá as sugestões, bem como as sugestões de estratégias, sobre as quais eu gostaria de discutir, e gostaria muito de aprender. O autor não se envergonha de confessar que não jogou apenas em alguns poucos dos próximos tabuleiros e que acredita que alguns deles não passariam num teste de qualidade, por não proporcionarem jogos que exigirão estratégias notáveis, e mesmo, haverá alguns deles que não seriam, de forma alguma, aproveitáveis.

#### **15.4.1.- Pentagrama ou Estrela de 5 Pontas = 10 celas**

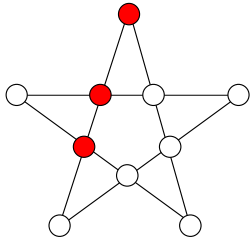


Neste tabuleiro poderemos adotar vários tipos de objetivos a partir dos quais se deve procurar estabelecer as estratégias favoráveis ou convenientes. Veja a seguir os exemplos dos casos (a), (b), (c) e (d).

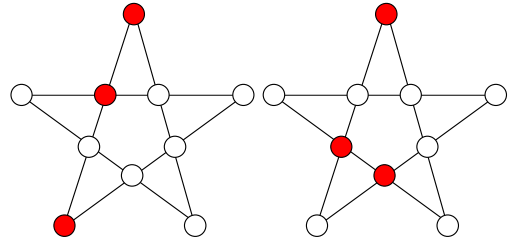
- (a) *Jogo dos 3 em linha reta em sequência,*
- (b) *Jogo dos 3 em linha reta não seqüenciados;*
- (c) *Jogo dos 4 em linha reta;*
- (d) *Jogo dos 4 em sequência* (que inclui a possibilidade do 4 em linha).

→ **Caso (a): Jogo dos 3 em linha reta em sequência**

Caso positivo:

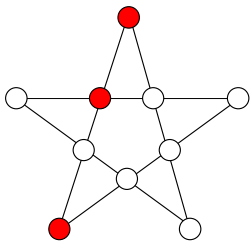


Casos negativos ou não válidos:



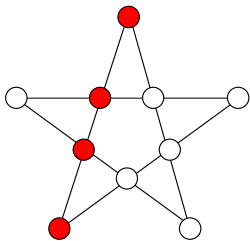
→ **Caso (b): Jogo dos 3 em linha reta não sequenciados**

Caso positivo:



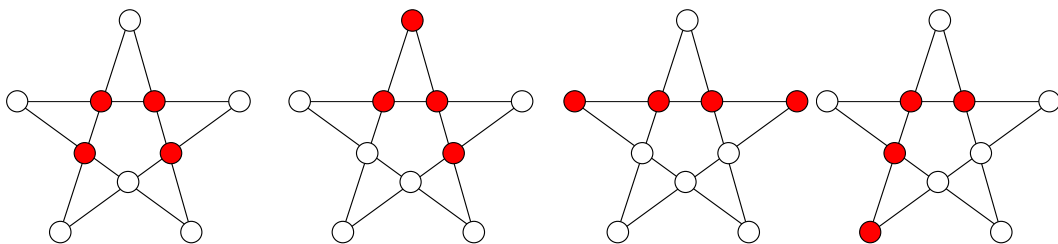
→ **Caso (c): Jogo dos 4 em linha reta**

Caso positivo:

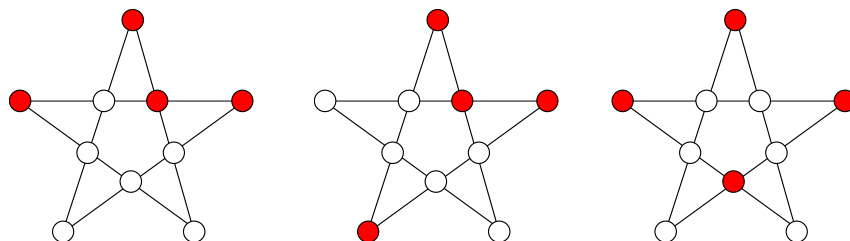


→ **Caso (d): Jogo dos 4 em sequência** é o caso mais complexo e exige muita atenção por parte dos jogadores, neste caso estará incluído também a possibilidade dos 4 em linha reta.

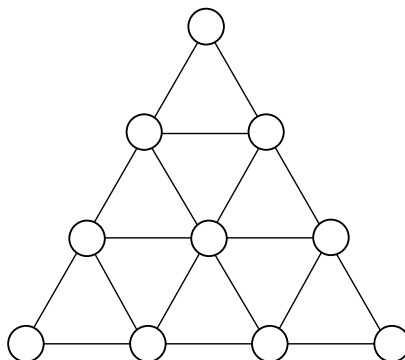
**Casos positivos**



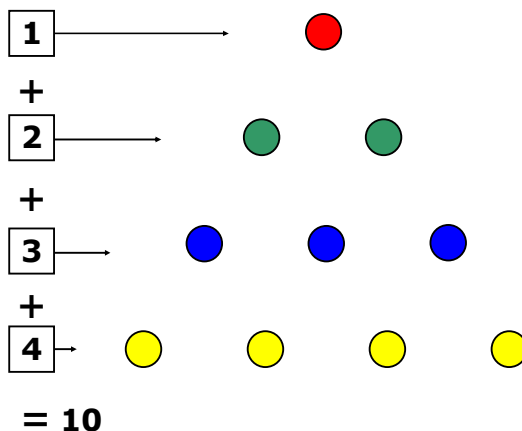
**Casos negativos ou não válidos:**



### 15.4.2.- Tetraktis = 10 posições

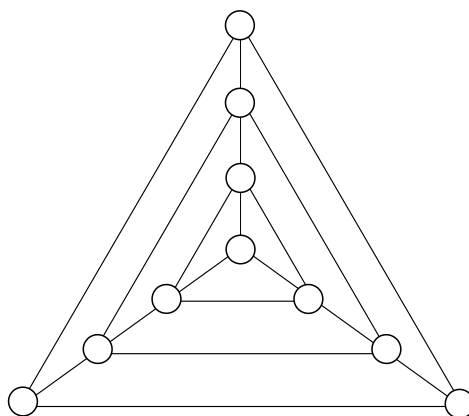


Para Pitágoras e seus seguidores – os pitagóricos –, o número 10 era um número sagrado. A forma de obtenção deste número se daria através da soma dos 4 primeiro números naturais, a saber:  $1 + 2 + 3 + 4 = 10$ . A representação gráfica do Tetraktis se daria através da figura mostrada abaixo, um conjunto de 10 ‘pontos’ distribuídos de maneira a formar um triângulo equilátero.



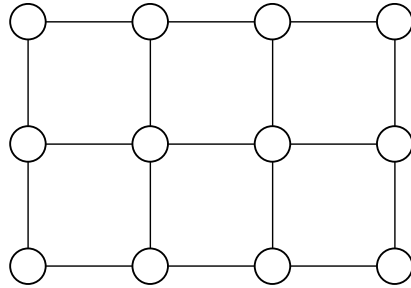
O tabuleiro apresentado no início deste item foi obtido ligando-se os pontos do Tetraktis, dois a dois.

### 15.4.3.- Trigramma = 10 posições

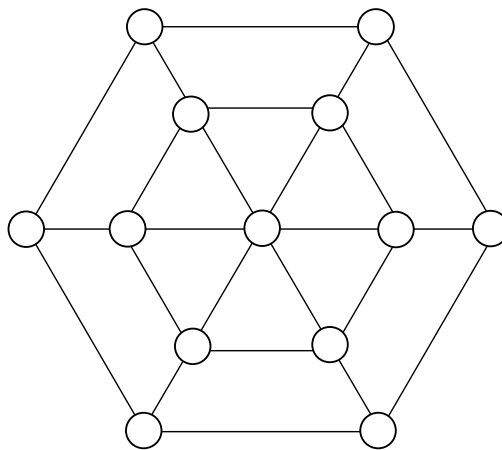




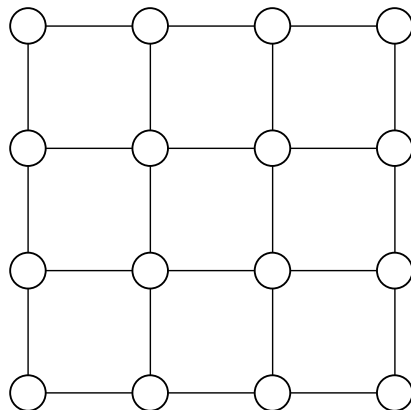
**23.4.4.- Malha Retangular 3 X 4 = 12 posições**



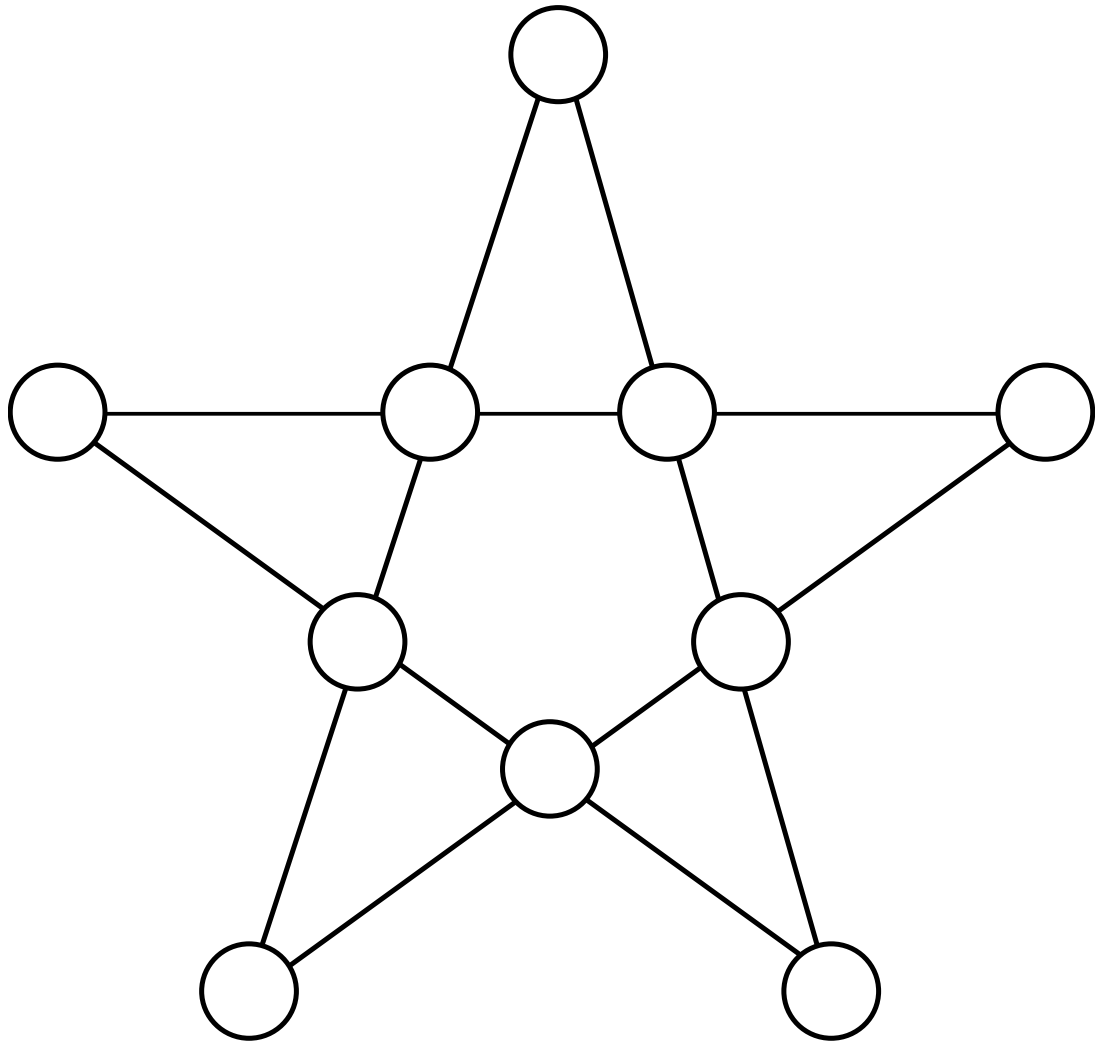
**23.4.5.- Hexagrama 13 = 13 posições**

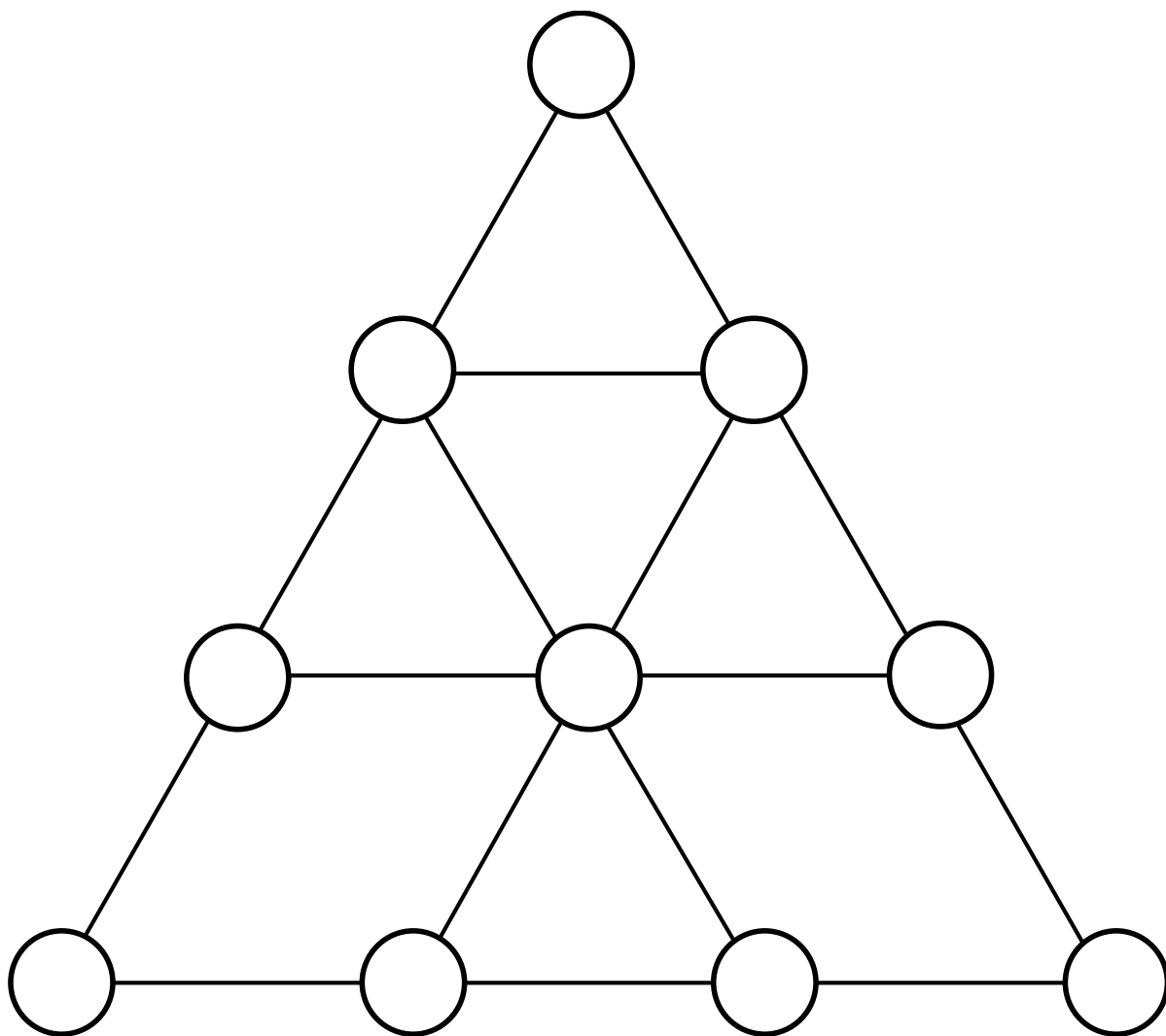


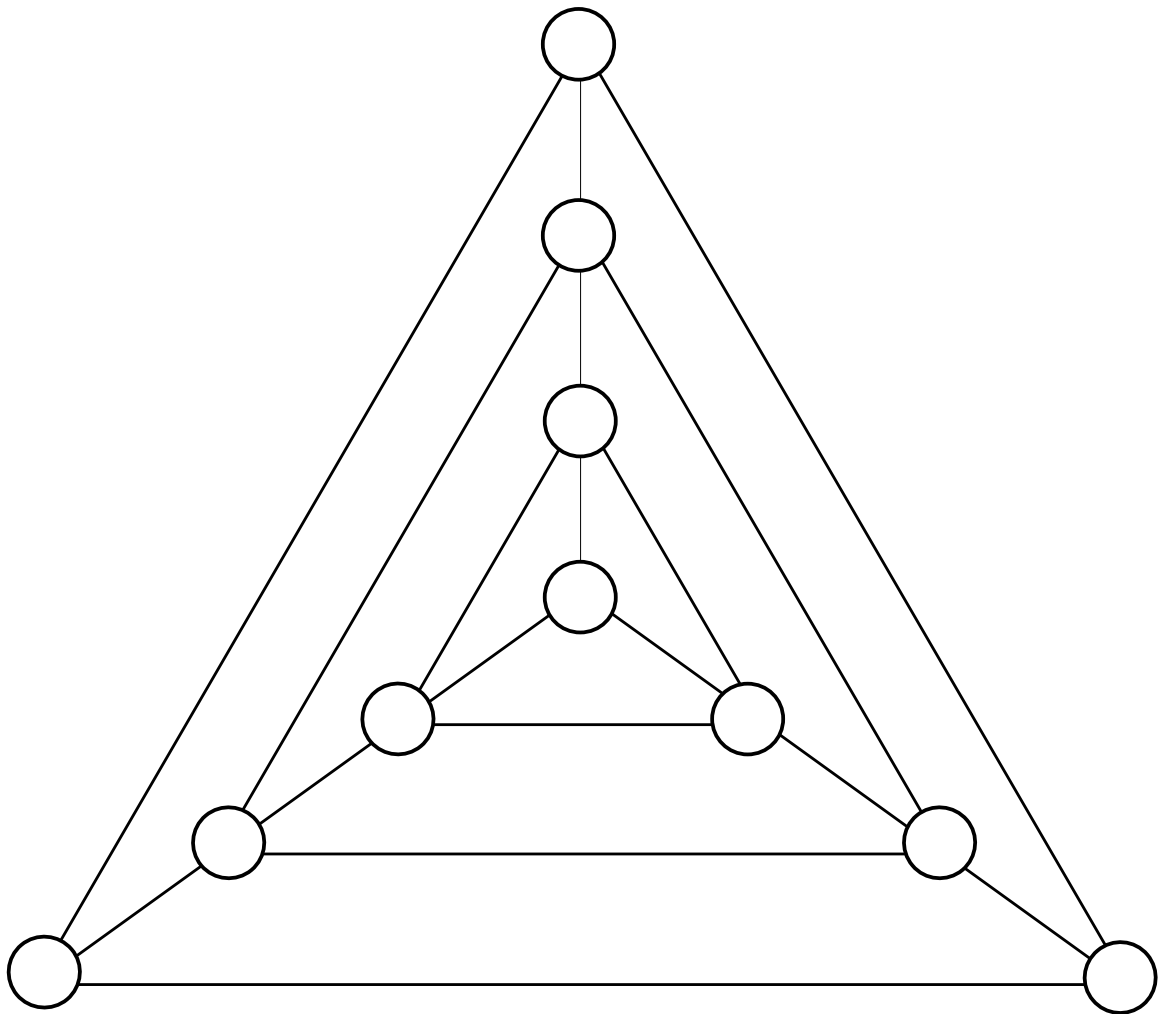
**23.4.6.- Malha quadrada 4 X 4 = 16 posições**

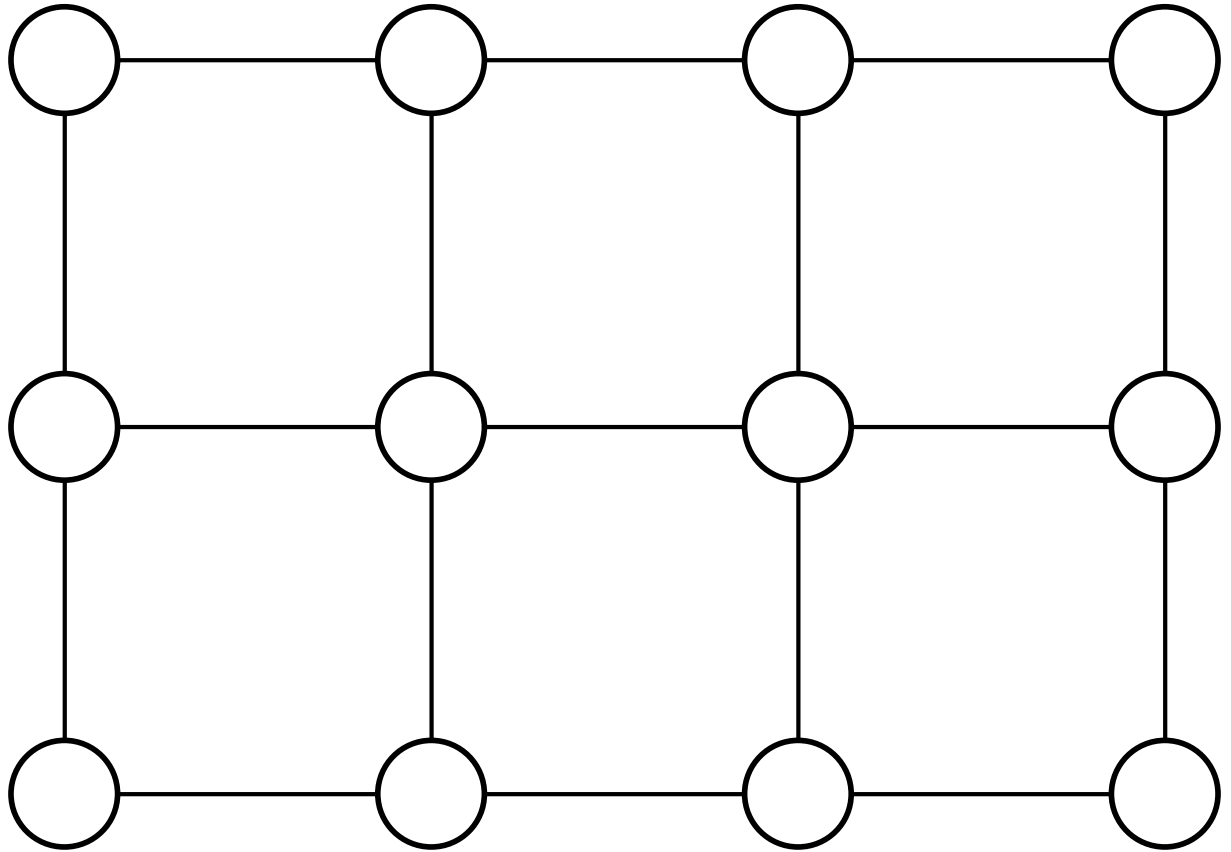


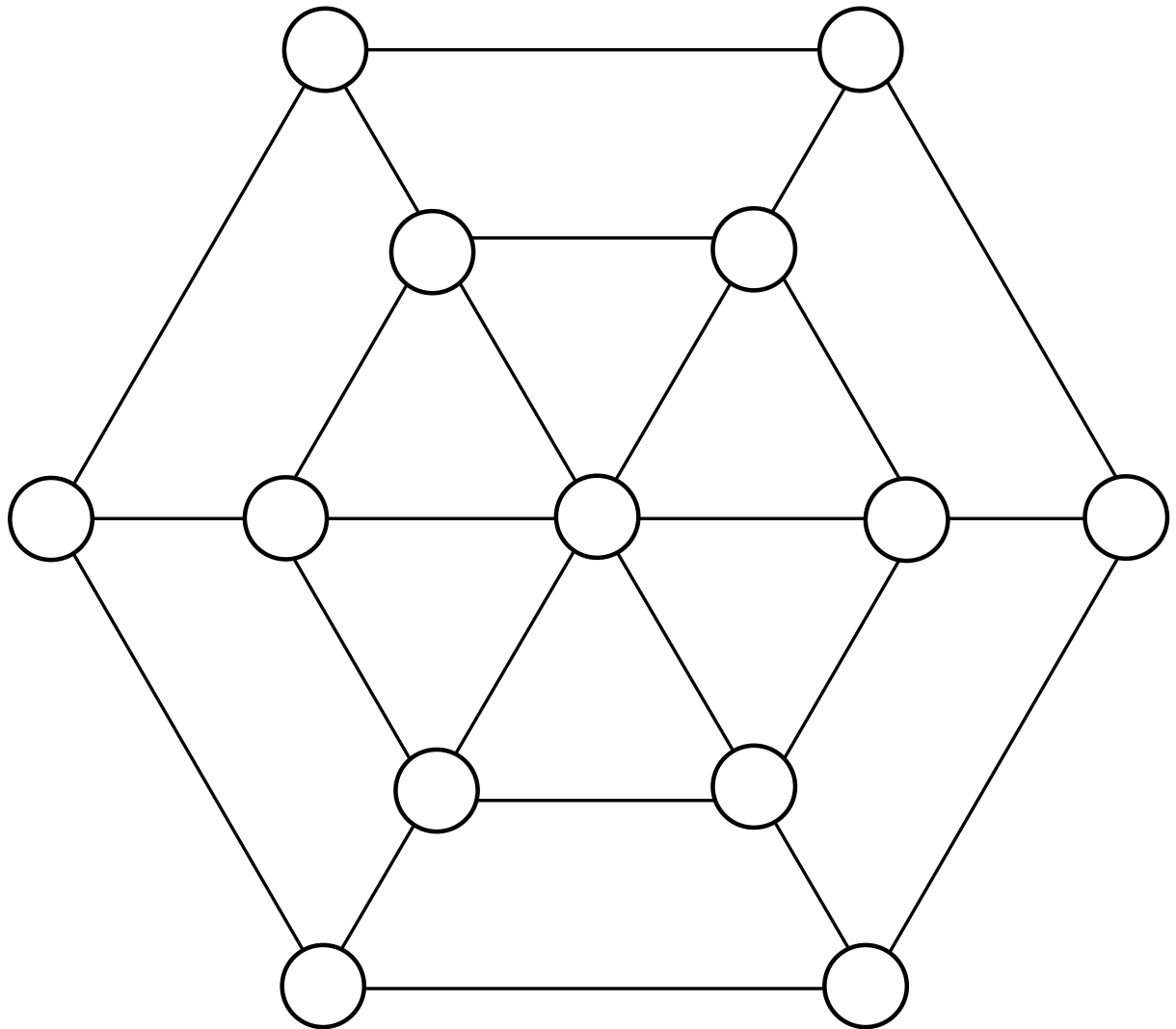
**JLOGC#15 - JOGOS PARA O PENSAMENTO LÓGICO Nº 1**  
**MATERIAL PARA REPRODUÇÃO VIA IMPRESSORA**

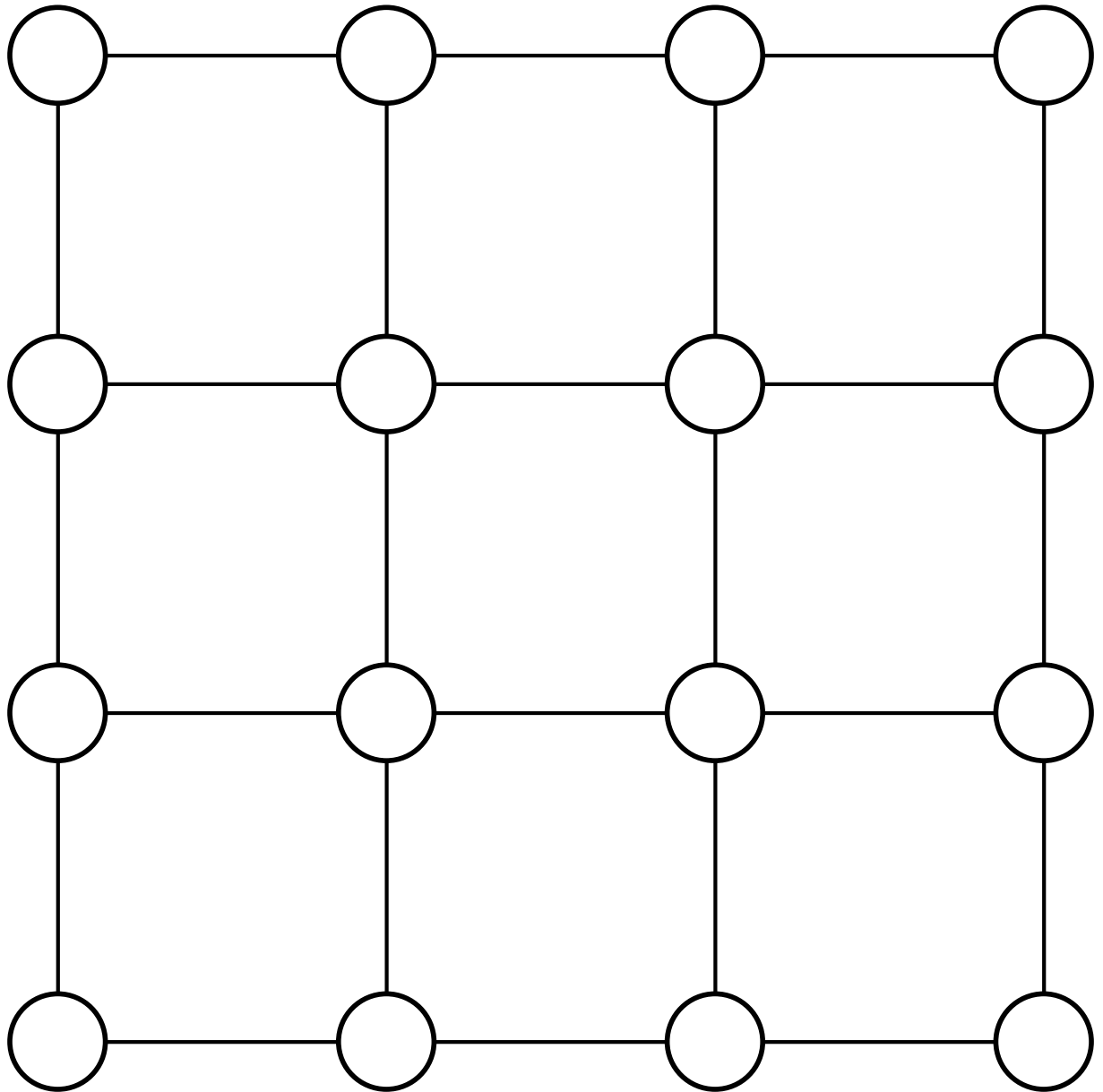




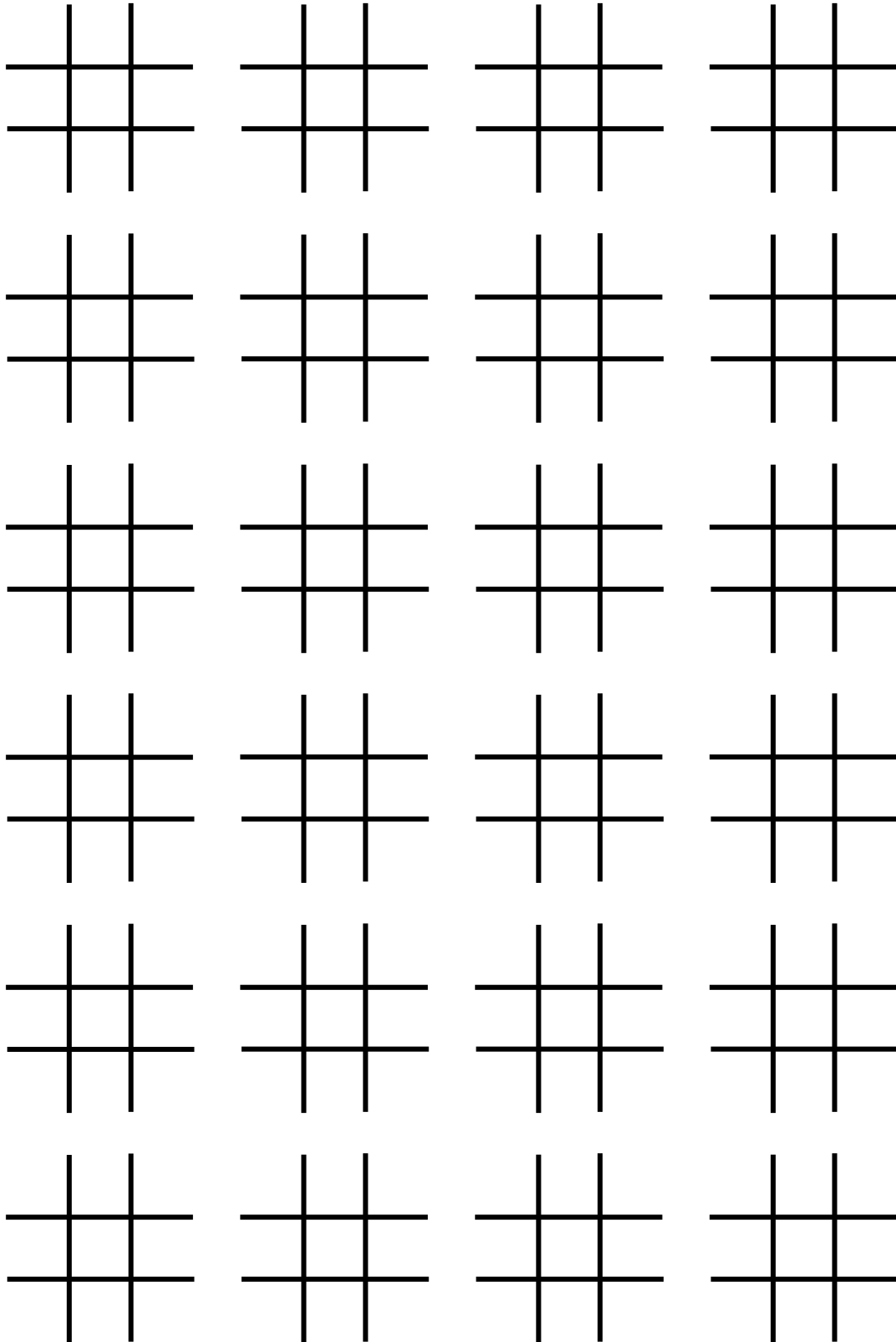








Jogo da Velha (EUA: "Tic-Tac-Toe" - Inglaterra "Nought and Crocres")





## **JLOGC#16 - JOGOS PARA O PENSAMENTO LÓGICO Nº 16**

---

### **UM NOVO TIPO DE JOGO DA VELHA**

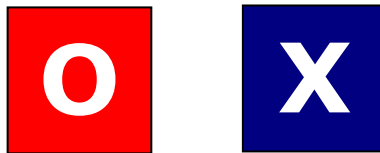
---

Este é um novo tipo de Jogo da Velha em que os tabuleiros e os objetivos do jogo são distintos dos jogos apresentados no JLOGC anterior. Os símbolos 'O' e 'X' continuam a ser utilizados, mas a meta do jogo é estabelecer uma espécie de caminho que tem início na borda superior ou lateral direita objetivando forçar o oponente a invadir uma área proibida do tabuleiro – pintada de amarelo. O jogador que for obrigado a invadir esta área, na sua vez de jogar, perderá o jogo. Uma forma ótima para este jogo se dá quando cada jogador deva alocar 4 de seus símbolos no tabuleiro a cada jogada.

---

#### **16.1.- O Novo Jogo da Velha - Fichas e Tabuleiros**

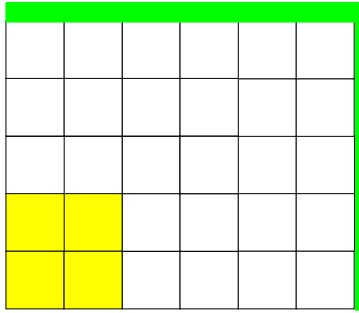
Como no Jogo da Velha, os jogadores jogarão com os símbolos 'O' e 'X' utilizando as seguintes fichas.



Os jogadores poderão escolher uma das seis versões de tabuleiros, mostradas a seguir, para jogar o *Novo Jogo da Velha*. Os tabuleiros possuem: 5×6, 5×7; 6×6 e 6×8 casas. No entanto, a seguir, utilizaremos o menor dos tabuleiros (aquele com 5×6 casas) para exemplificar as regras do jogo, bem como para mostrar algumas partidas completas.

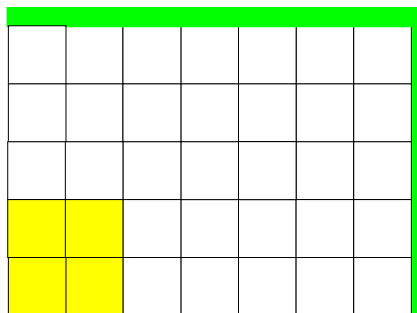
##### **16.1.1.- Tabuleiro de 5 X 6 Casas**

Este tabuleiro contém 30 casas no total, sendo que 26 casas podem ser utilizadas, e 4 casas amarelas, não utilizáveis, teremos então:  $(30 - 4) \div 4 = 26 \div 4 = 6$  jogadas serão possíveis, com 2 casas restantes (casas vazias).



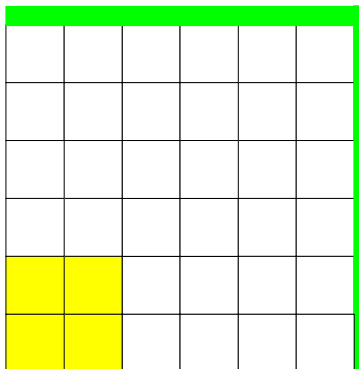
**16.1.2.- Tabuleiro de 5 X 7 Casas**

Este tabuleiro contém: 35 casas no total – 4 casas amarelas = 31 casas utilizáveis, de onde, teremos:  $(35 - 4) \div 4 = 31 \div 4 = 7$  jogadas serão possíveis, com 3 casas restantes.



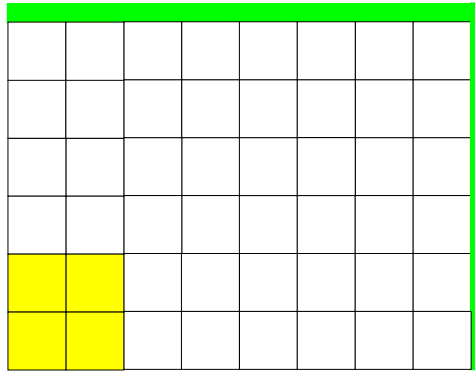
**16.1.3.- Tabuleiro de 6 X 6 Casas**

Este tabuleiro contém: 36 casas no total – 4 casas amarelas = 32 casas utilizáveis, de onde, teremos:  $(36 - 4) \div 4 = 32 \div 4 = 8$  jogadas serão possíveis, sem nenhuma casa restante.



**16.1.4.- Tabuleiro de 6 X 8 Casas**

Este tabuleiro contém 48 casas no total – 4 casas amarelas = 44 casas utilizáveis, de onde, teremos:  $(48 - 4) \div 4 = 44 \div 4 = 11$  jogadas serão possíveis, sem nenhuma casa restante.



### 16.1.5.- Observações

- Deve-se observar que não existe um limite absoluto para as medidas dos tabuleiros, mas acreditamos que em tabuleiros com grande quantidade de casas o jogo venha a tornar-se cansativo ou até mesmo desinteressante.
- Naturalmente, espera-se que um dos quatro tabuleiros acima apresentados venha a se apresentar como o melhor para a descoberta das estratégias mais eficazes – aquelas que levem à vitória, enquanto outros venham a possibilitar uma visão mais ampla do que consiste o jogo. Esta escolha, ou descoberta, caberá ao leitor fazê-las.
- No CD-R que acompanha o livro o leitor encontrará:
  - Folhas com os tabuleiros prontos para jogar usando lápis ou canetas coloridas (caneta azul × caneta vermelha).
  - Tabuleiros para Plastificar e Jogar com Canetas com Tinta Apagável (Canetas para Quadro Branco) – usar um pedaço de flanela para apagar o que foi anotado.
  - Tabuleiros em tamanho grande para jogar com as fichas ‘O’ e ‘X’.

## 16.2.- As Regras do Jogo

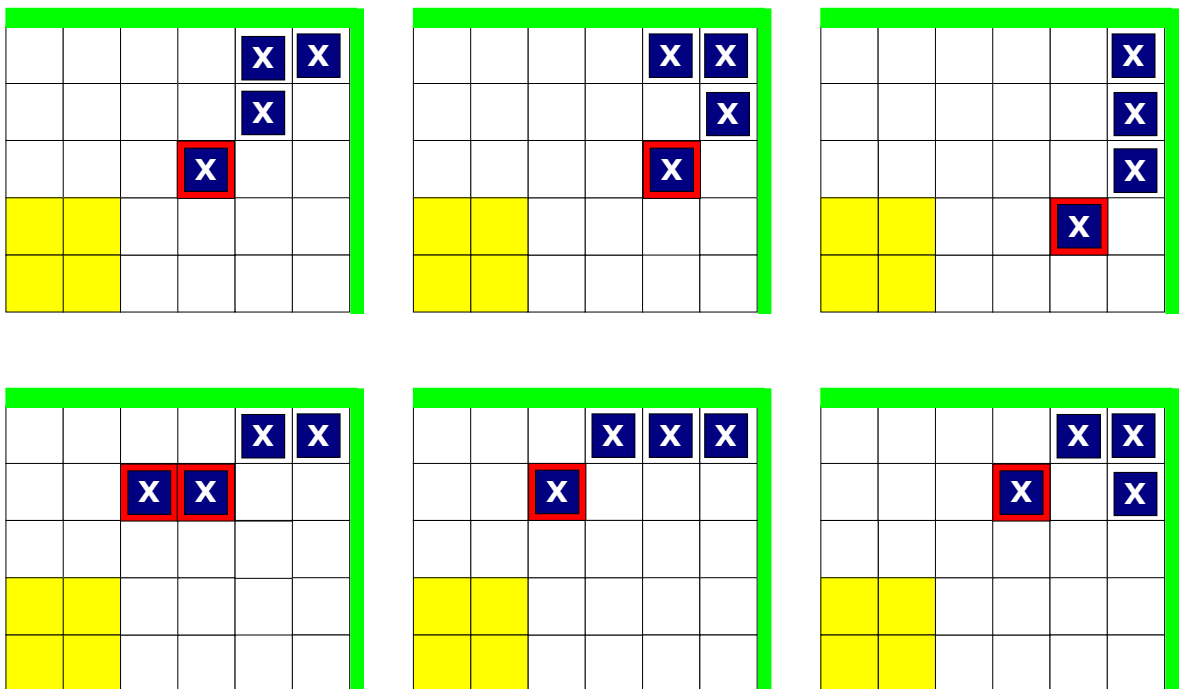
- Os jogadores devem primeiramente escolher o tabuleiro do jogo:  $5 \times 6 = 30$  casas,  $5 \times 7 = 35$  casas;  $6 \times 6 = 36$  casas;  $6 \times 7 = 42$  casas e  $6 \times 8 = 48$  casas;
- Escolhe-se por sorteio quem deve iniciar o jogo;
- Como no Jogo da Velha, os jogadores escolhem um tipo de símbolo ou figura para si, o círculo (O) ou um xis (X);

- Os jogadores devem preencher (sempre!) quatro casas do tabuleiro com suas fichas (ou no caso de cada jogador estar utilizando, respectivamente, uma caneta azul e uma vermelha), segundo as seguintes condições:

- As fichas (ou os símbolos) devem estar perfeitamente coladas:

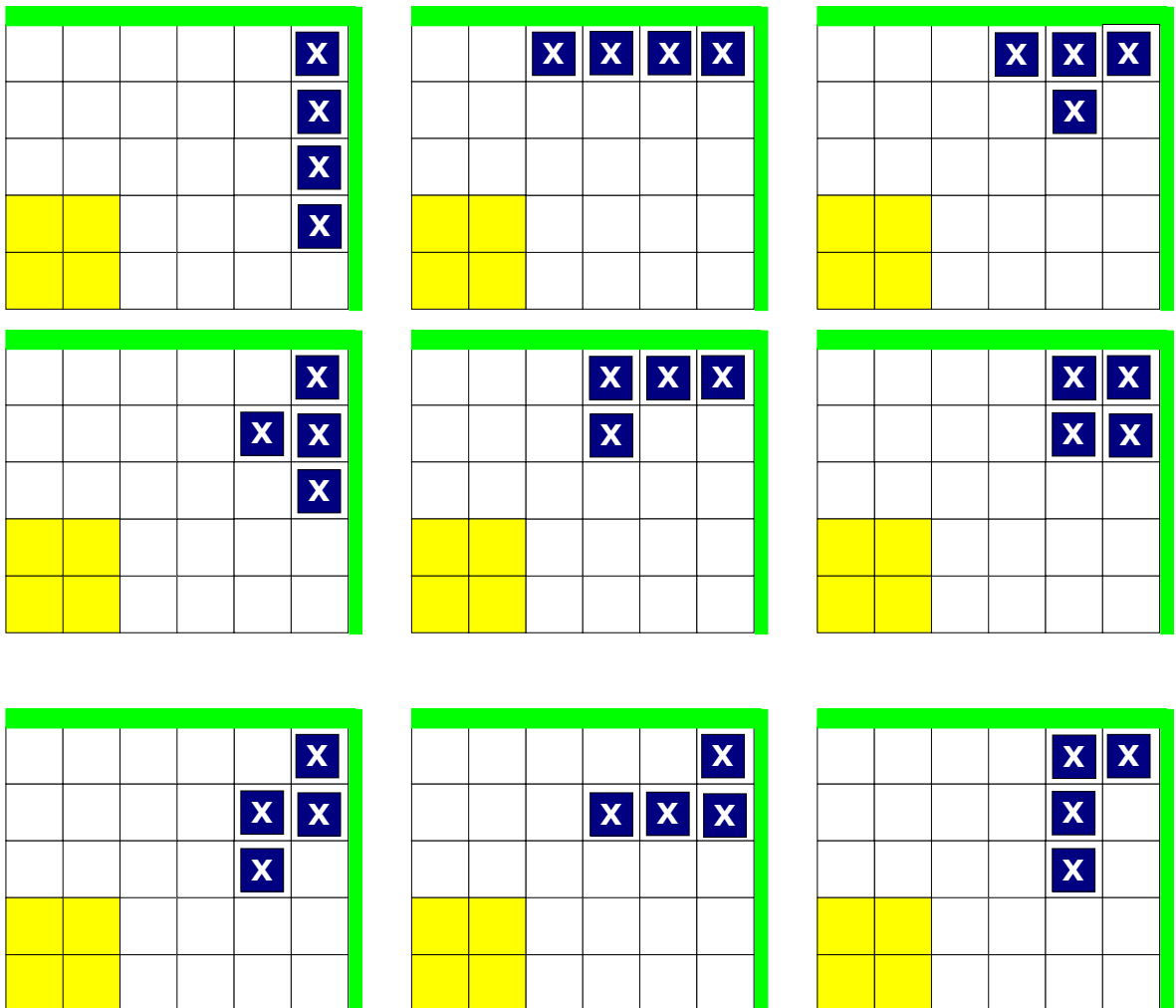
- (1) Na lateral direita e/ou na lateral superior (que apresentam uma margem na cor verde) e/ou coladas às fichas que já figurem no tabuleiro.

- (2) As fichas devem ser colocadas de forma sequencial como se estivessem ligadas pelas suas respectivas laterais, não se admitindo jogadas em que as fichas estejam apenas ligadas pelos vértices. Assim, sendo as seguintes jogadas, por exemplo, não são admitidas:

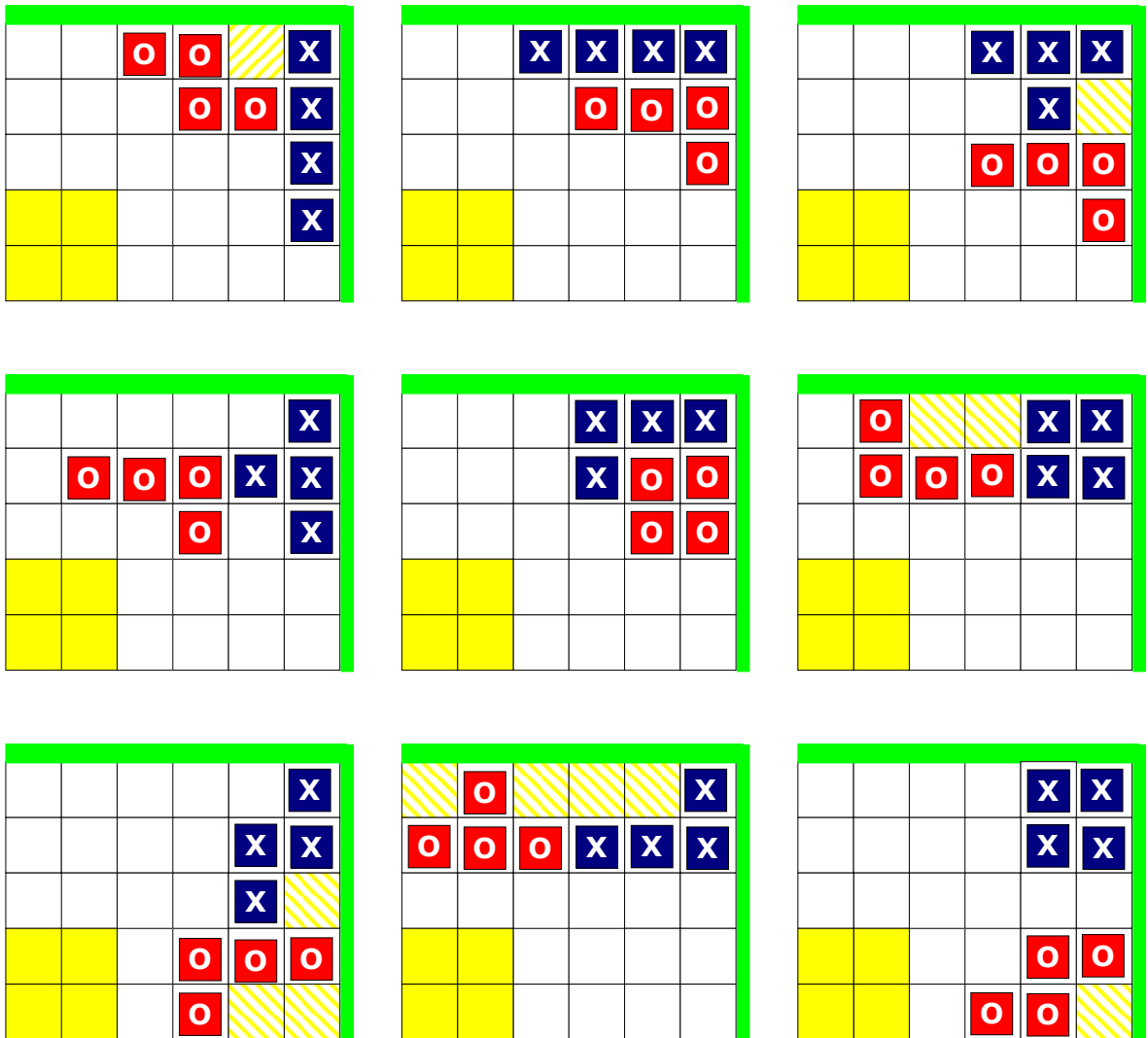


- Muita atenção com o número de fichas a serem colocadas obrigatoriamente no tabuleiro: são sempre, quatro.
- O jogador não pode deixar de jogar quando for a sua vez.
- Cada jogador deve adotar uma estratégia que obrigue o seu adversário a invadir a área amarela do tabuleiro na sua vez de jogar.
- Perderá o jogo aquele jogador que for forçado a invadir a área colorida de amarelo na sua vez de jogar.

- Note que o primeiro jogador (que, por acaso, pode ter escolhido o X) tem várias possibilidades (distintas) de iniciar o jogo, das quais alguns exemplos são dados a seguir:



- O segundo jogador, tem agora, muitas mais possibilidades de colocar sobre o tabuleiro as suas 4 fichas.
- Note que, apenas como ilustração, as casas pintadas de verde são aquelas nas quais seria impossível alocar as 4 fichas exigidas para uma jogada.
- A seguir são mostrados alguns exemplos das possibilidades de jogada do segundo jogador, quais, apenas algumas delas, por serem as mais interessantes, são mostradas a seguir, cabendo notar que as casas que vão sendo hachuradas em amarelo mostram as casas do tabuleiros onde não haverá possibilidade de jogada,



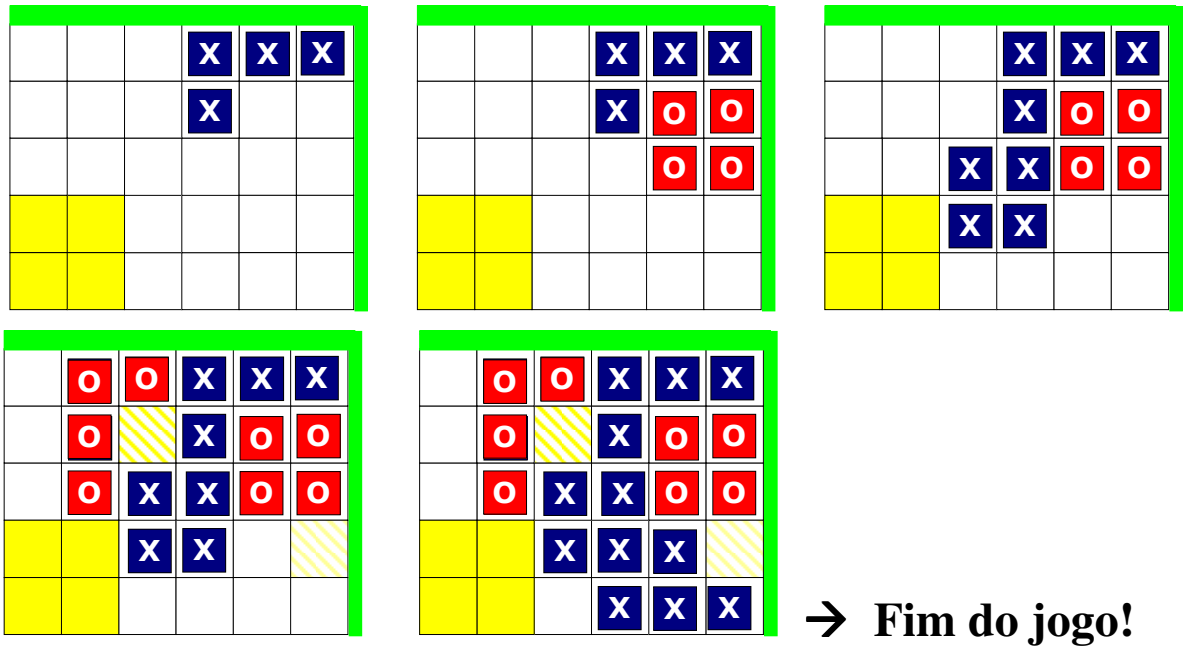
- Cabe ressaltar que estas casas “impossíveis” podem ocorrer em qualquer lugar no tabuleiro, e devem ser utilizadas pelo jogador como uma estratégia que visa dificultar o seu oponente a fazer uma jogada que o faça ceder a vitória para ele.

•

### 16.3.- Alguns Exemplos de Partidas do ‘Novo Jogo da Velha’

#### 16.3.1.- 1ª Partida

→ O jogador que escolheu o ‘X’ inicia o jogo:

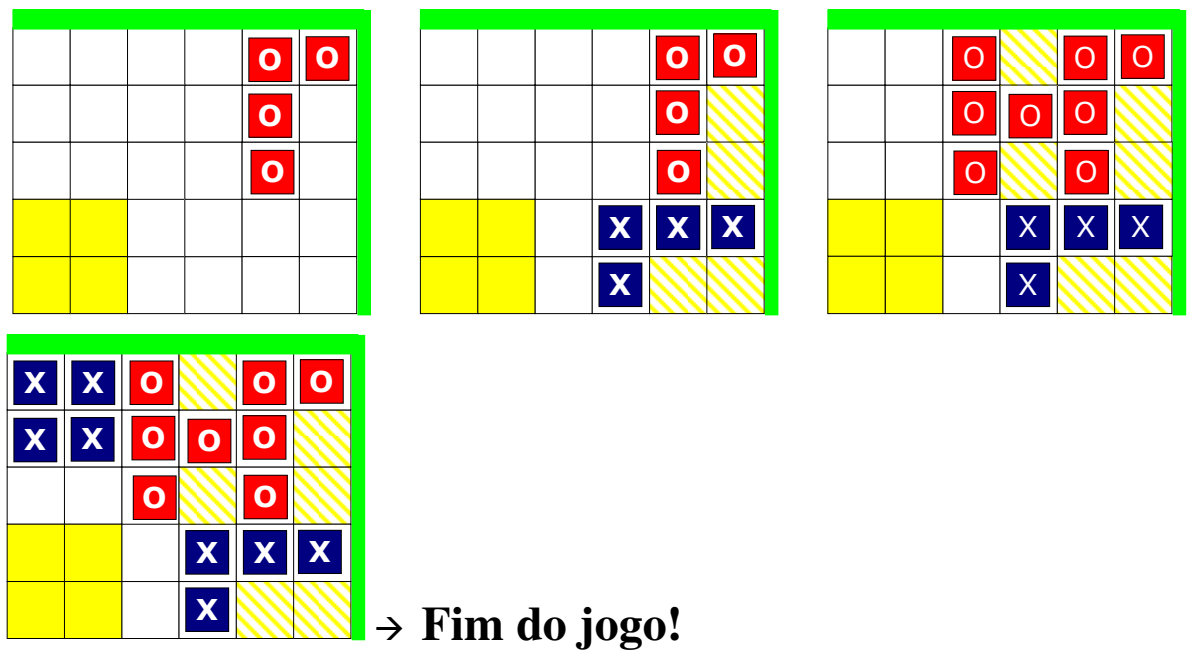


- Note que a próxima jogada desta partida é a do jogador que escolheu o 'O', qualquer jogada que ele faça, avançará sobre as casas pintadas de amarelo, Ele acabou de perder o jogo.

**– O vermelho perdeu!**

### 16.3.2.- 2ª Partida

**→ O jogador que escolheu o 'O' inicia o jogo:**



- Qualquer jogada que o jogador que possui o 'O' faça, ele não poderá evitar de avançar sobre as casas pintadas de amarelo, Ele acabou de perder o jogo – de novo.

### – O vermelho perdeu, de novo!

- Cabe aqui uma análise a ser feita pelo leitor: independente de quem começa o jogo ('X' ou 'O', pode ocorrer que qualquer um deles venha a perder o jogo como se mostrou com os exemplos acima. Qual foi a estratégia (se é que houve uma) adotada pelo ganhador.
- Se a estratégia do ganhador foi a de criar casas “impossíveis” com a finalidade de diminuir o espaço de jogo do oponente, será que nos outros tabuleiros (5×7; 6×6 e 6×8) esta estratégia sempre funcionará como funcionou neste tabuleiro (5×6), ou ela depende ainda da quantidade de casas em cada um destes tabuleiros?

## 16.4.- Criando Outras Regras Para Jogo

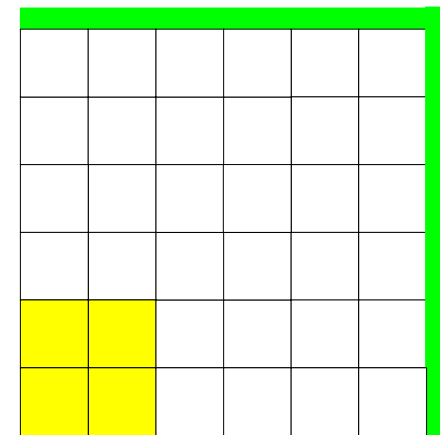
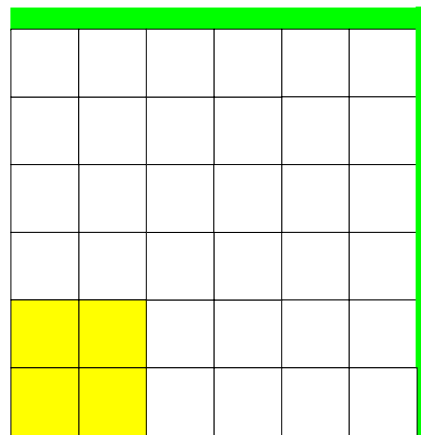
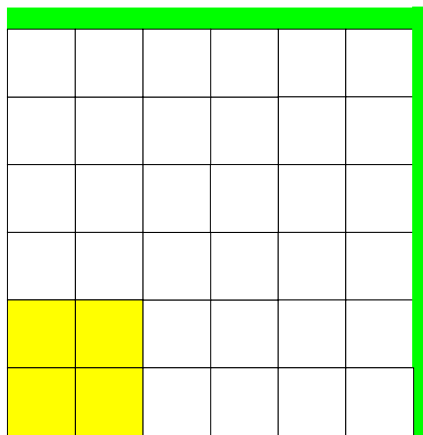
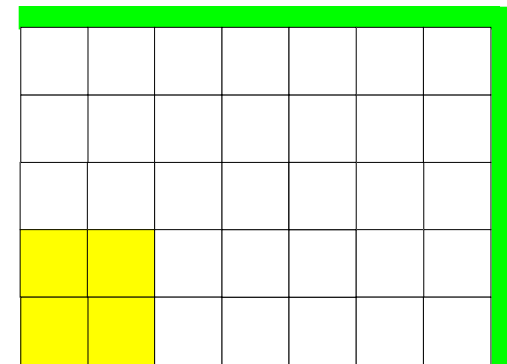
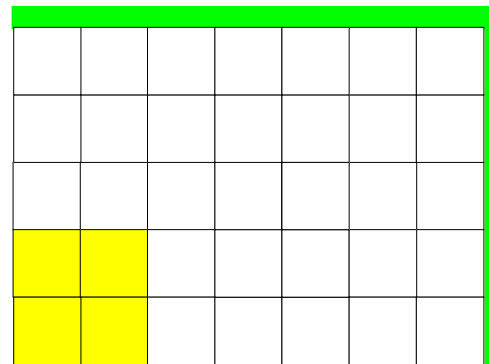
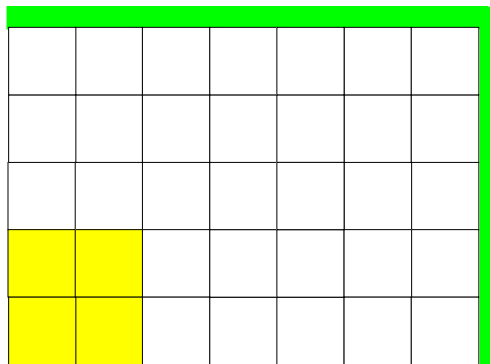
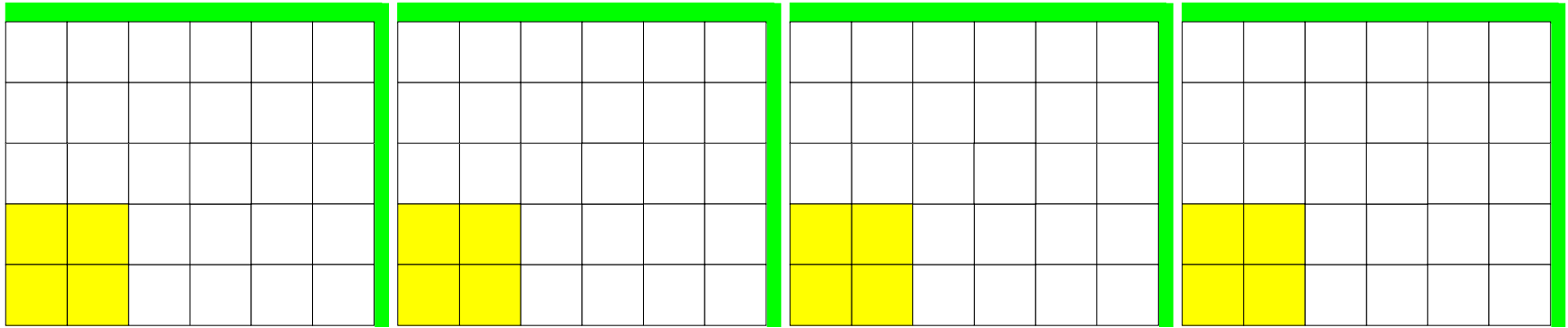
Os leitores atentos ao nosso trabalho sabem que as regras dos jogos podem e devem ser modificadas. Assim sendo, deixamos a seguir algumas sugestões:

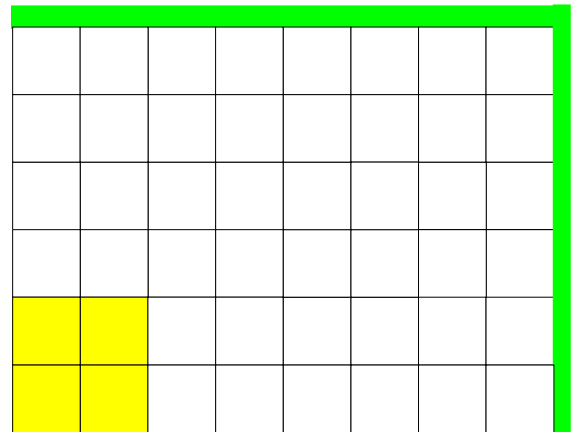
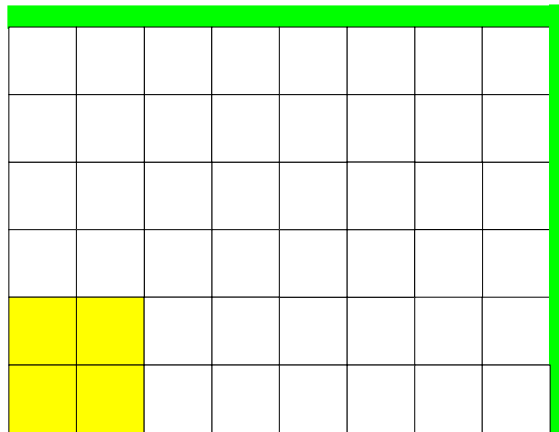
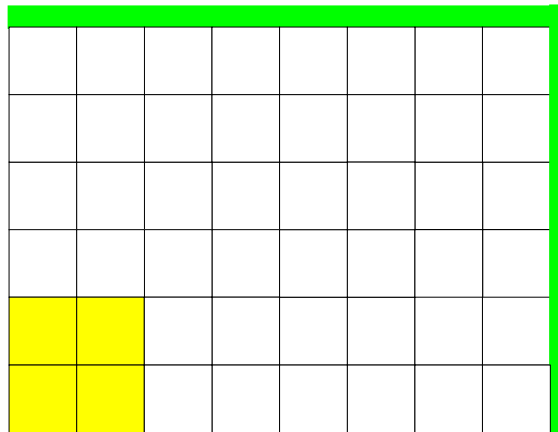
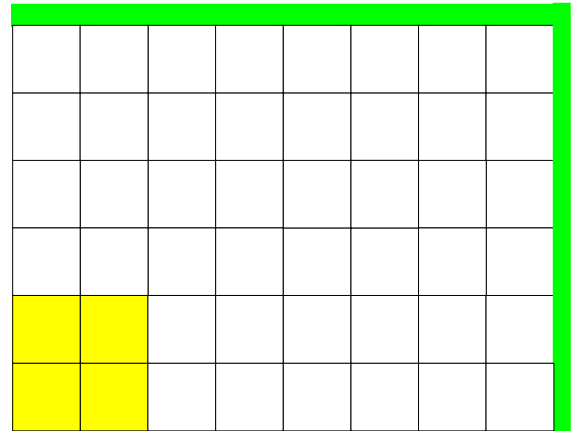
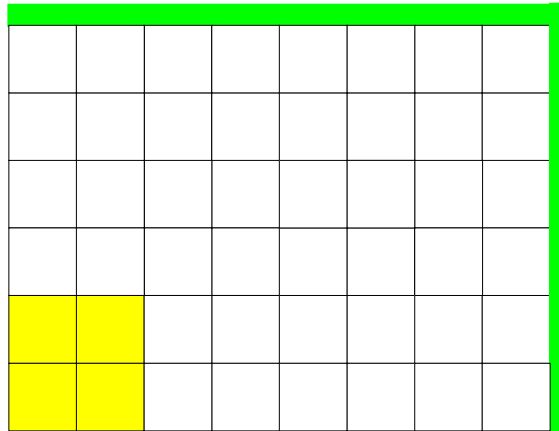
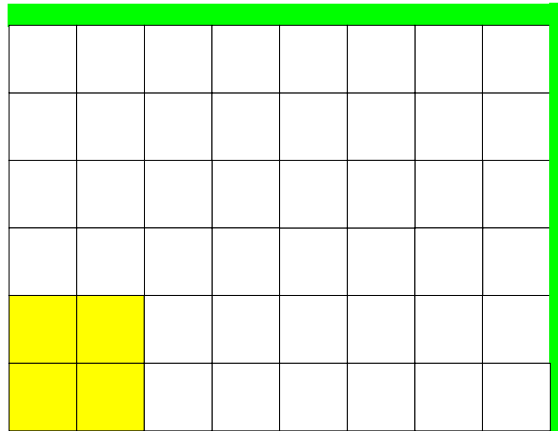
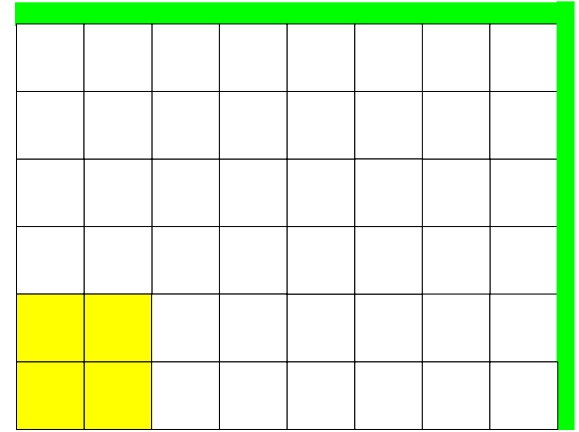
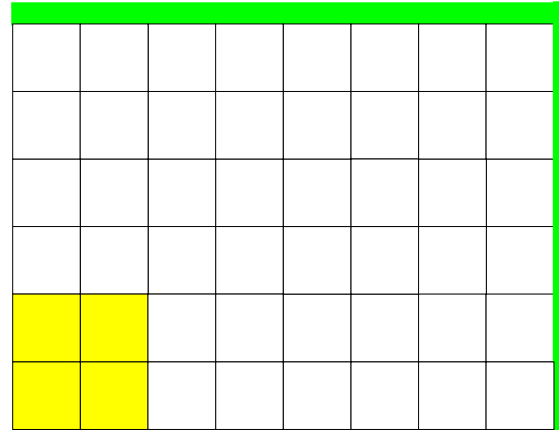
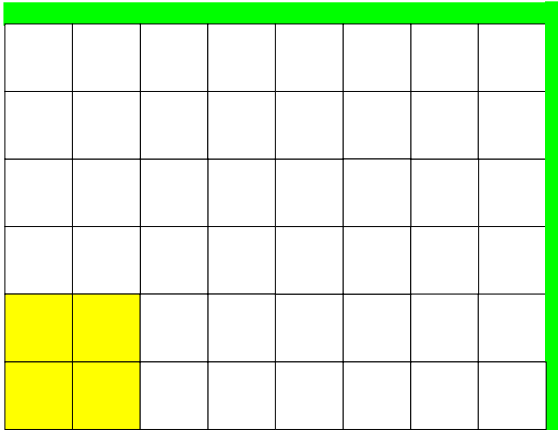
- A quantidade de cartões 'O' e 'X' que até aqui foi obrigatoriamente '4', deve ser experimentada com novos valores: 1, 2, 3, 5, 6, etc, que deverá ser fixada, de comum acordo entre os jogadores, antes do início de cada partida.
- No caso da quantidade de cartões, a serem alocados a cada vez, for maior ou menor que 4, verificar qual o melhor dos tabuleiros para fazê-lo.
- A cada jogada, antes de alocar as suas fichas ('O' ou 'X') o jogador lança um dado hexagonal para saber quantas fichas deverá alocar na sua vez: 1, 2, 3, 4, 5 ou 6.
- *Modificar a função dos quatro quadrados amarelos, adotando a seguinte regra: O jogador que encostar (ou for obrigado a encostar) uma de suas fichas, em qualquer um das quadrículas amarelas, perderá o jogo.*



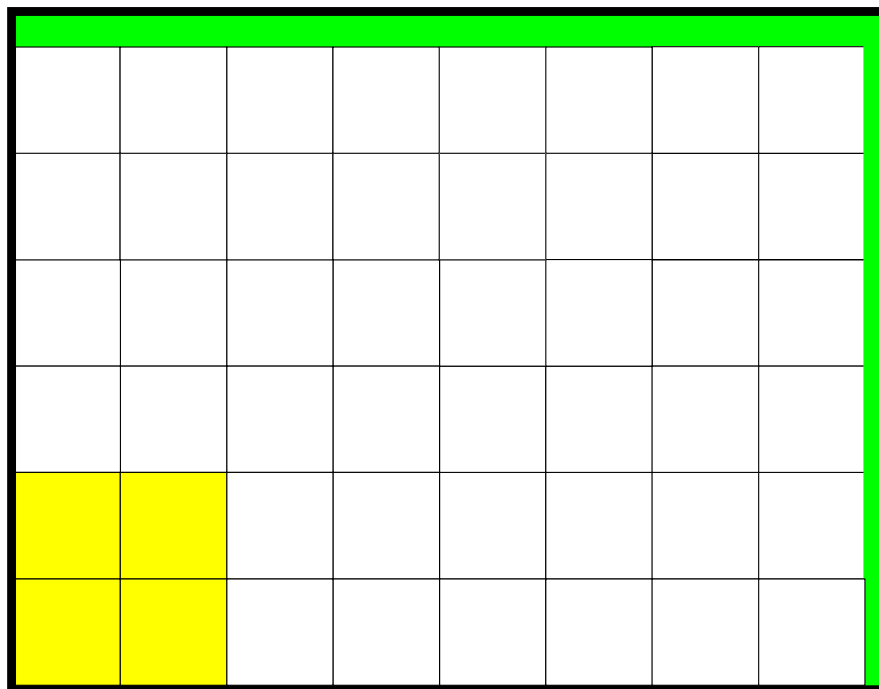
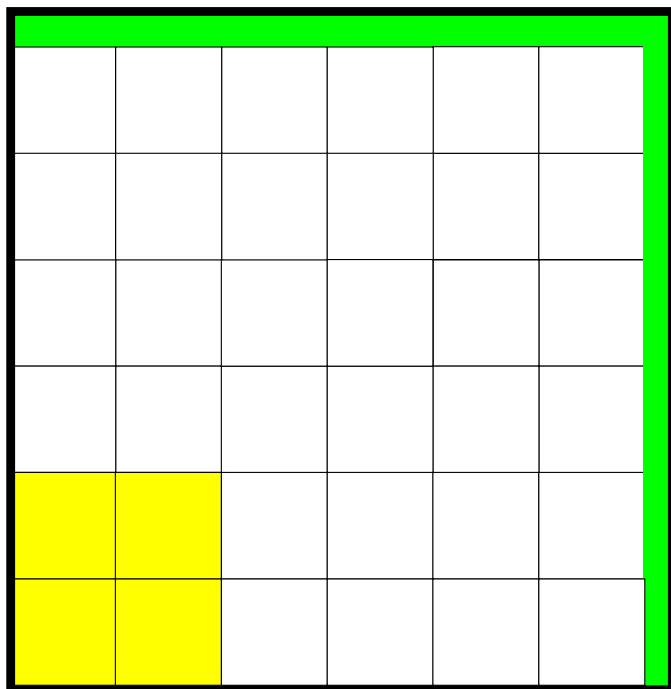
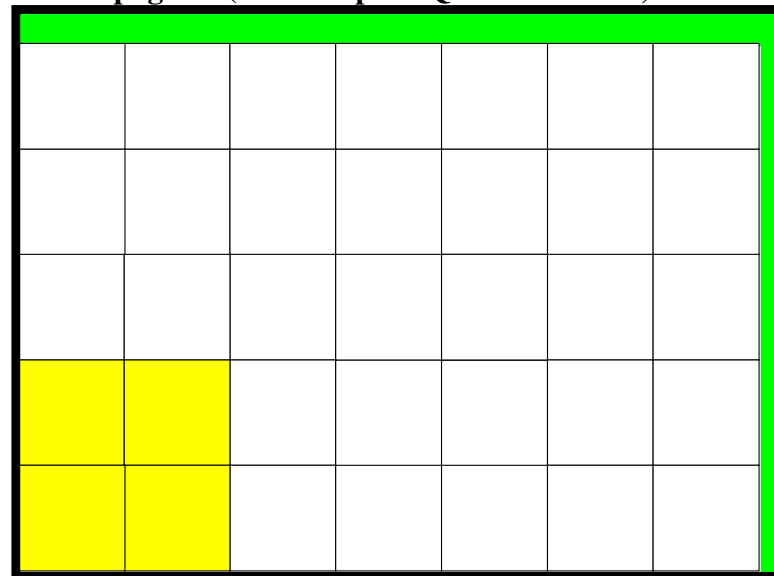
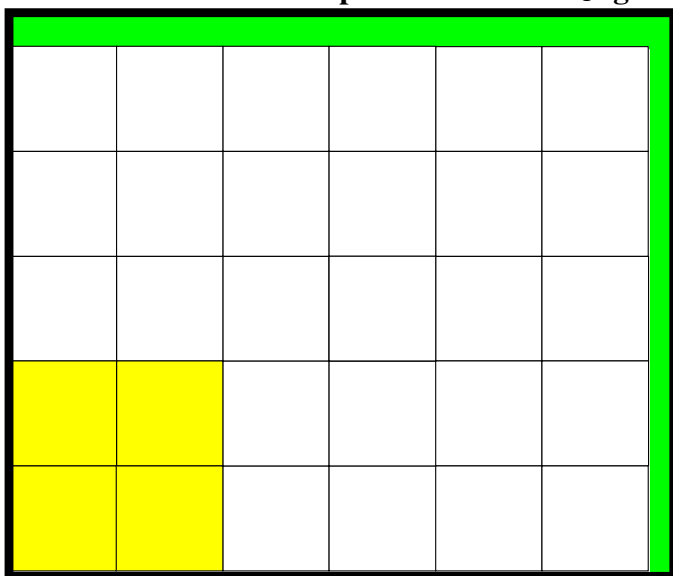
# JLOGC#16- JOGOS PARA O PENSAMENTO LÓGICO Nº 16

## MATERIAL PARA REPRODUÇÃO via IMPRESSORA

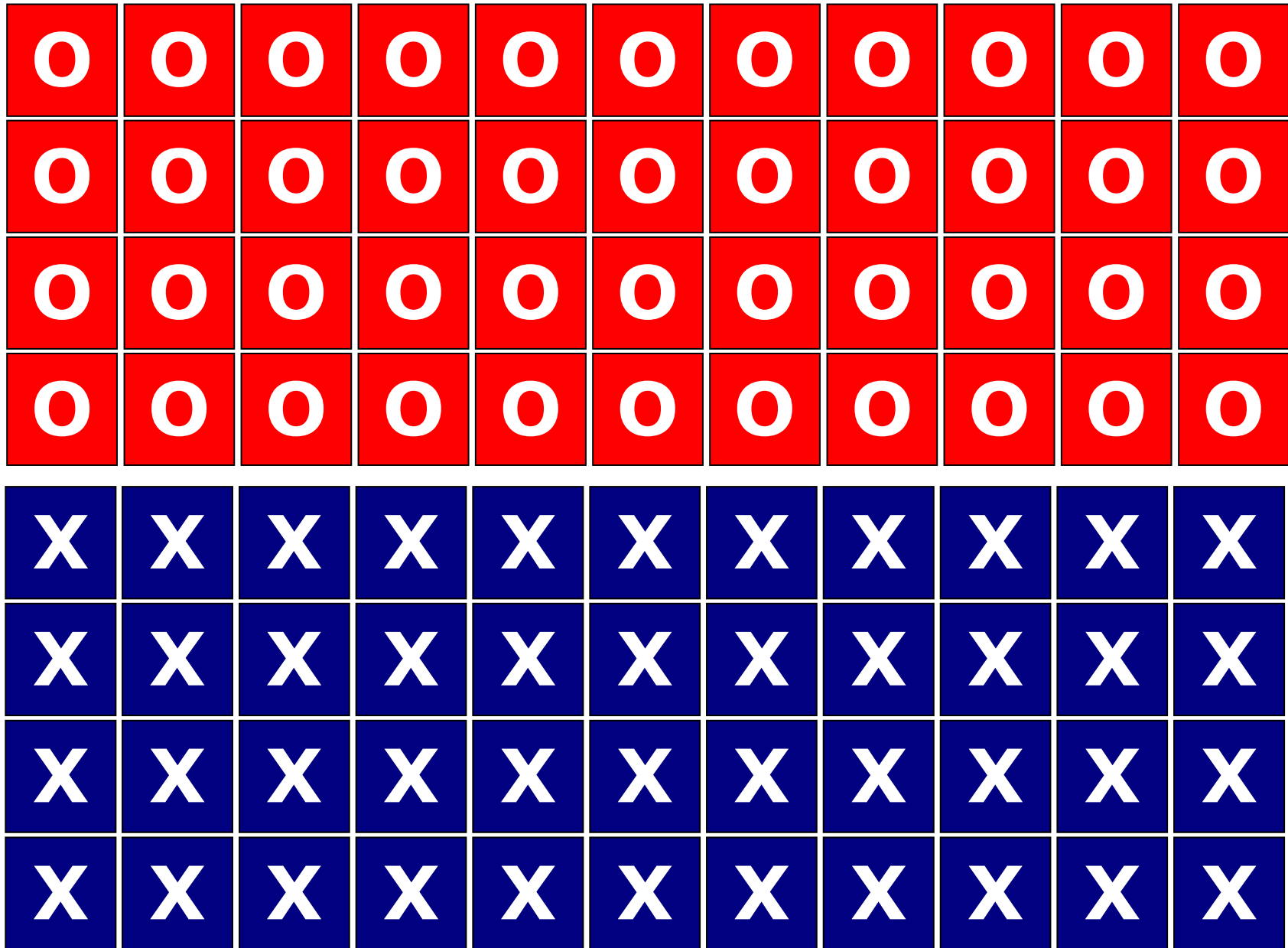




**Tabuleiros para Plastificar e Jogar com Canetas com Tinta Apagável (Canetas para Quadro Branco)**



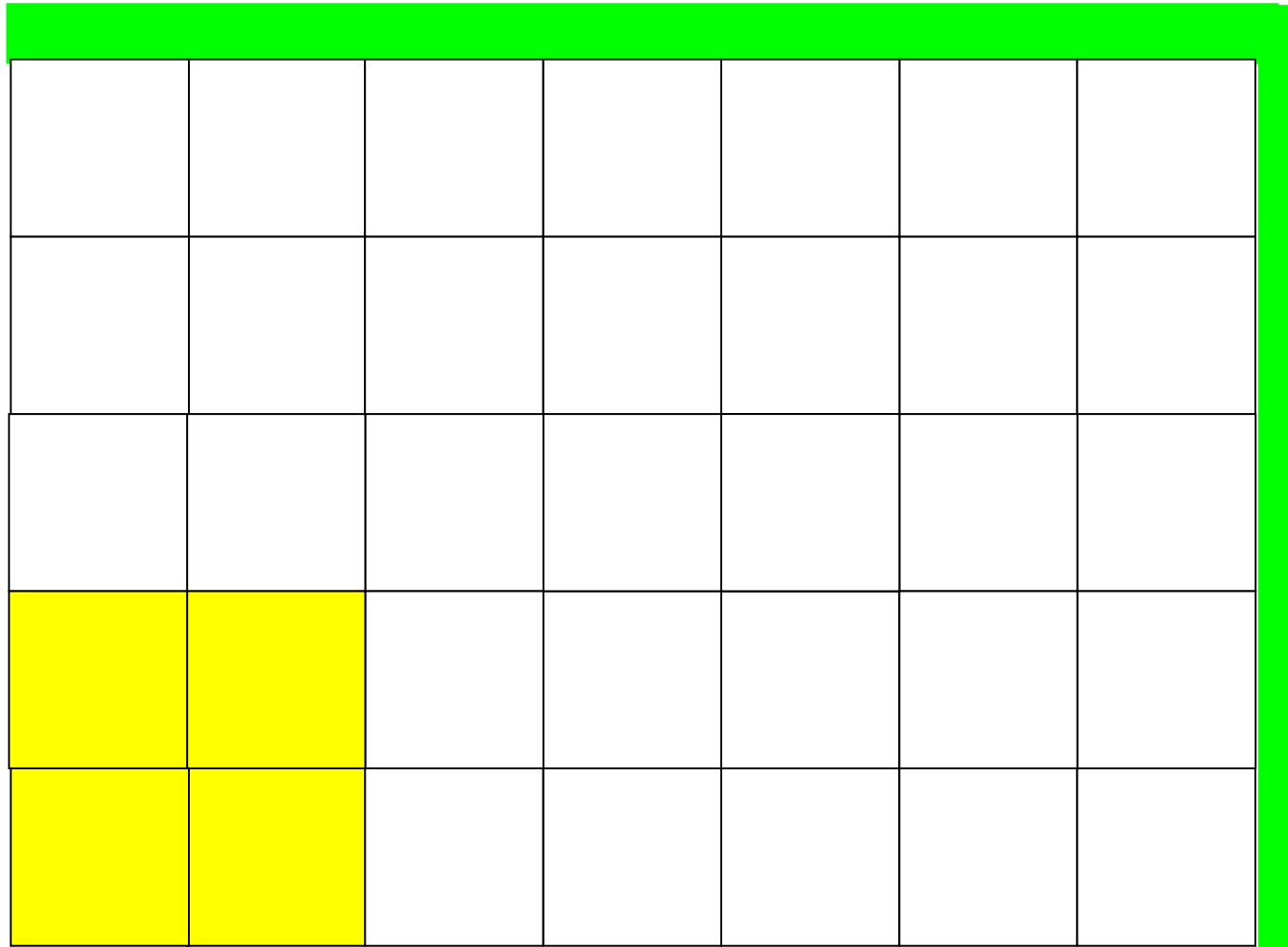
**Fichas ‘O’ e ‘X’ – devem ser plastificadas, coladas sobre EVA e recortadas em seguida.**



**Tabuleiro de 5 X 6 = 30 casas – 4 casas = 26 casas  $\Rightarrow$   $26 \div 4 = 6$  jogadas com 2 casas restantes**

The image shows a 5x6 grid of cells. The top row is highlighted in green. The bottom-left corner, consisting of a 2x2 area of cells, is highlighted in yellow. The rest of the grid is white.


**Tabuleiro de 5 X 7 = 35 casas – 4 casas = 31 casas  $\Rightarrow$  31  $\div$  4 = 7 jogadas com 3 casas restantes**










## JLOGC#17 - JOGOS PARA O PENSAMENTO LÓGICO Nº 17

---

### O JOGO DOS DIAMANTES

---

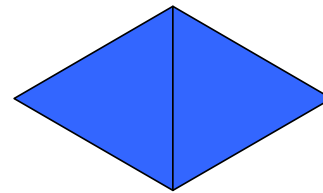
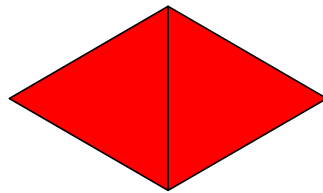
*A partir do estudo do Jogo da Velha que realizamos no JLOGC#15, pudemos criar um 'Novo Tipo de Jogo da Velha' e este curioso 'Jogo dos Diamantes'. Novamente, este é mais um Jogo Para o Pensamento Lógico, em que o autor sugere que o leitor recrie ou modifique as regras estabelecidas, bem como sugere ao leitor mais ousado que crie seus próprios tabuleiros para o jogo. Aí é que estarão, de fato, os Jogos Para o Pensamento Lógico.*

---

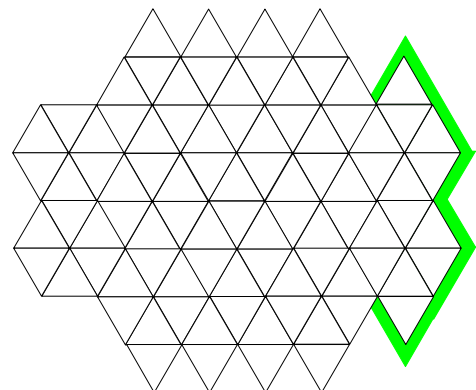
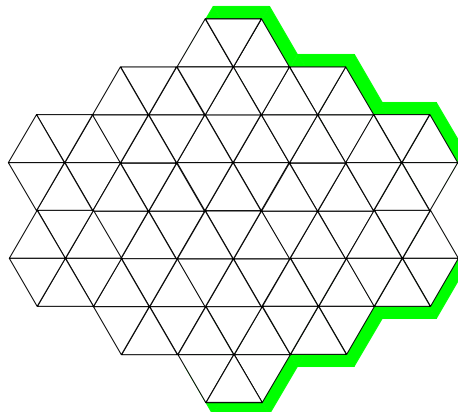
#### 17.1.- O Jogo dos Diamantes

O Jogo apresentado a seguir é denominado *Jogo dos Diamantes*. As regras deste jogo são praticamente as mesmas que as do *Novo Jogo da Velha* apresentado no JLOGC#15. O diferencial, entre estes dois tipos de jogos, fica por conta do seguinte:

- As fichas deste novo jogo são totalmente distintas das anteriores, ao invés de *fichas quadradas* com os símbolos 'O' e 'X', as novas fichas são *losangos em vermelho e em azul*:



- Há dois modelos básicos de tabuleiro especialmente desenhados para receber estas peças, onde alguns triângulos poderão ser pintados de amarelo – à escolha dos jogadores –, representando áreas onde não serão permitidas a colocação de fichas.

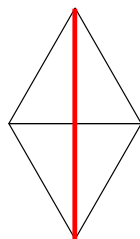


- Além destes dois modelos, há ainda outros três tabuleiros previamente preparados, onde os triângulos já aparecem pintados de amarelo, que serão mostrados adiante.

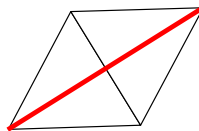
### 17.1.1.- Regras do Jogo

- Cada jogador escolhe fichas de uma mesma cor, como sendo suas.
- Os jogadores, na sua vez de jogar devem preencher (sempre!) *quatro losangos* do tabuleiro com as suas fichas;
- Cada uma das quatro fichas (losangos) poderão ser colocadas nos tabuleiros com seu eixo maior na posição vertical ou inclinada – de acordo com o exemplo a seguir onde as cores foram levemente alteradas para caracterizar cada uma das posições – vertical: nas cores reais e inclinadas: em cores mais claras;

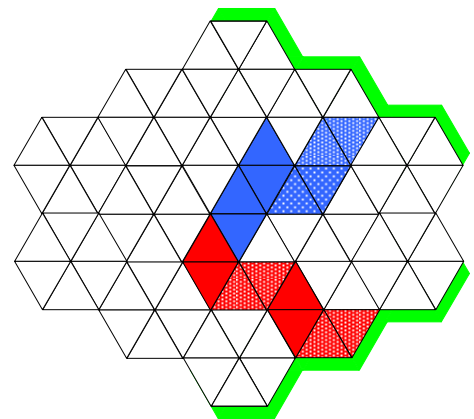
#### Posições do eixo maior do losango



**vertical**



**inclinada**



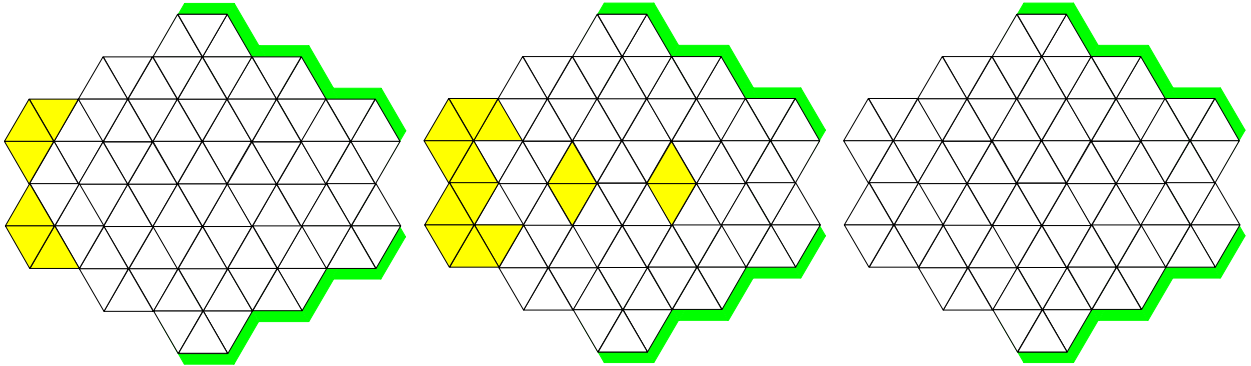
- As fichas devem ser colocadas de forma a sempre estejam ligadas pelas suas respectivas laterais, não se admitindo jogadas em que as fichas estejam apenas ligadas pelos vértices;
- Uma ficha não pode estar ‘solta’ no tabuleiro, ou ela tem pelo menos uma de suas laterais encostada seja na lateral direita e/ou na lateral superior e/ou na lateral inferior do tabuleiro (que apresentam uma *faixa na cor verde*) ou então terá que ter pelo menos uma de suas laterais colada à lateral das fichas que já figurem no tabuleiro
- Adiante o leitor verá que muitas das regras acima podem ser mudadas, mas antes é bom que ele pratique com os diversos tabuleiros sugeridos aqui e construa os seus próprios tabuleiros, para somente então adotar as novas regras e o tabuleiro que sugerimos no item 23.4., localizado bem no final deste texto.

## 17.2.- Os Tabuleiros

Como se afirmou anteriormente, contamos com cinco tabuleiros para os Jogos dos Diamantes, sendo três deles de um modelo e dois outros de um modelo distinto do anterior.

### 17.2.1.- Um 1º Modelo de Tabuleiro

São três os tabuleiros do primeiro modelo. Dois destes tabuleiros já possuem as regiões vedadas à alocação de fichas já desenhadas neles, ou seja, nestes dois tabuleiros já figuram os *triângulos amarelos* – locais em que não são permitidas colocações de fichas.

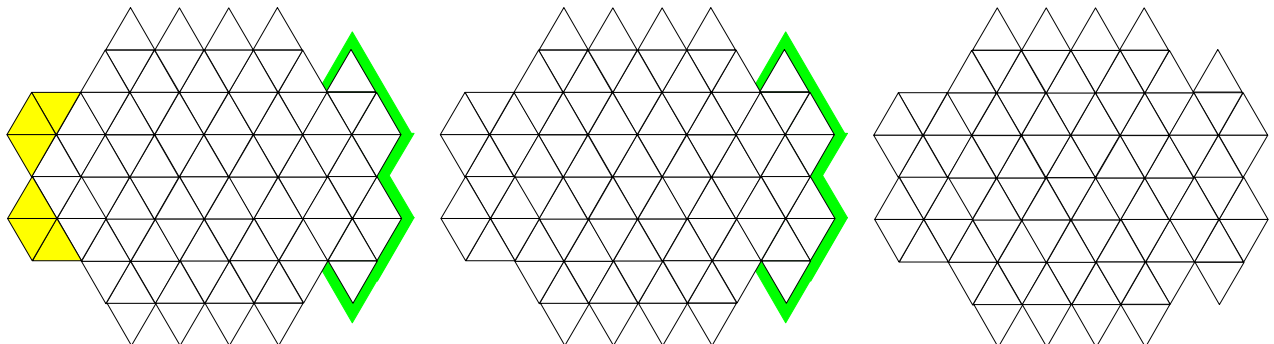


O primeiro tabuleiro tem 6 triângulos amarelos, e o segundo tem 14 triângulos amarelos, sendo que, o último deles não apresenta nenhum triângulo amarelo, o que possibilitará que os jogadores possam escolher, mediante acordo, quais dos triângulos desejam pintar de amarelo.

Um fato bastante curioso sobre este modelo de tabuleiro, é que alguns triângulos, mesmo não estando pintados de amarelo, são triângulos desprovidos de função. E além disto, as bordas verdes se estendem por triângulo onde não será permitida a alocação de fichas. Verifique estas ocorrências.

### 17.2.2.- O 2º Modelo de Tabuleiro

O segundo modelo de tabuleiro é um pouco mais amplo que o primeiro modelo. Os desenhos a seguir mostram os três tabuleiros deste segundo modelo.



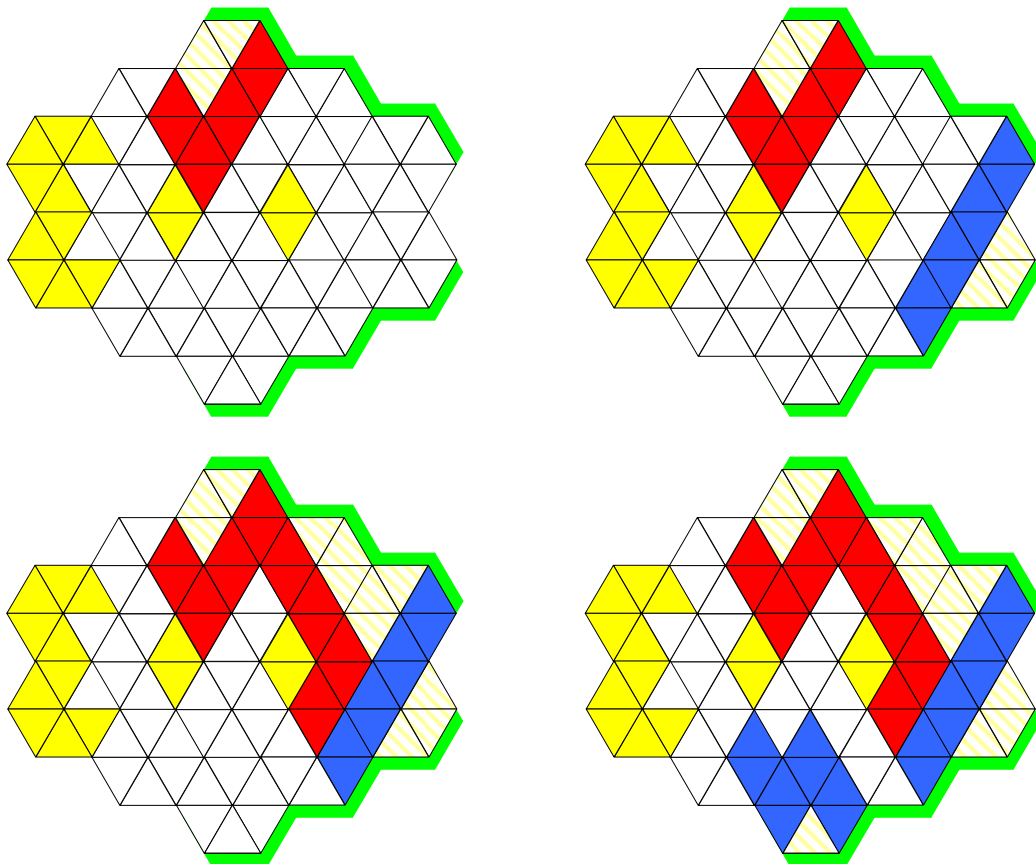
O primeiro tabuleiro apresenta 6 regiões pintadas de amarelo, e todos os triângulos que nele figuram permitem a alocação de fichas – ou seja, neste tabuleiro não existem triângulos desprovidos de função, já o segundo tabuleiro, aparece totalmente sem triângulos amarelos, onde o leitor poderá criar a sua própria estrutura de *triângulos proibidos* pintando de amarelo os triângulos que desejar. No terceiro tabuleiro dever-se-á acrescentar não somente os triângulos amarelos mas a borda verde, o que ficará por conta do que os jogadores combinarem entre si, ou segundo as intenções do leitor, segundo ele queira dificultar ou facilitar o jogo.

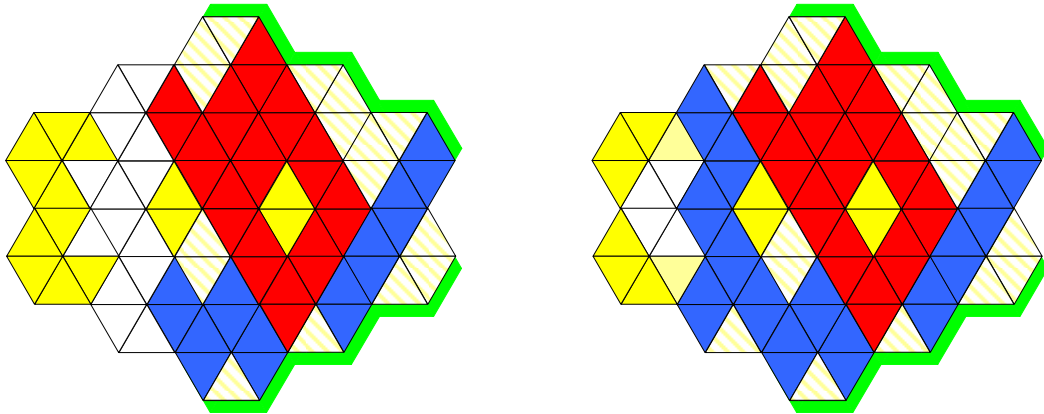
### 17.3.- Exemplos de Jogadas em Duas Partidas

Utilizaremos para exemplificar a primeira partida do Jogo dos Diamantes o tabuleiro com 14 triângulos amarelos, isto é, o segundo tabuleiro, do 1º modelo acima apresentado.

Na segunda partida, utilizamos o primeiro dos tabuleiros do 1º modelo – aquele com apenas 6 triângulos amarelos –, para mostrarmos duas possibilidades de finais em uma partida do Jogo dos Diamantes: uma em que o ‘vermelho’ ganha e a outra em que o ‘azul’, utilizando-se de uma *estratégia* acertada, acaba vencendo,.

#### 17.3.1.- Uma 1ª Partida do Jogo dos Diamantes

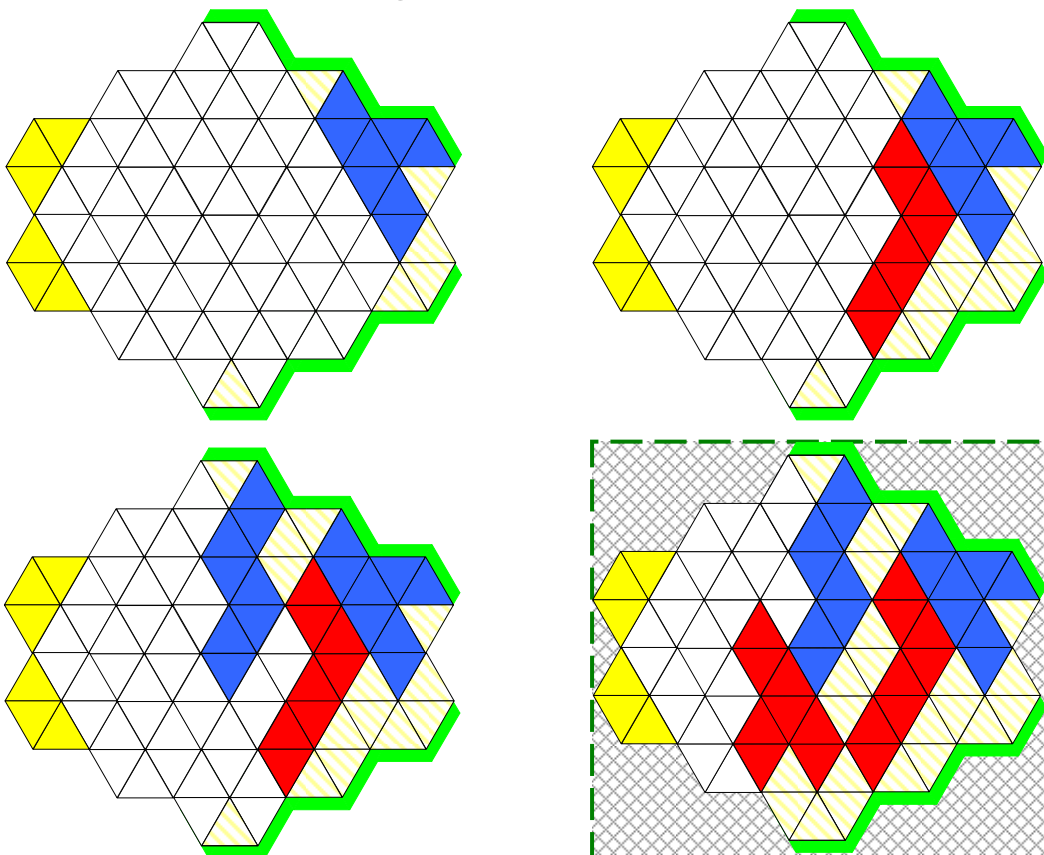




No exemplo acima, o ‘vermelho’ perdeu o jogo pois foi ‘empurrado’ na direção dos triângulos amarelos, ou seja, a única possibilidade de alocar as suas 4 fichas será invadindo a região amarela, o que é, exatamente, o objetivo final do seu oponente: *ganhar o jogo, ou seja, fazê-lo perder o jogo.*

Outra observação interessante fica por conta da posição escolhida para a alocação da fichas no tabuleiro, todas elas foram dispostas com o eixo maior do losango na posição vertical.

### 17.3.2.- Uma 2ª Partida do Jogo dos Diamantes

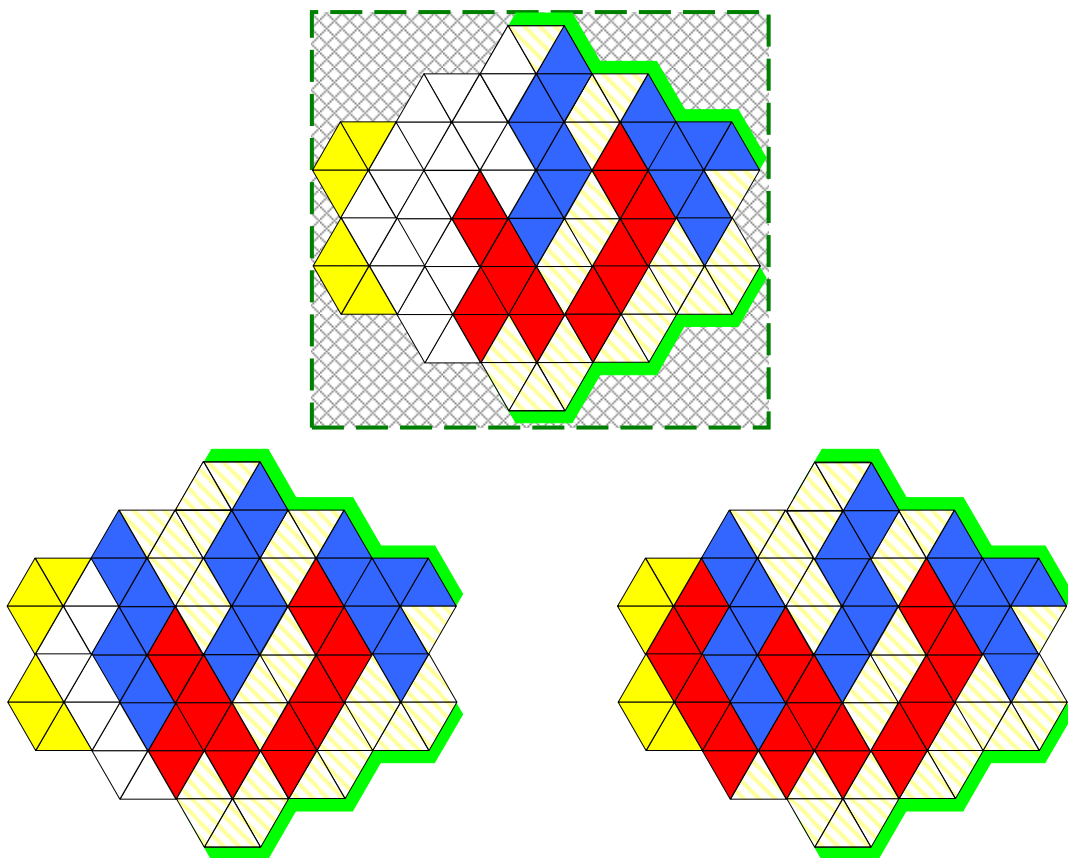


A 2ª partida acima, foi interrompida na 4ª jogada – que aparece emoldurada por um quadrado com bordas tracejadas, na cor verde escuro –, poderá ter finais distintos, dependendo da habilidade dos jogadores nela envolvidos, isto é, poderá vencer tanto jogador que detém as fichas vermelhas ou o que detém as fichas azuis.

A seguir, a título de exemplo, são apresentados dois finais possíveis para esta partida. A quarta jogada é repetida, e a partir dela, o jogo continua. Confira a seguir.

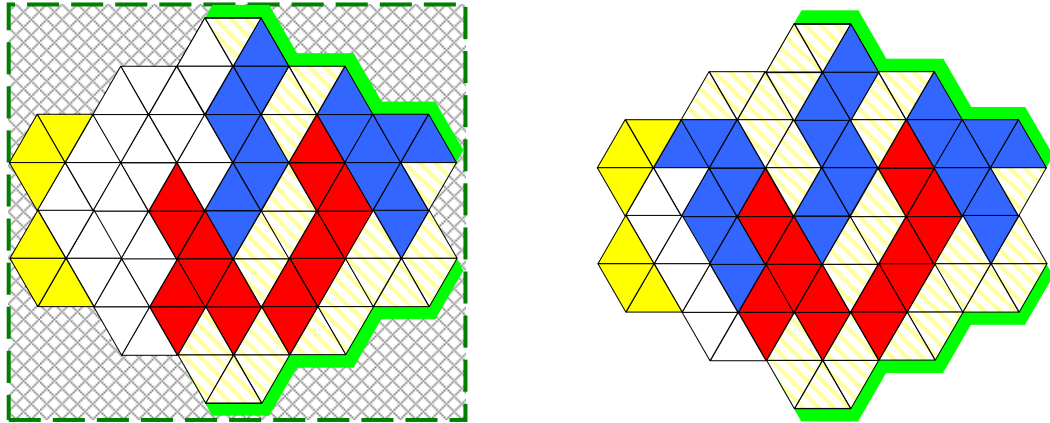
### 17.3.2.1.- 2ª Partida – 1º Final

Nos desenhos a seguir reproduzimos esta 4ª jogada da segunda partida e, em seguidas, mostramos as jogadas em que a vitória é conseguida pelo ‘vermelho’.



### 17.3.2.2.- 2ª Partida – 2º Final

Nos desenhos a seguir reproduzimos esta 4ª jogada da segunda partida e, em seguidas, mostramos a 5ª e última jogada em que a vitória é conseguida pelo ‘azul’.



## 17.4.- Sugestões Interessantes

Como todos os jogos apresentados neste livro, o *Jogo dos Diamantes* pode ter suas regras recriadas ou modificadas pelo leitor, como por exemplo: a exigência da alocação de quatro fichas, a cada jogada, pode ser alterada para 3, 2, ou 1, ou mesmo pode ser alterada para 5 fichas. Também se pode utilizar um dado tetraédrico (com 4 faces) ou um dado hexaédrico (6 faces) para ‘sortear’, a cada vez, a quantidade de fichas a ser jogada por aquele jogador. Assim, um jogo de estratégia, passaria a exigir não somente a adoção de estratégias, mas seria dependente da sorte dos jogadores. Creio que isto tornaria o jogo ainda mais fascinante.

No tocante aos 6 modelos tabuleiros até aqui apresentados, eles também podem ser modificados, bastando ao leitor imprimir alguns tabuleiros a mais (vide a pasta ‘JLOGC#17 do CD-R que acompanha o livro), recortá-los, e recompô-los mediante a justaposição e a colagem destas partes.

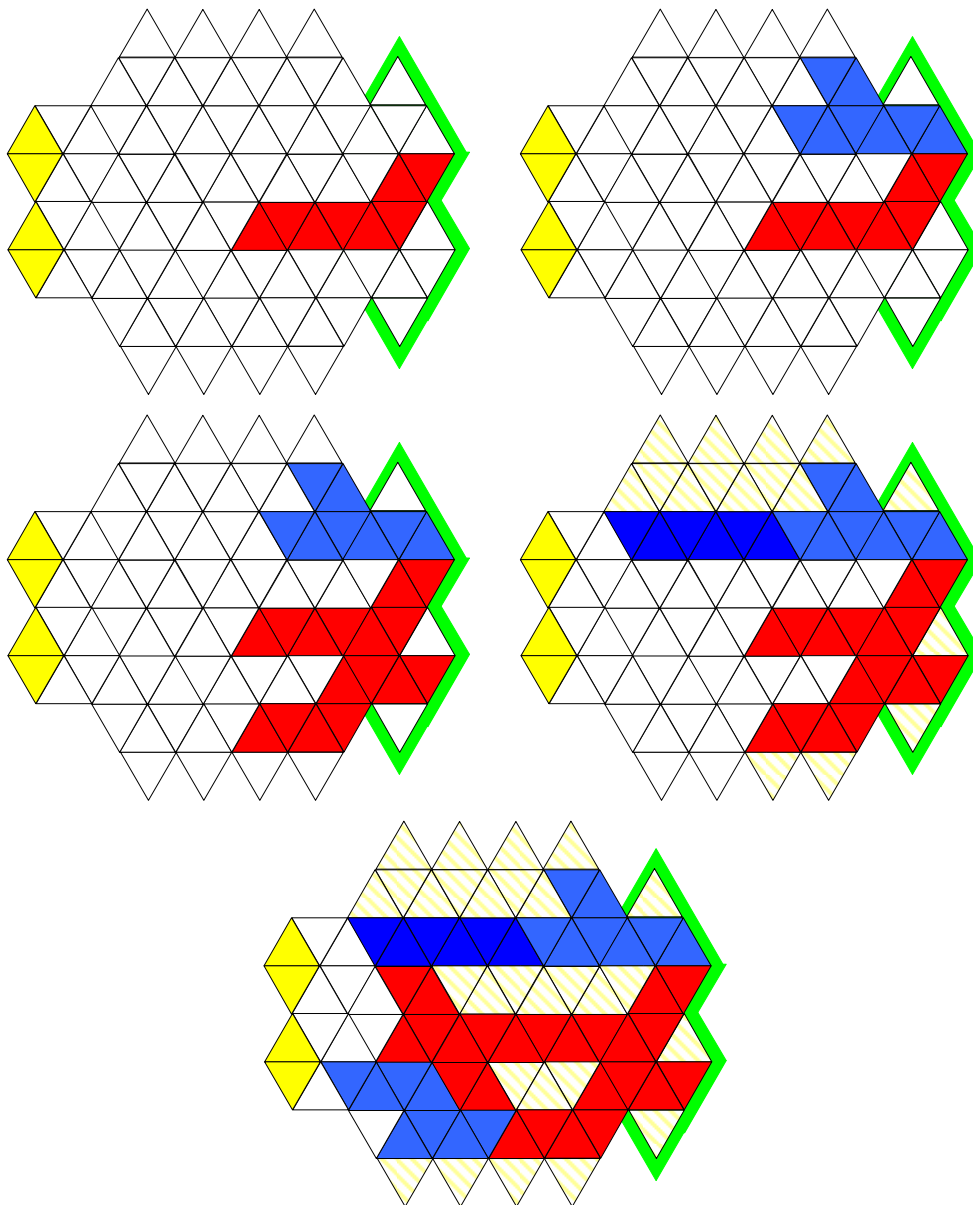
No tocante à alocação das fichas quanto às posições do eixo maior do losango – vertical ou inclinada –, pode-se impor regras em que, das quatro fichas a serem jogadas, duas estejam na vertical e duas inclinadas. Ou ainda, poder-se-ia combinar antecipadamente que todas as fichas devam ser jogadas sempre inclinadas, o que pareceria mais difícil.

Outra modificação a ser tentada nas regras do jogo é a introdução da possibilidade de que as fichas não precisem ter uma de suas laterais encostadas na faixa verde do tabuleiro, bastando ter apenas um de seus vértices tocando aquela faixa; mas neste caso, se um de seus vértices tocar o espaço amarelo, o jogador perderá o jogo.

### 17.4.1.- Um Exemplo de Partida Com algumas Regras Modificadas

Na uma partida do Jogo dos Diamantes, a seguir, adotaremos algumas novas regras:

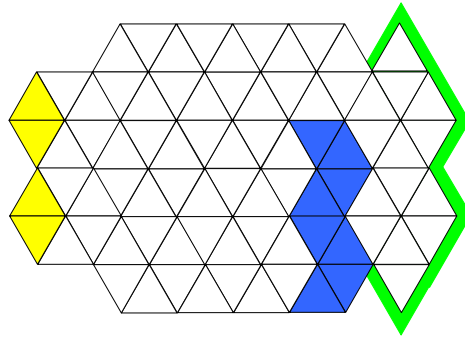
- o tabuleiro apresenta apenas 4 triângulos amarelos – representando áreas onde não serão permitidas a colocação de fichas;
- todos os cartões (4 de cada vez por jogador) devem ser alocados no tabuleiro na posição inclinada;
- o início o final da partida ocorrem pelo simples toque de um dos vértices, respectivamente, na faixa verde e num triângulo amarelo.





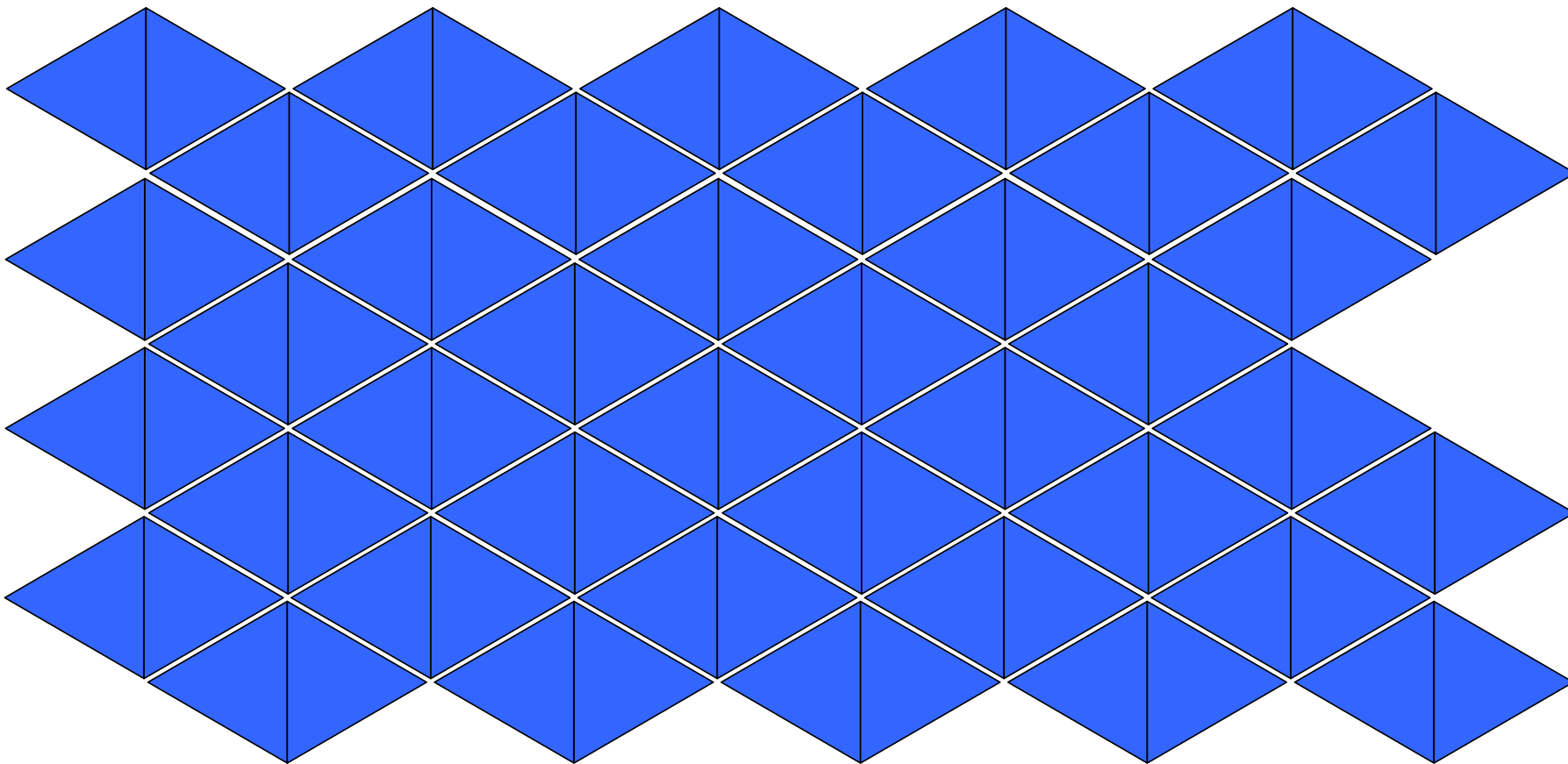
O jogador que jogou com as peças azuis perdeu o jogo, pois um vértice de um de seus diamantes tocou a região amarela.

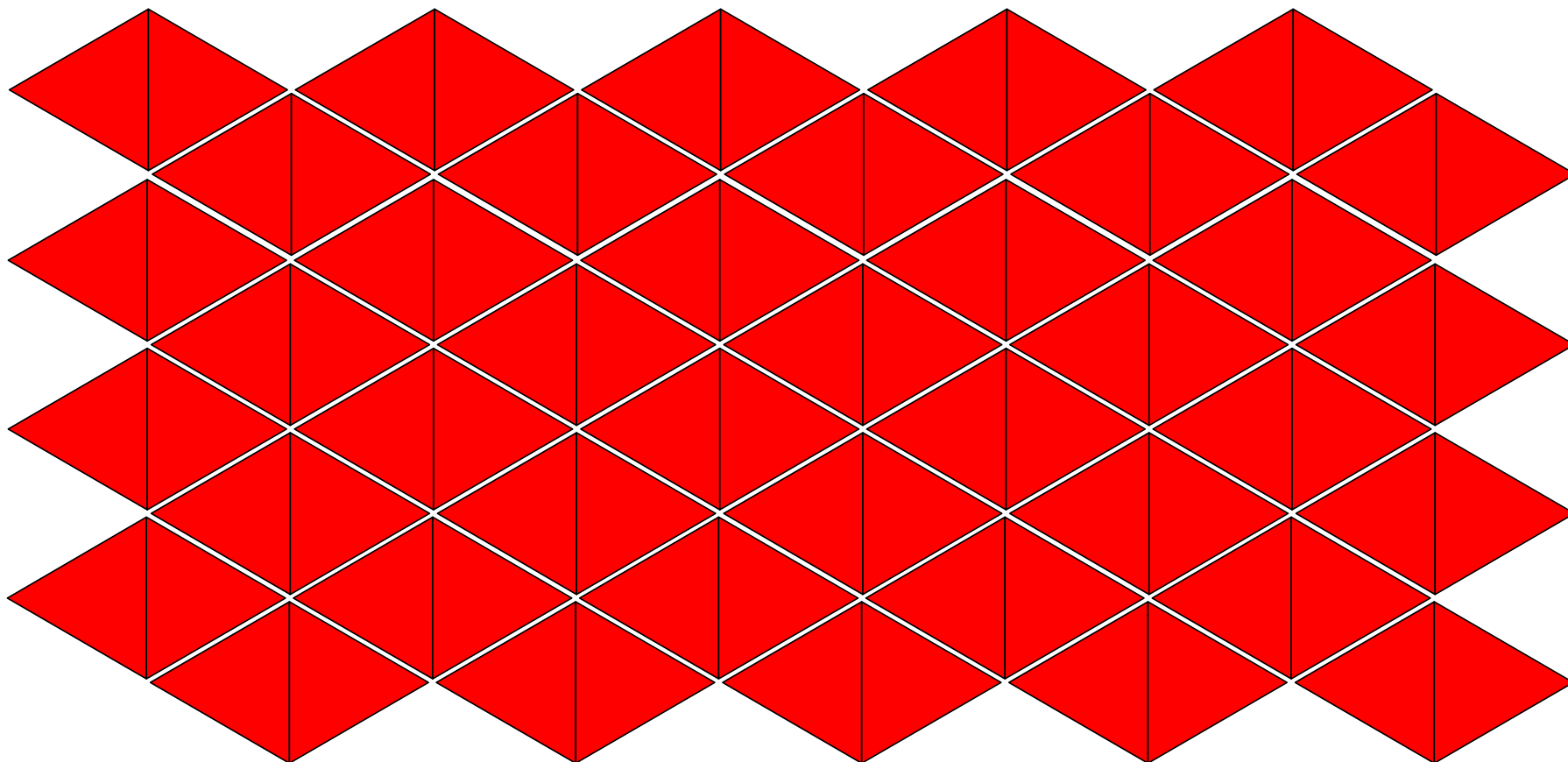
Veja o início de um jogo cujo tabuleiro é, praticamente, o mesmo que o anterior – do qual foram eliminadas algumas das regiões impróprias para o jogo – e as regras jogo são exatamente as mesmas estabelecidas para o exemplo anterior. Veja que a primeira peça do jogo foi alocada no tabuleiro na posição correta (inclinada) mas com apenas um vértice tocando a faixa verde.

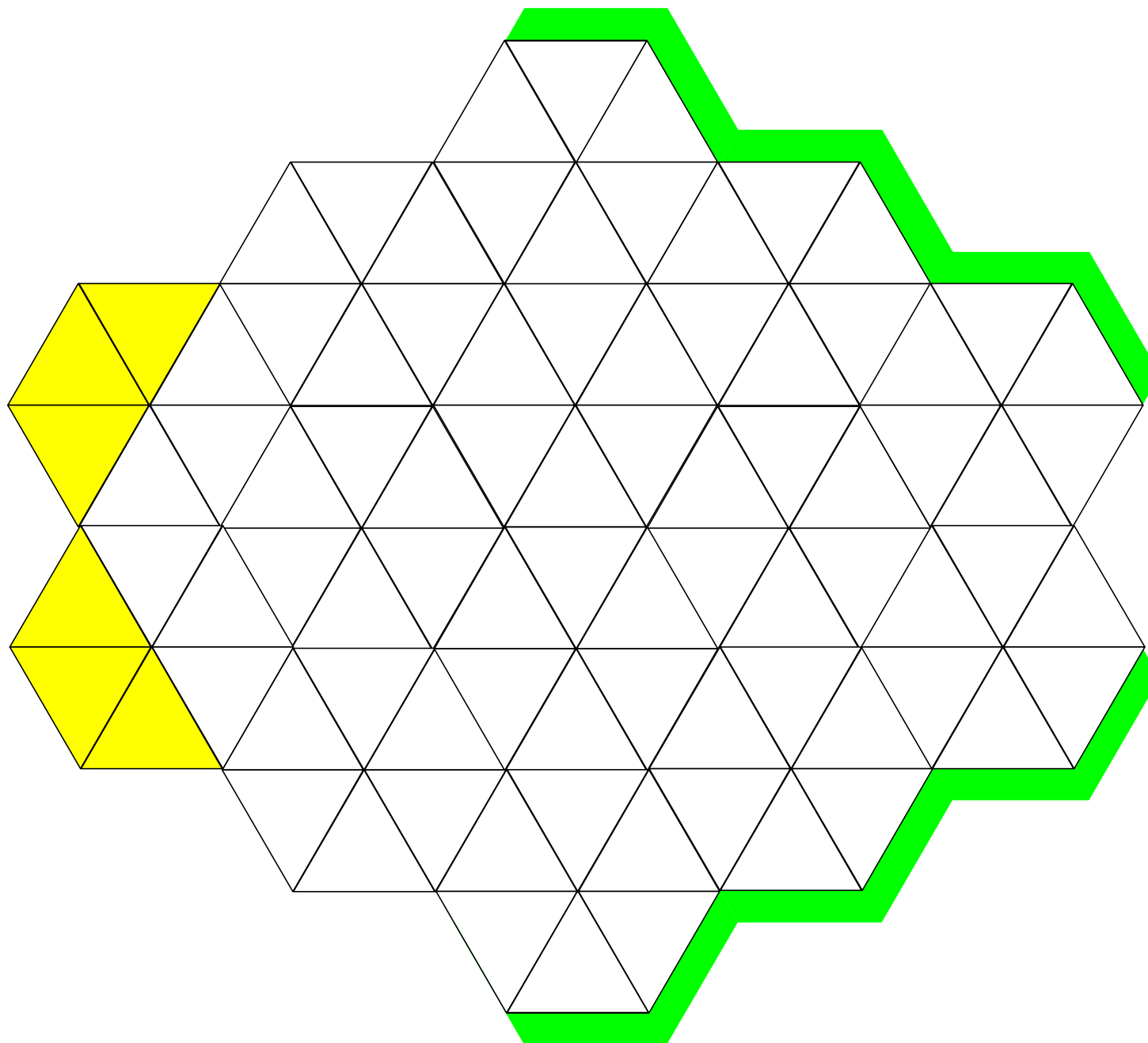


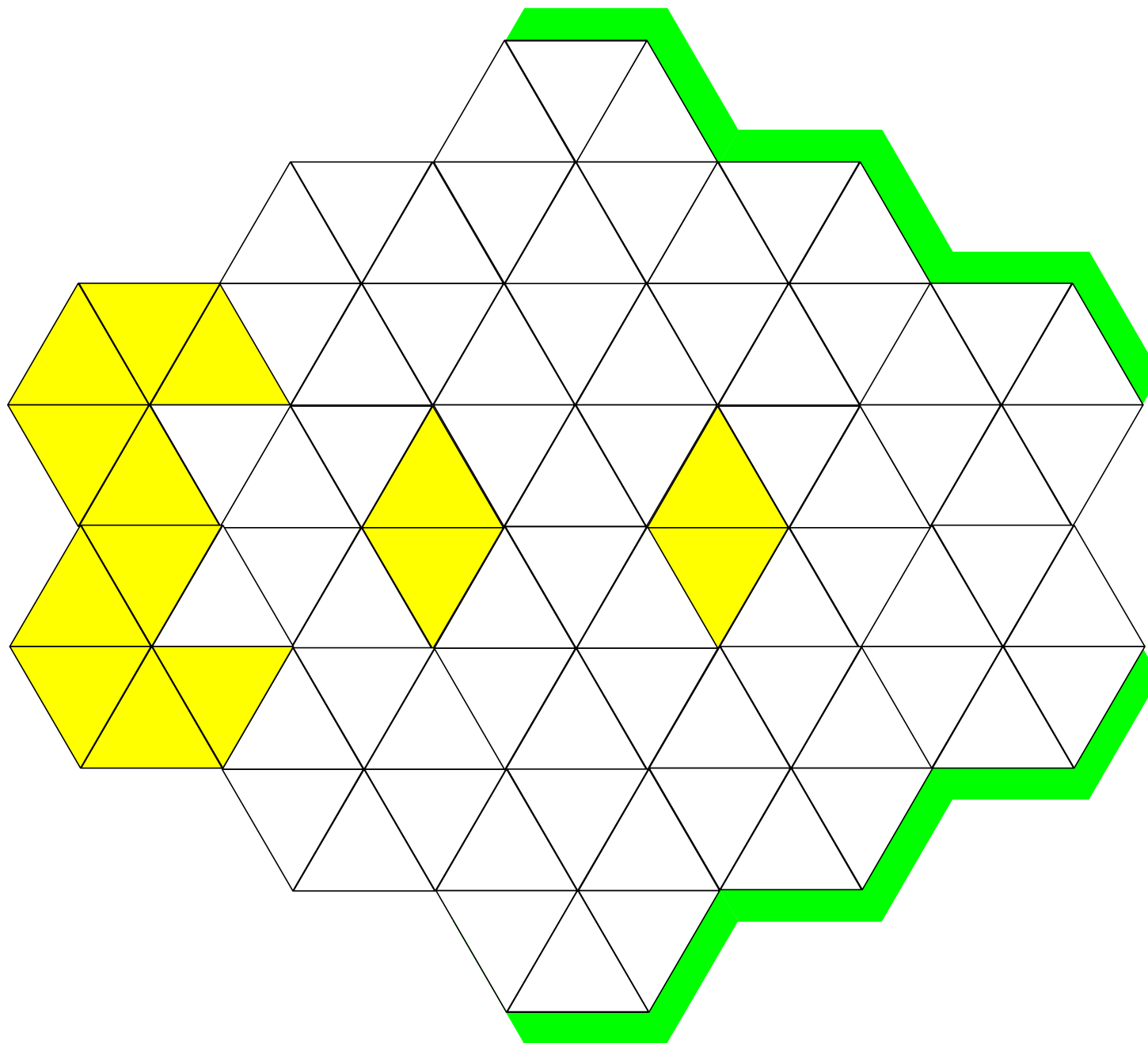
## **JLOGC#17 - JOGOS PARA O PENSAMENTO LÓGICO Nº 17 MATERIAL PARA REPRODUÇÃO via IMPRESSORA**

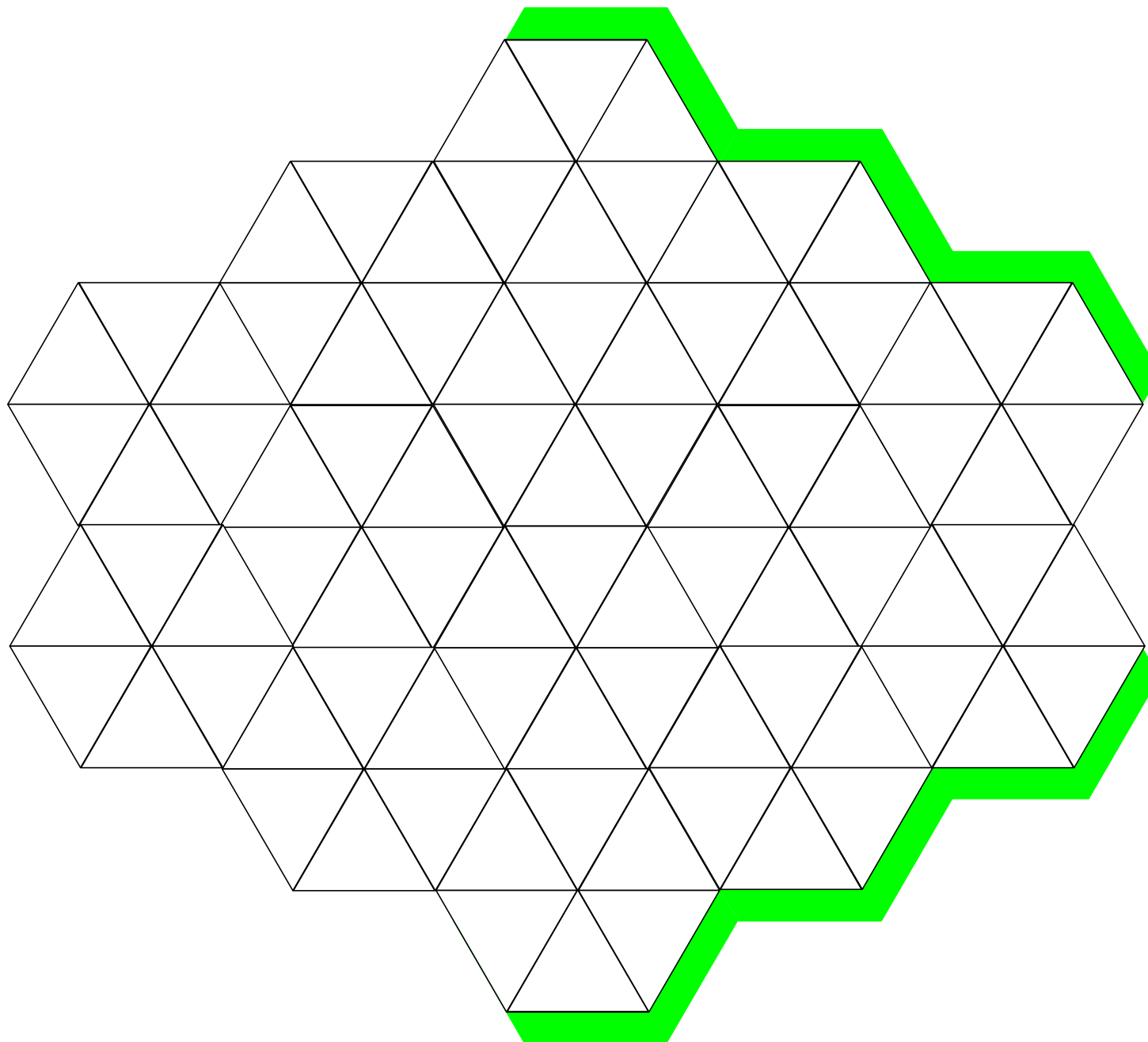
**Fichas em forma de diamantes (losangos) – devem ser plastificadas, coladas sobre EVA e recortadas em seguida.**

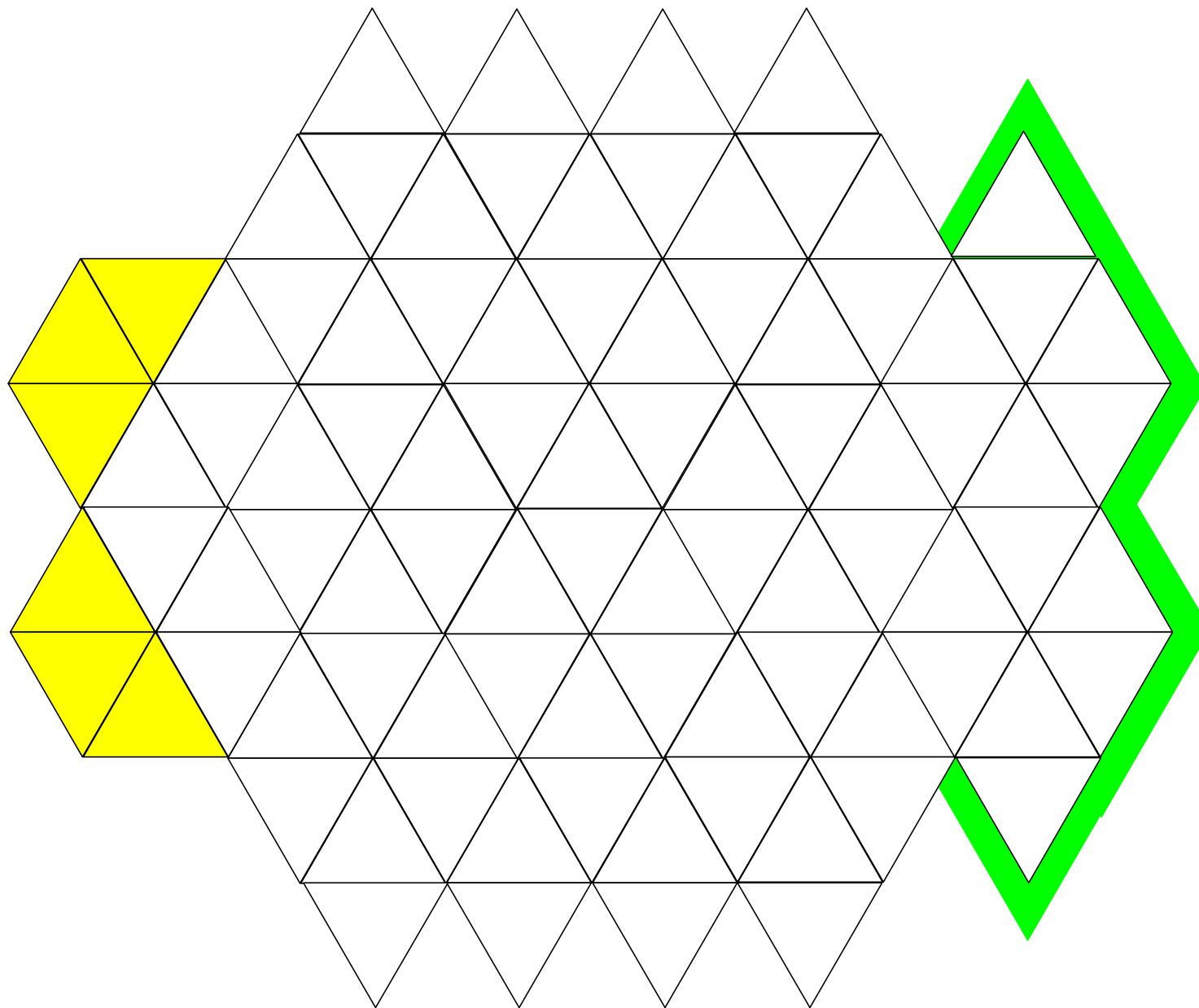


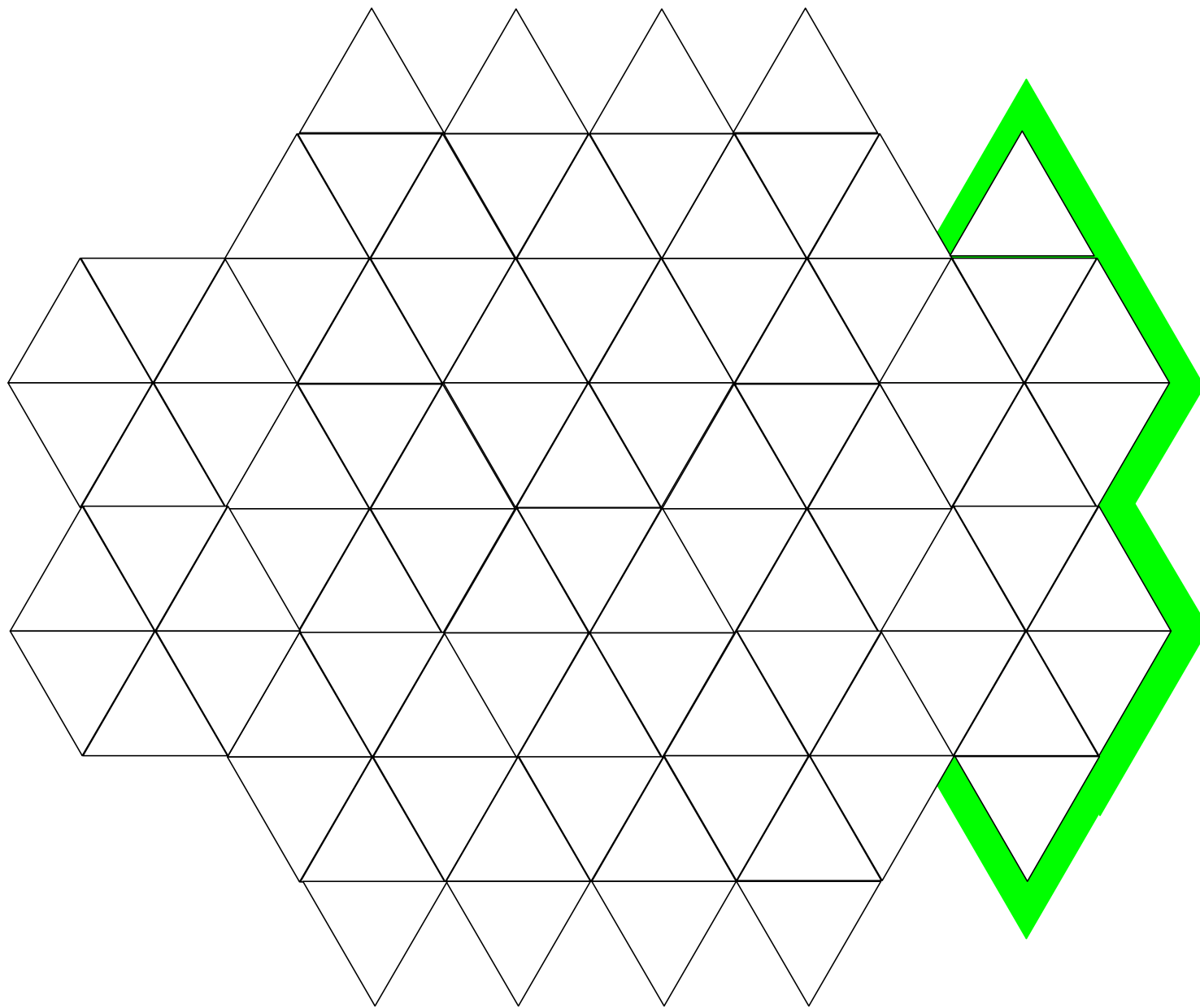




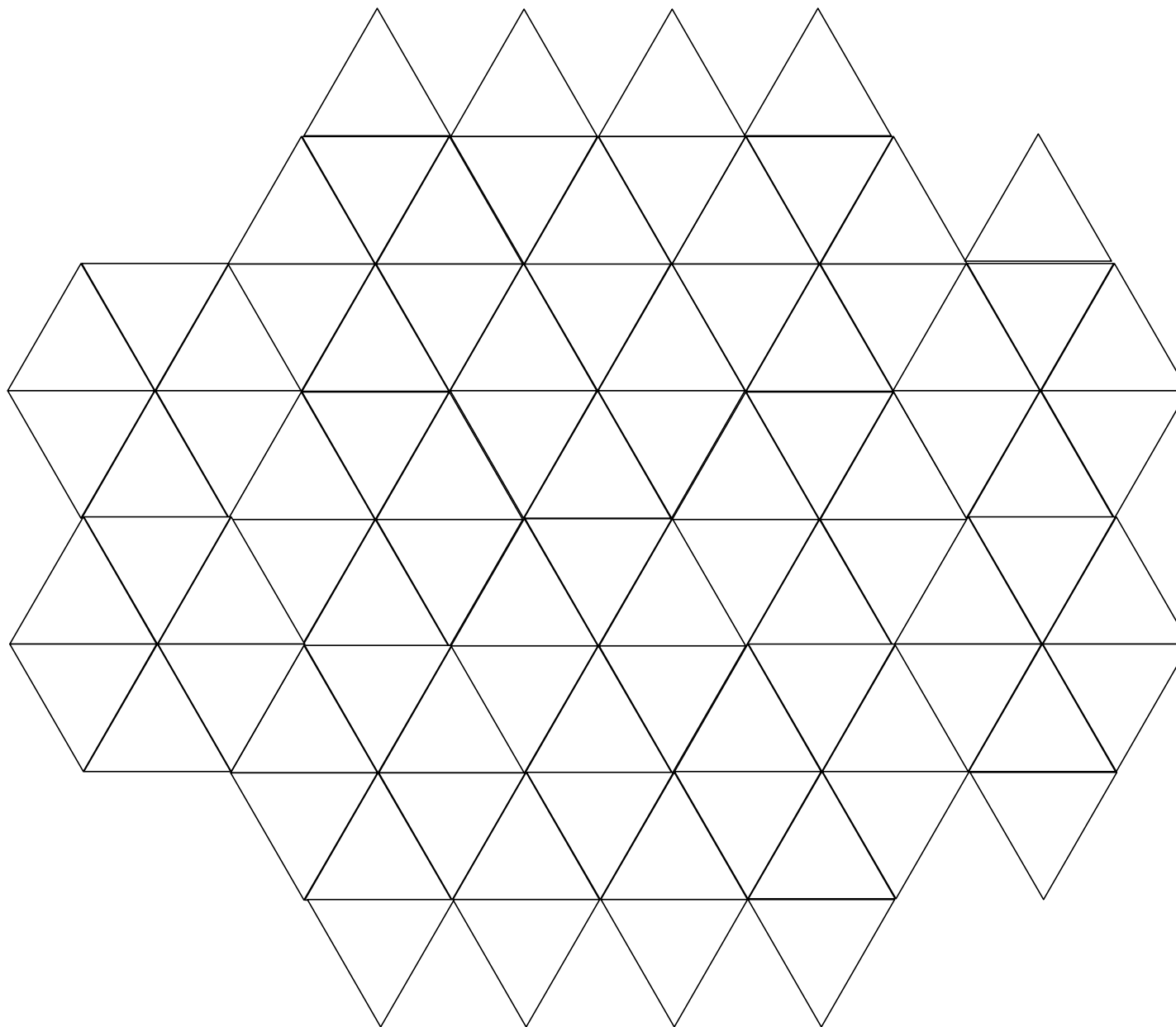












## **JLOGC#18 – JOGOS PARA O PENSAMENTO LÓGICO Nº 18**

---

### **JOGO DAS MALHAS AXADREZADAS**

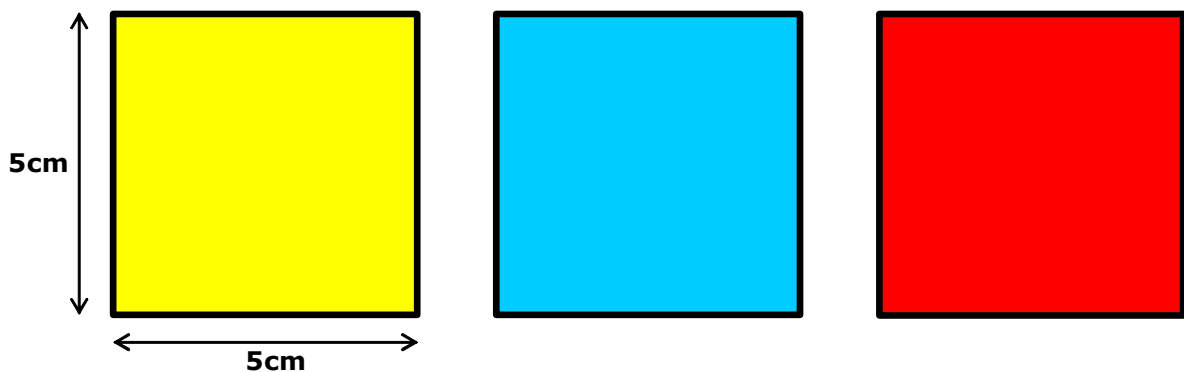
---

*Os cartões denominados malhas (ou matrizes) axadrezadas têm diversos atributos<sup>1</sup>, tais como: malhas quadriculadas com 4, 6 ou 9 celas, dispostas respectivamente nos formatos 2×2, 2×3 e 3×3; cores de fundo (amarelo, azul e vermelho) que permite identificar respectivamente a quantidade das celas nas malhas; quantidades e distribuição de veladuras (na cor cinza) que permite contrastar as celas vazias das celas ocupadas. Pode-se jogar com estes cartões: Jogos Exploratórios denominados Jogos Livres ou Jogos das Descobertas; o Jogo da Complementação; o Jogo da Identidade; o Jogo da Inclusão ('contido em' e 'contém'); o Dominó das Diferenças.*

---

### **18.1.- Os Cartões**

Os cartões do *Jogo das Malhas Axadrezadas* medem 5 cm × 5cm e se apresentam, como o mostrado abaixo, com as seguintes cores de fundo: amarelo, azul ou vermelho.



#### **18.1.1.- Sobre as Matrizes a Serem Estampadas nos Cartões**

Cada um dos cartões do deste jogo irá trazer estampada uma *malha quadriculada* – denominada *matriz* – contendo  $m \times n$  *quadrículas* dispostas em *m linhas* e *n colunas*, medindo cada quadrícula 1,5 cm × 1,5 cm. As *quadrículas* são também denominadas *celas*.

---

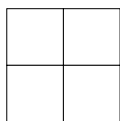
<sup>1</sup> Atributo: aspecto, qualitativo ou quantitativo, que distingue um integrante de um conjunto observado.

As **matrizes** são entes matemáticos que, quanto ao número de linhas (m) e colunas (n) podem ser classificadas como sendo:

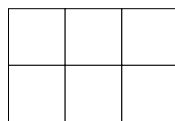
- **matriz retangular** são aquelas em que  $m \neq n$ , ou seja, a quantidade de linhas for diferente da quantidade de colunas;
- **matriz quadrada** são aquelas em que  $m = n$ , ou seja, a quantidade de linhas for igual à quantidade de colunas.

### 18.1.1.1.- Exemplos de matrizes Quadradas e Retangulares

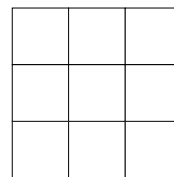
As matrizes apresentadas nos exemplos a seguir podem ser classificadas, quanto ao tipo – quanto ao número de linhas e colunas –, como: (a)  $2 \times 2$  é uma matriz quadrada; (b)  $2 \times 3$  é retangular; (c)  $3 \times 3$  é quadrada (d)  $4 \times 4$  é quadrada:



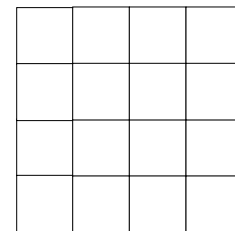
(a)



(b)



(c)



(d)

Não há limitação para a quantidade de linhas e colunas em uma matriz. Neste JLOGC#18 iremos trabalhar apenas as três matrizes do exemplo acima: (a), (b) e (c).

### 18.1.2.- Os Cartões-Padrão Classificados Quanto ao Tipo

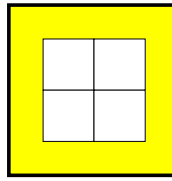
Normalmente, em cada uma das posições (no nosso caso: celas ou quadrículas) de uma matriz podem ser distribuídos: números, letras, figuras ou objetos – que são os seus ‘elementos’. No caso dos cartões *do Jogo das Malhas Axadrezadas*, as celas poderão ser *preenchidas, ou não*, por uma veladura<sup>2</sup> (na cor cinza) que permite contrastar as celas vazias das celas ocupadas.

Os cartões a seguir apresentados são os três **tipos** de cartões-padrão em que iremos *distribuir as veladuras que variam, do zero, até à quantidade total de celas da matriz*.

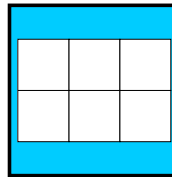
---

<sup>2</sup> Veladura: ato ou efeito de velar, encobrir. Velar: tornar escuro, escurecer.

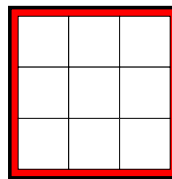
1. Matriz  $2 \times 2$  ou *matriz quadrada* de ordem 2 (com 4 celas) – moldura amarela:



2. Matriz  $2 \times 3$  ou *matriz retangular*  $2 \times 3$  (com 6 celas) – moldura azul:



3. Matriz  $3 \times 3$  ou *matriz quadrada* de ordem 3 (com 9 celas) – moldura vermelha:



### **18.1.3.- Sobre a Adoção de Matrizes Com mais Celas**

Na verdade, como se afirmou anteriormente, não deveria existir uma limitação para a escolha das dimensões destas matrizes que poderiam ter indiferentemente qualquer quantidade de linhas ou de colunas, como por exemplo:  $3 \times 4$  (12 celas),  $4 \times 4$  (16 celas),  $4 \times 5$  (20 celas), e assim por diante. No entanto, a única limitação para adoção de tipos mais amplos de matrizes, além daqueles três que adotamos, é o aumento da complexidade do processo de geração destes tipos de *matrizes axadrezadas* – o controle da correta distribuição das veladuras, em matrizes com muitas celas, se torna muitíssimo complicado.

## **18.2.- Classificando as Matrizes Axadrezadas**

As matrizes axadrezadas podem ser classificadas, como vimos até aqui, pele tipo, ou seja, quanto à quantidade de linhas e colunas (ou de acordo com a cor da moldura dos cartões, que são formas distintas para um mesmo tipo de classificação):  $2 \times 2$  = moldura amarela;  $3 \times 2$  = moldura azul;  $3 \times 3$  = moldura vermelha.

Além desta classificação bastante simples e de identificação imediata, outras duas, mais complexas, são possíveis:

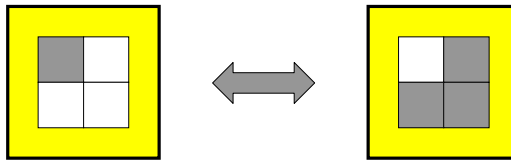
- Quanto à quantidade de veladuras;
- Quanto ao índice de multiplicidade,

cujas definições e exemplos serão vistos, imediatamente a seguir.

### 18.2.1.- Classificação Quanto à Quantidade de Veladuras

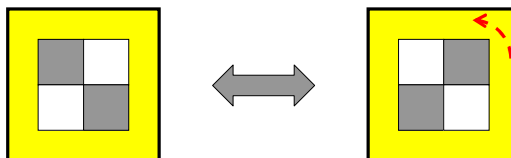
Quanto à quantidade de celas veladas (*do latim, velátus, a, um 'velado = coberto com véu'*), em uma matriz axadrezada, há dois subtipos a serem considerados:

- Dois Matrizes Axadrezadas são Complementares Distintas quando cada uma de suas veladuras corresponde às celas em branco na outra matriz, e vice-versa. As Matrizes Axadrezadas Complementares Distintas sempre possuem uma figura complementar distinta dela mesma, como mostradas na figura a seguir.



No exemplo acima, a matriz e a sua complementar são distintas entre si – as celas em branco da primeira correspondem às celas veladas da segunda matriz.

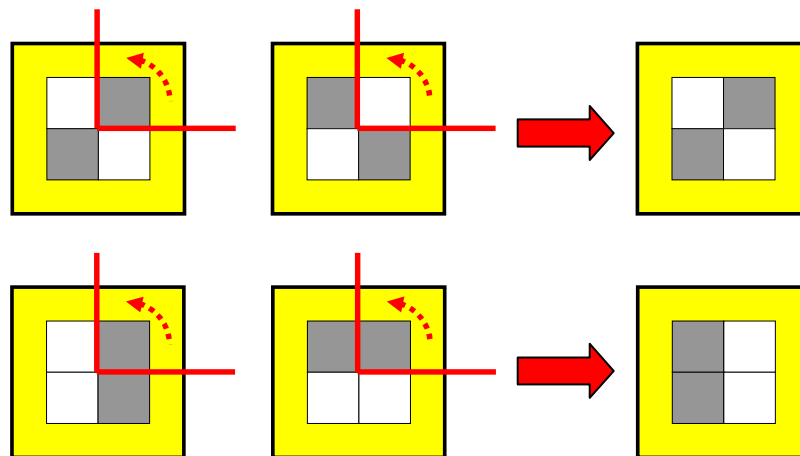
- As Matrizes Axadrezadas Autocomplementares são aquelas em que o seu complemento é ela mesma. No caso de Matrizes Axadrezadas Autocomplementares, tanto a matriz como sua complementar são exatamente as mesmas – para verificar isto, basta girar a segunda delas, no plano, conforme pode ser visto na figura abaixo, de um ângulo de 90° (e em alguns casos de um ângulo de 180°), conforme mostrado no item 18.2.1.1. a seguir.



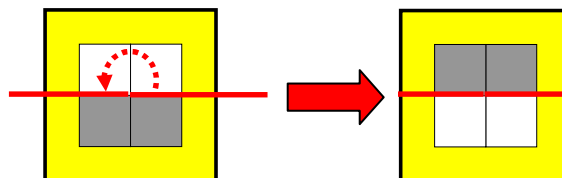
### 18.2.1.1.- Matrizes Autocomplementares – Girar 90° ou 180°?

Há casos que, para obtermos a figura autocomplementar de uma dada matriz, não basta girar o cartão de apenas 90°, mas sim, é necessário fazê-lo com 180°. Há dois casos para a comprovação de que uma matriz é autocomplementar:

- **1º Caso:** girando duas vezes a figura inicial de um ângulo de 90° (que é o mesmo que girá-la de 180°) algumas malhas voltam à posição original, sendo que outras se apresentam como simétricas à figura original:



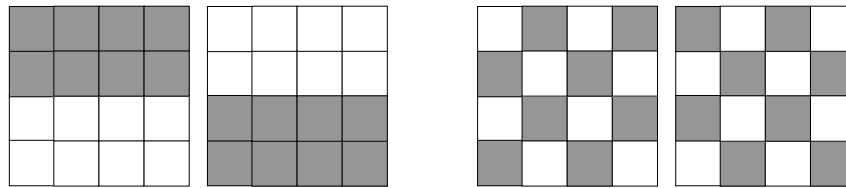
- **2º Caso:** Girando apenas uma vez a figura inicial de um ângulo de 180° a figura obtida é complementar da original:



### 18.2.1.1.- Casos de Malhas que não Produzem Matrizes Autocomplementares

As Matrizes Autocomplementares somente ocorrem quando a quantidade de celas de uma malha é um número par: 4, 6, 8, 12, 14, 16, por exemplo. No caso das matrizes com uma quantidade ímpar de celas, como no caso que iremos apresentar a seguir, nas matrizes 3×3 que tem 9 celas, não há como gerar Matrizes Autocomplementares.

Veja nos exemplos a seguir matrizes Autocomplementares quando a malha é 4×4, ou seja, há nela 16 celas.



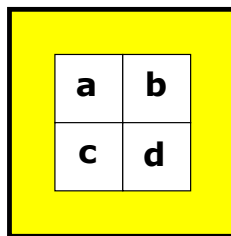
No nosso caso específico, como iremos trabalhar apenas com matrizes com 4, 6 e 9 celas, respectivamente nas medidas 2x2, 2x3 e 3x3, somente nos dois primeiros casos irão ocorrer as matrizes autocomplementares, as demais serão matrizes básicas cujas matrizes complementares serão a elas distintas.

### 18.2.2.- Classificação Quanto ao Índice de Multiplicidade

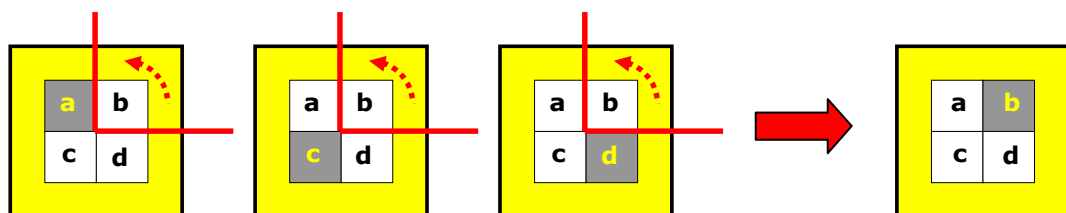
Ao girarmos, sobre o plano, um cartão contendo uma *matriz com a malha axadrezada* nós podemos calcular o índice de multiplicidade desta matriz.

*Vejamos como isto funciona:*

- Seja considerar a matriz 2 x 2 a seguir, onde cada cela será referida por uma letra: a, b, c ou d, exatamente como aparece na figura:



- Vamos tomar um cartão cuja veladura esteja na *cela a* na matriz acima. Vamos girar este cartão 4 vezes e observar o que ocorre giro por giro: (1º giro) a veladura que figurava na *cela a* passará a ocupar a posição da *cela c*; (2º giro) *cela d*; (3º giro) *cela b*, (4º giro) a veladura retornará à posição inicial, à *cela a*.

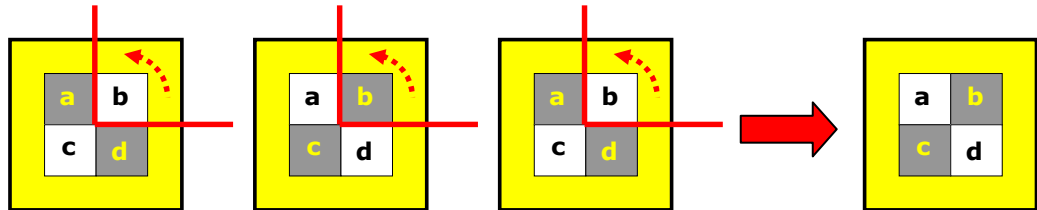


- Estas 4 posições relativas das veladuras de uma mesma matriz denominaremos: índice de multiplicidade de uma Matriz Axadrezada. No caso do exemplo acima temos para aquela matriz um índice de multiplicidade = 4.

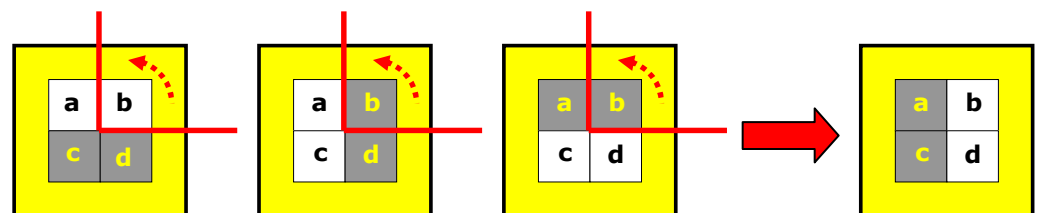
### 18.2.2.1.- Obtenção dos Índices de Multiplicidade - Exemplos

A seguir, são mostrados alguns exemplos do cálculo dos *índices de multiplicidade* de algumas matrizes  $2 \times 2$ :

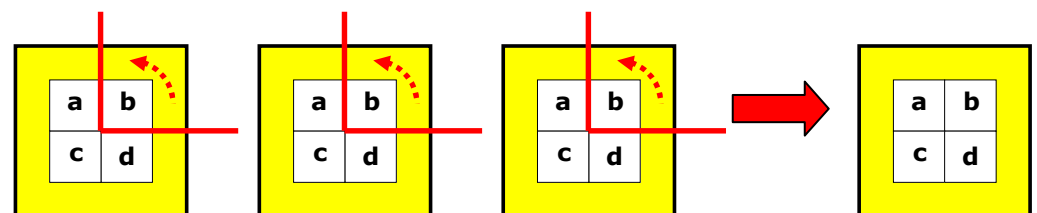
→ **Posições das veladura:** (a,d), (b,c), (a,d), (b,c); temos aqui um **índice de multiplicidade = 2**



→ **Posições das veladura:** (c,d), (b,d), (a,b), (a,c); temos neste exemplo um **índice de multiplicidade = 4**



→ **Posições das veladura:** quando não há veladuras no cartão, veremos que o cartão mesmo que girado de  $90^\circ$ , várias vezes, continua sendo o mesmo; assim o seu **índice de multiplicidade = 1**



### 18.2.3.- Cálculo da Quantidade de Matrizes Segundo as Veladuras

Sabido quais são os modelos de cartões que podem ser gerados: aqueles contendo as *Matrizes Complementares Distintas* e as *Matrizes Autocomplementares*, vamos propor uma fórmula matemática para o cálculo ‘bruto’ da quantidade de matrizes básicas:

$$Q_{\text{de cartões básicos}} = C_{n,p} = \frac{A_{n,p}}{P_p}, \text{ para } p = n, n-1, n-2, \dots, 2, 1$$



a fórmula acima é a das Combinações Simples de  $n$  elementos tomados  $p$  a  $p$ , com  $p$  variando de  $n$  até 1, onde  $n$  é a quantidade de celas de um cartão e  $p$  a quantidade de celas não veladas (celas em branco), calculas para  $p$  variando de forma decrescente, de 1 em 1, desde  $n$  até 0.

Este cálculo da quantidade de cartões básicos pode ser denominado 'bruto' porque estarão sendo nele computados:

(1) a multiplicidade das Matrizes Axadrezadas Complementares Distintas – até 4 cartões idênticos, ou seja, a quantidade  $C_{n,p}$  inclui: os cartões tantas vezes quanto for a sua multiplicidade,

(2) a multiplicidade das Matrizes Axadrezadas Autocomplementares, tantas vezes quanto for a sua multiplicidade.

### 18.3.- Propondo uma Heurística para a Obtenção dos Cartões

Esta será uma tarefa bastante complicada que envolverá:

- Calcular a quantidade de matrizes básicas;
- Gerar todos os cartões;
- Eliminar aqueles cartões que são repetidos;
- Gerar os cartões complementares para cada um dos cartões básicos;
- Duplicar os cartões de autocomplementação.

#### 18.3.1.- Sobre os Modelos Distintos de Matrizes

Estamos prontos para estabelecer a nossa heurística para a elaboração de nossos cartões contendo as matrizes axadrezadas. No entanto, seria bom lembrar que na elaboração de nossa heurística teremos que levar em conta que há modelos distintos de matrizes axadrezadas.

- Quanto às dimensões/cores das molduras:  $2 \times 2 =$  amarelo;  $2 \times 3 =$  azul e  $3 \times 3 =$  vermelho.
- Quanto à quantidade de veladuras: calculada por  $C_{n,p}$ , onde  $n$  será a quantidade de quadrículas (4, 6 ou 9 quadrículas), e  $p$  será uma quantia que variará a cada cálculo, de forma decrescente de  $n$  até a parte inteira de  $n/2$ , ou em notação simbólica matemática:  $\text{Int}(n/2)$  que representa a quantidade de celas sem veladuras.

- Quanto à distribuição das veladuras:
  - *Matrizes Complementares Distintas – também denominados cartões complementares, ou seja, cartões automaticamente gerados no processo de cálculo e elaboração e que se complementam: cada uma de suas veladuras corresponde às celas em branco na outra matriz, e vice-versa;*
  - *Matrizes Axadrezadas Autocomplementares – também denominados cartões autocomplementares, ou seja, aquelas que são complementadas por elas mesmas, e por isto, no jogo elas devem figurar duas vezes – devem ser duplicadas.*

### **18.3.2.- Sobre os Passos do Processo Heurístico**

A seguir iremos expor um conjunto de passos contendo regras e métodos que conduzirão à resolução do problema ora apresentado: *calcular a quantidade bruta de matrizes que se pode obter dada uma quantidade p de veladuras, gerar todos eles e eliminar, deste conjunto, os cartões repetidos e, finalmente gerar os cartões complementares dos cartões básicos e duplicar os cartões autocomplementares.*

- **Primeiro Passo – Cálculo da Quantidade ‘Bruta’ de Cartões Básicos:**

Calcular a quantidade ‘bruta’ de cartões básicos ( $Q_{\text{de cartões básicos}}$ ) pela fórmula a seguir onde p, a quantidade de *celas em branco (celas não veladas)*, varia de 1 em 1 desde n até 0:

$$Q_{\text{de cartões básicos}} = C_{n,p} = \frac{A_{n,p}}{P_p}$$

- **Segundo Passo – Geração dos Cartões por Tentativas:**

Sabida a quantidade de cartões que podem ser gerados, deve-se *gerá-los por tentativas*;

- **Terceiro Passo – Eliminação dos Cartões Repetidos:**

Eliminar os cartões idênticos, deixando apenas os *cartões contendo as matrizes distintas entre si*, pois para cada valor de p no cálculo  $C_{n,p}$ , estarão incluídos a

totalidade dos cartões básicos que podem ser gerados, sendo computados neste valor: a multiplicidade dos cartões idênticos.

• **Quarto Passo – Geração dos cartões que faltam:**

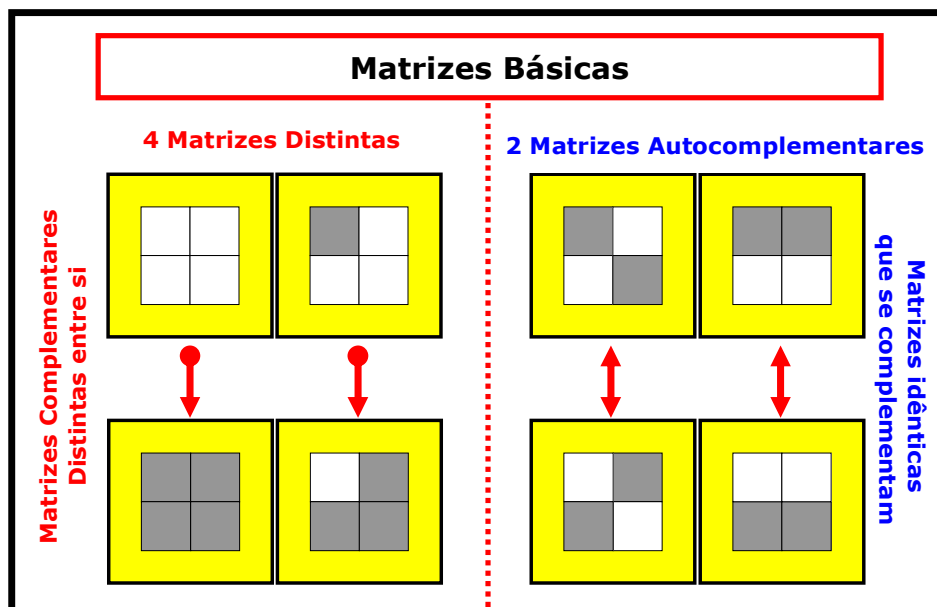
Gerar os cartões contendo as matrizes complementares dos cartões básicos e duplicar os cartões autocomplementares para obter o conjunto total de cartões.

### 18.4.- Gerando Cartões com as Matrizes Axadrezadas

A seguir, para cada um dos casos:  $2 \times 2$ ,  $2 \times 3$  e  $3 \times 3$ , mostramos primeiramente o conjunto total de matrizes do tipo  $m \times n$ , para somente então mostrar como elas foram obtidas através da utilização dos quatro passos da heurística proposta por nós no item 24.3. .

#### 18.4.1.- Gerando As Matrizes $2 \times 2$

Há seis matrizes axadrezadas  $2 \times 2$  completamente distintas, a saber: 2 matrizes básicas, 2 matrizes complementares a elas e 2 matrizes autocomplementares. Assim, o conjunto de todas as matrizes terá 8 elementos, assim distribuídos: 2 matrizes básicas mais suas 2 matrizes complementares; 2 matrizes autocomplementares e suas 2 duplicatas. Confira a seguir.



A seguir, vamos mostrar como foram obtidos os cartões acima, através da distribuição de celas em branco e celas veladas nos cartões  $2 \times 2$ , destacando-se o cartão e o seu complementar e justificando-se a duplicação dos cartões autocomplementares.

O que o leitor irá verificar no caso das matrizes  $2 \times 2$  é que os cálculos não precisam ser feitos para  $n = 4$  com  $p=4$ ;  $p=3$ ;  $p=2$ ,  $p=1$  e  $p=0$ , mas podem ser feitos somente para os seguintes valores de  $p$ : 4, 3 e 2, pois ao gerarmos a matrizes com 4 celas em branco, poderemos automaticamente gerar a sua matriz complementar, que terá todas as celas veladas; o mesmo pode ser feito com a matriz com 3 casas em branco e aquela que a complementa, com 3 celas veladas, e ainda teremos o caso em que para 2 casas em branco haverá uma matriz com duas celas veladas – são matrizes Auto complementares.

Vejamos tudo isto a seguir.

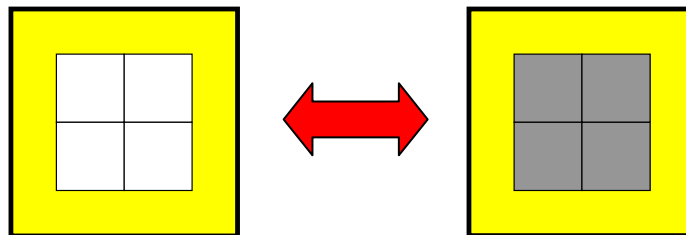
### 18.4.1.1.- Gerando os Cartões com 4 celas em branco $\times$ 4 celas veladas

Cálculo dos cartões básicos com 4 celas em branco:  $Q_{\text{de cartões básicos}} = C_{4,4} = \frac{A_{4,4}}{P_4} = \frac{4 \times 3 \times 2 \times 1}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = 1.$

Note que este cartão tem multiplicidade 1 (vide acima: item 18.2.2.1.)

→ **NOTA IMPORTANTÍSSIMA:** *Note que não precisaremos calcular a quantidade de cartões com 4 celas veladas, bastando entender que ele é o cartão complementar daquele com 4 celas em branco. Assim, é imediato que nós já podemos gerar estes dois cartões distintos: um cartão básico e seu complementar, como mostrado na figura a seguir, ambos com multiplicidade 1.*

**Quantidade de cartões utilizáveis: 2 cartões básicos.**

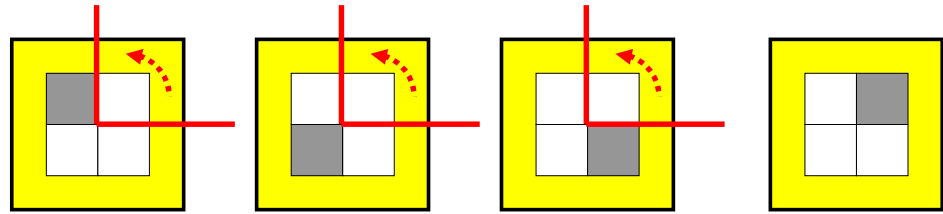


### 18.4.1.2.- Gerando os Cartões com 3 celas em branco $\times$ 3 celas veladas

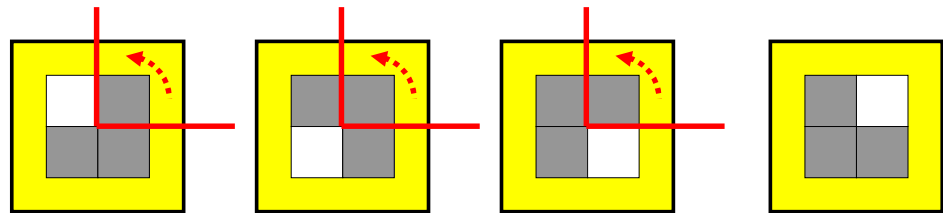
Cálculo dos cartões básicos com 3 celas em branco:  $Q_{\text{de cartões básicos}} = C_{4,3} = \frac{A_{4,3}}{P_3} = \frac{4 \times 3 \times 2}{3 \times 2 \times 1} = 4.$  Neste

cálculo está incluída a multiplicidade do cartão que é 4, ou seja, estes 4 cartões obtidos no cálculo acima, são o mesmo cartão, bastando girá-lo a cada vez de  $90^\circ$  (veja figura a seguir). Por isto a

quantidade final de cartões distintos é dada por:  $Q_{\text{cartões distintos}} = \frac{4}{4} = 1.$



Os cartões complementares para cada uma das posições dadas acima podem ser conseguidos, também, por um único cartão girado de 90° a cada vez. Observe isto na figura a seguir.

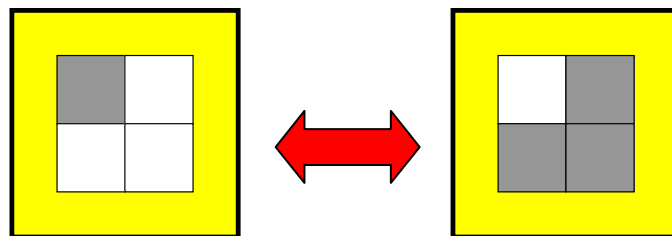


**Concluindo:** o cálculo da quantidade de cartões básicos leva em conta a multiplicidade do cartão, assim precisamos eliminar esta multiplicidade, e a maneira de fazê-lo é através de uma divisão, ou seja, basta dividir a quantidade total de cartões pela sua multiplicidade.

**Resultado final:**

A partir de  $Q_{\text{de cartões básicos}} = 4$ , deveríamos ter 8 cartões contando-se os cartões e seus complementares, no entanto este valor deve ser dividido por 4, que é a multiplicidade tanto dos cartões com 3 celas em branco como os com 3 celas com veladuras.

**Quantidade de cartões utilizáveis: 2 cartões básicos**

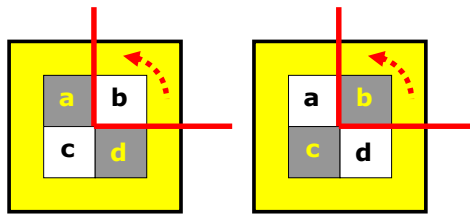


**18.4.1.3.- Gerando os Cartões com 2 celas em branco × 2 celas veladas**

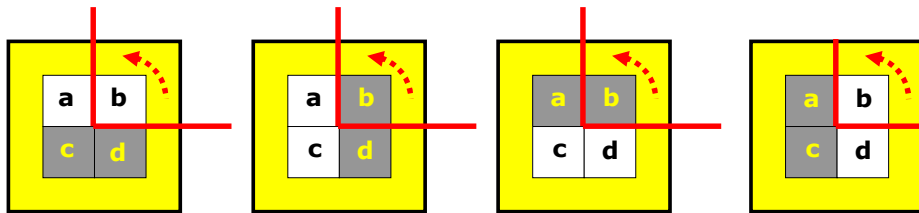
Aqui temos:  $Q_{\text{de cartões básicos}} = C_{4,2} = \frac{A_{4,2}}{P_2} = \frac{4 \times 3}{2 \times 1} = 6$  sendo que, estes 6 cartões, podem ser

conseguidos apenas por 2 cartões bastando girá-lo a cada vez de 90° (veja figura a seguir).

**Cartão com multiplicidade = 2**



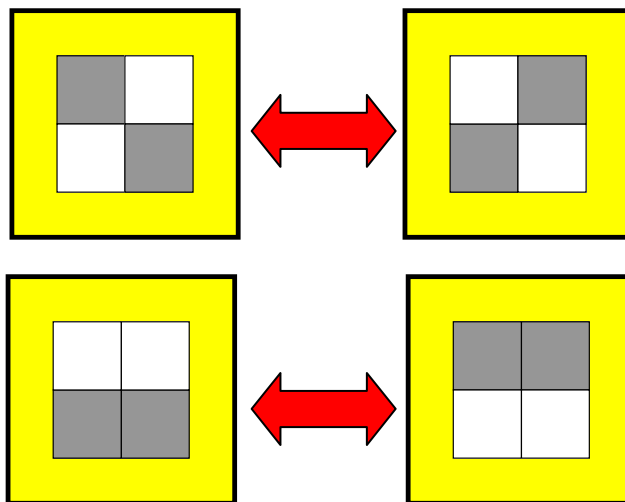
**Cartão com multiplicidade = 4**



Por isto a quantidade final de cartões é dada por:  $Q_{de\ cartões\ básicos} = 2$ . No entanto, por se tratarem de dois cartões autocomplementares, os seus complementares serão eles mesmo, isto implicará no seguinte: eles deverão ser reproduzidos duas vezes no conjunto de malhas axadrezadas  $2 \times 2$ , porque se isto não for feito eles ficarão sem cartões complementares naquele conjunto de cartões (naquele micromundo).

**Quantidade de cartões básicos: 4 (quatro) cartões**

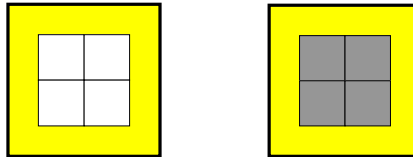
**- 2 (dois) cartões duplicados (confira!)**



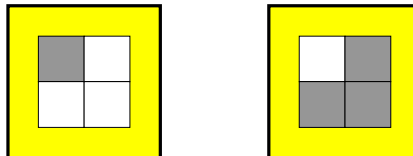
### 18.4.1.4.- Todas as Matrizes 2 X 2

A seguir apresentamos o conjunto das 8 matrizes axadrezadas  $2 \times 2$ : 4 delas são Complementares Distintas e 4 delas Autocomplementares, sendo que estas últimas foram duplicadas.

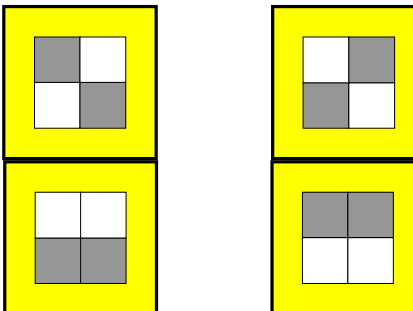
**A) Cartões com 4 celas em branco  $\times$  4 celas veladas:**



**B) Cartões com 3 celas em branco  $\times$  3 celas veladas:**



**C) Cartões com 2 celas em branco  $\times$  2 celas veladas:**



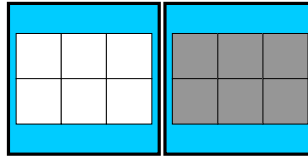
### 18.4.2.- As Matrizes $2 \times 3$

Há 42 (quarenta e duas) matrizes axadrezadas  $2 \times 3$ . Destas matrizes, 34 são *Matrizes Axadrezadas Complementares Distintas* e das 8 matrizes restantes, 4 são *Matrizes Axadrezadas Autocomplementares*, ou como já se afirmou anteriormente, elas são complementadas por elas mesmas, e por isto, no conjunto dos cartões mostrado abaixo, elas aparecem duas vezes – são duplicadas (confira isto na última das figuras abaixo).

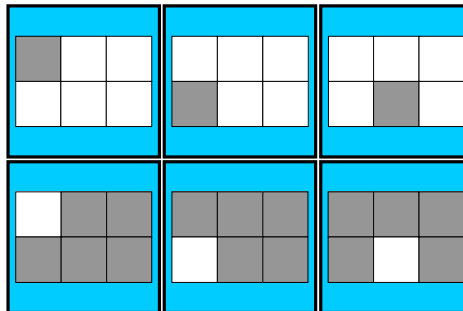
O método de obtenção deste conjunto de cartões – baseada no índice de multiplicidade dos cartões – será mostrada logo após.

### 18.4.2.1.- Todas as Matrizes 2X3

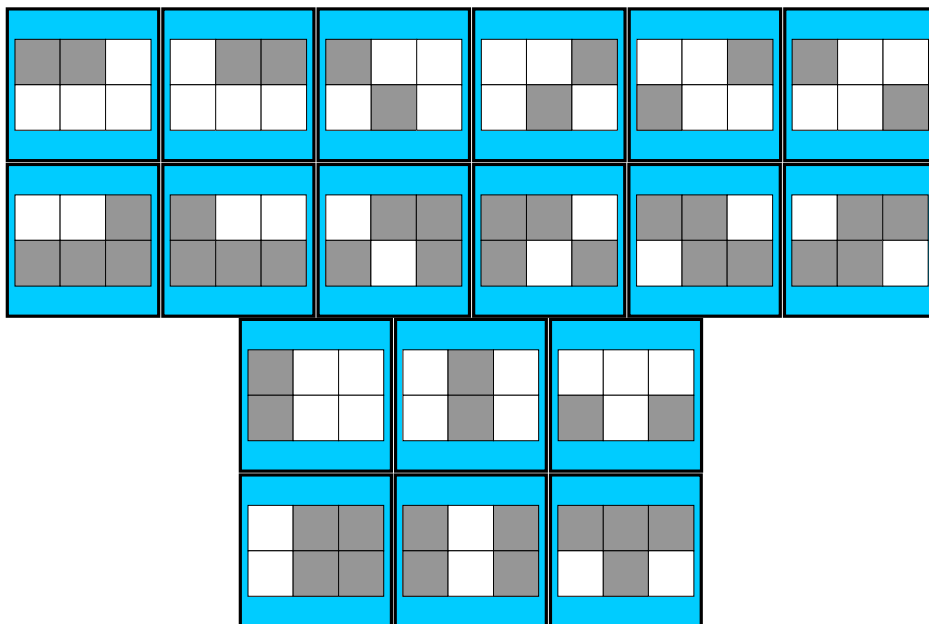
A) Cartões com 6 celas em branco × 6 celas veladas



B) Cartões com 5 celas em branco × 5 celas veladas

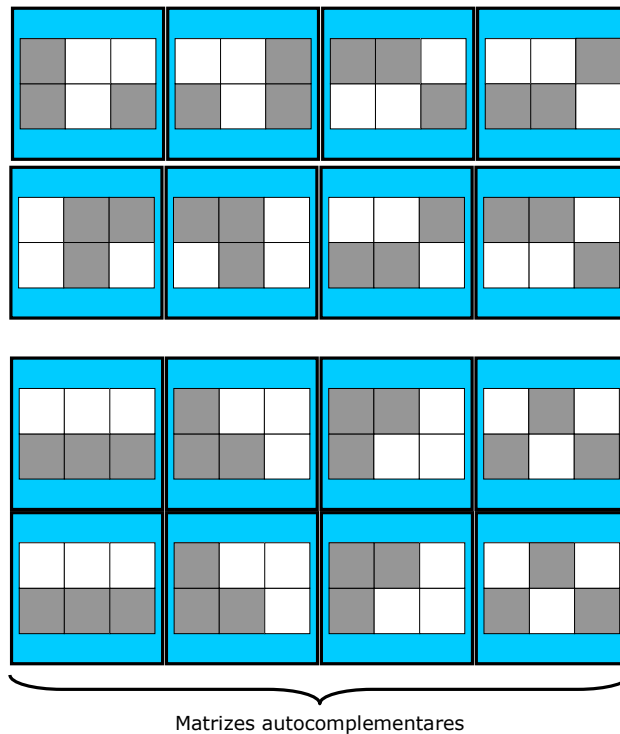


C) Cartões com 4 celas em branco × 4 celas veladas





### D) Cartões com 3 celas em branco × 3 celas veladas



A seguir vamos mostrar como foram obtidos os cartões acima através da distribuição de celas em branco e de celas veladas nos cartões básicos  $2 \times 3$ . Iremos gerar a partir destes, os seus respectivos cartões complementares, como fizemos para os cartões com malhas  $2 \times 2$ .

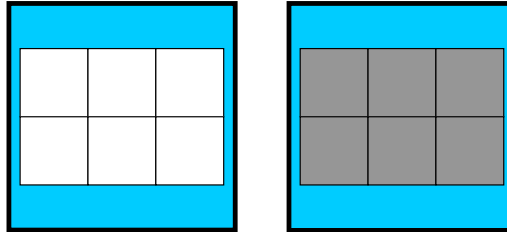
O leitor deve estar atento às figuras mostradas a seguir, onde o raciocínio e a ordenação do pensamento se faz de formas variadas, no que tange à forma de apresentação dos cartões e dos seus complementares, bem como dos cartões autocomplementares.

Para facilitar a classificação das matrizes quanto ao índice de multiplicidade observaremos a seguinte a distribuição das letras no seguinte modelo:

<b>a</b>	<b>b</b>	<b>c</b>
<b>d</b>	<b>e</b>	<b>f</b>

### 18.4.2.1.- Gerando os Cartões com 6 celas em branco × 6 celas veladas

Quantidade de Cartões:  $Q_{\text{bruta de cartões}} = C_{6,6} = \frac{A_{6,6}}{P_6} = \frac{6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} = 1.$



Quantidade de cartões distintos: 2 (dois) cartões

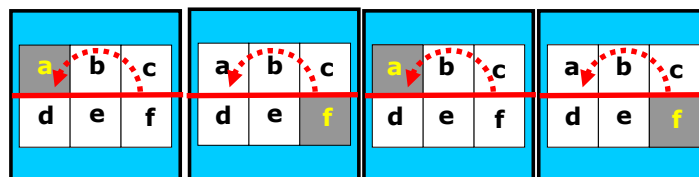
### 18.4.2.2.- Gerando os Cartões com 5 celas em branco × 5 celas veladas

Quantidade de Cartões básicos:  $Q_{\text{cartões básicos}} = C_{6,5} = \frac{A_{6,5}}{P_5} = \frac{6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2}{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} = 6$

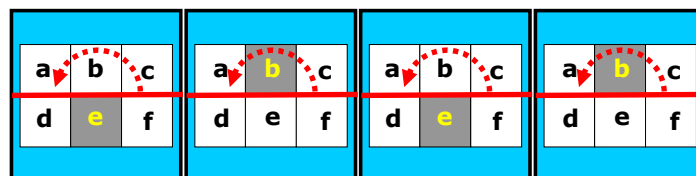
Dentre estes 6 cartões, cada 2 destes cartões, são o mesmo cartão, bastando girá-lo a cada vez de 90° (veja as figuras a seguir), ou seja, os índices de multiplicidade de todas estas matrizes axadrezadas é igual a 2. Por isto a quantidade final de cartões é dada por:  $Q_{\text{cartões básicos}} = \frac{6}{2} = 3.$

Confira a seguir:

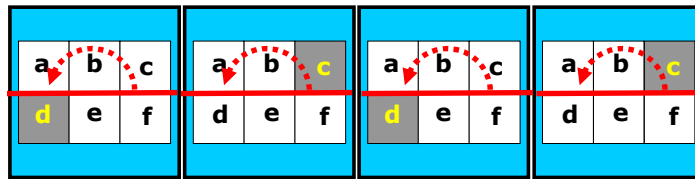
→ Posições das veladura: a, f, a, f - índice de multiplicidade = 2



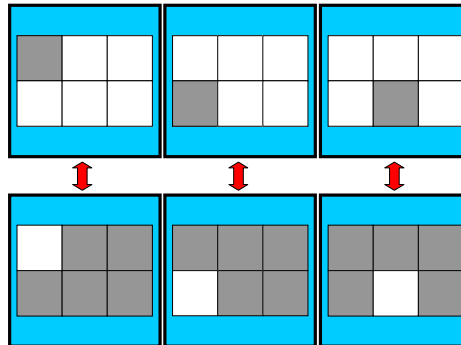
→ Posições das veladura: e, b, e, b - índice de multiplicidade = 2



→ Posições das veladura: d, c, d, c - índice de multiplicidade = 2



**Quantidade de cartões obtidos: 6 (seis) cartões – 3 cartões distintos e 3 complementares**



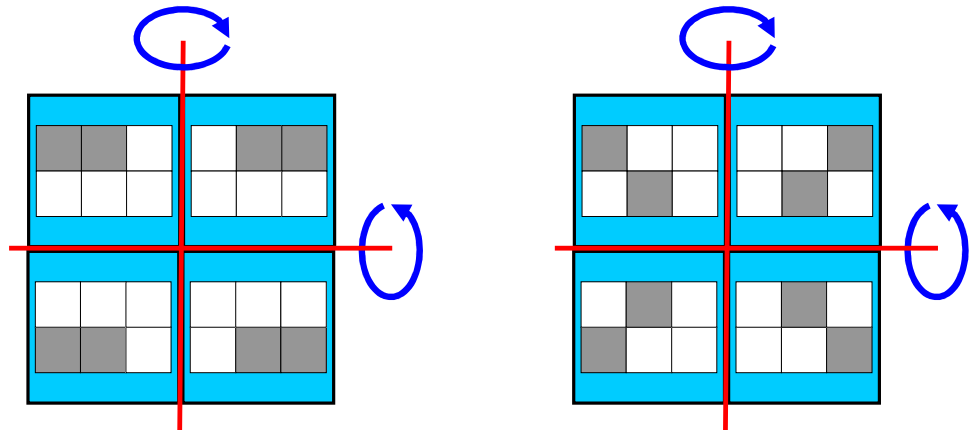
**18.4.2.3.- Gerando os Cartões com 4 celas em branco × 4 celas veladas**

Aqui utilizaremos, de forma ordenada e rigorosa – passo a passo –, a heurística proposta no item 18.3, acima.

- **Primeiro Passo:** Calcular a quantidade bruta de cartões:

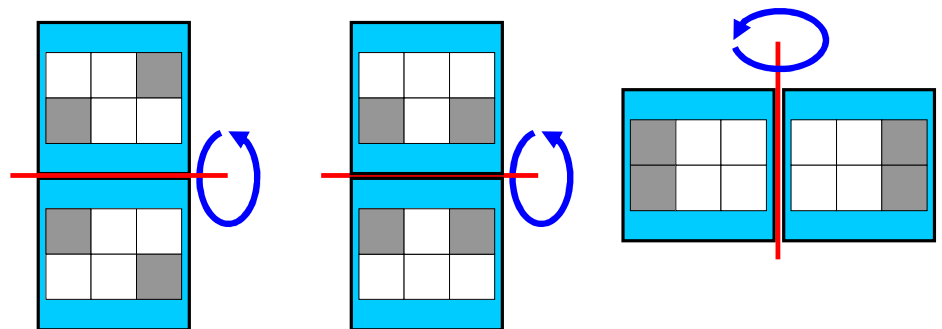
$$Q_{de\ cartões\ básicos} = C_{6,4} = \frac{A_{6,4}}{P_4} = \frac{6 \times 5 \times 4 \times 3}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = 15$$

- **Segundo Passo:** Gerar, *por tentativas*, estes 15 cartões:
  - Os 8 cartões mostrados na figura a seguir foram gerados por reflexão sobre um eixo vertical e sobre um eixo horizontal. *Eles são 8 cartões distintos entre si, logo todos eles, bem como os seus complementares, deverão fazer parte do conjunto de cartões!*
  - *Note que todos eles têm índice de multiplicidade igual a 2.*

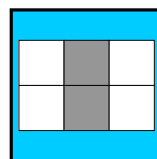


- Os 6 cartões mostrados nas duas figuras a seguir 4 deles foram gerados pela reflexão sobre um eixo horizontal, os outros 2 foram gerados pela reflexão sobre um eixo vertical. *Eles são 6 cartões distintos entre si, logo todos eles, bem como os seus complementares, deverão fazer parte do conjunto de cartões!*

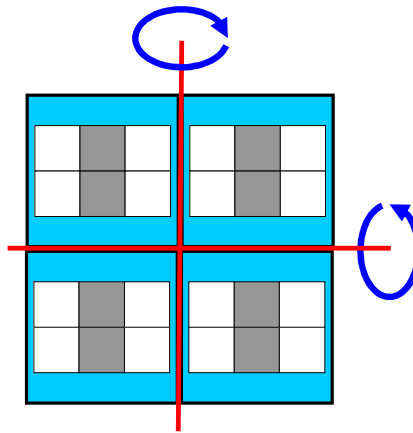
→ *Aqui também todos eles terão um índice de multiplicidade igual a 2.*



- Para inteirar os 15 cartões, só falta um deles. Veja-o a seguir.

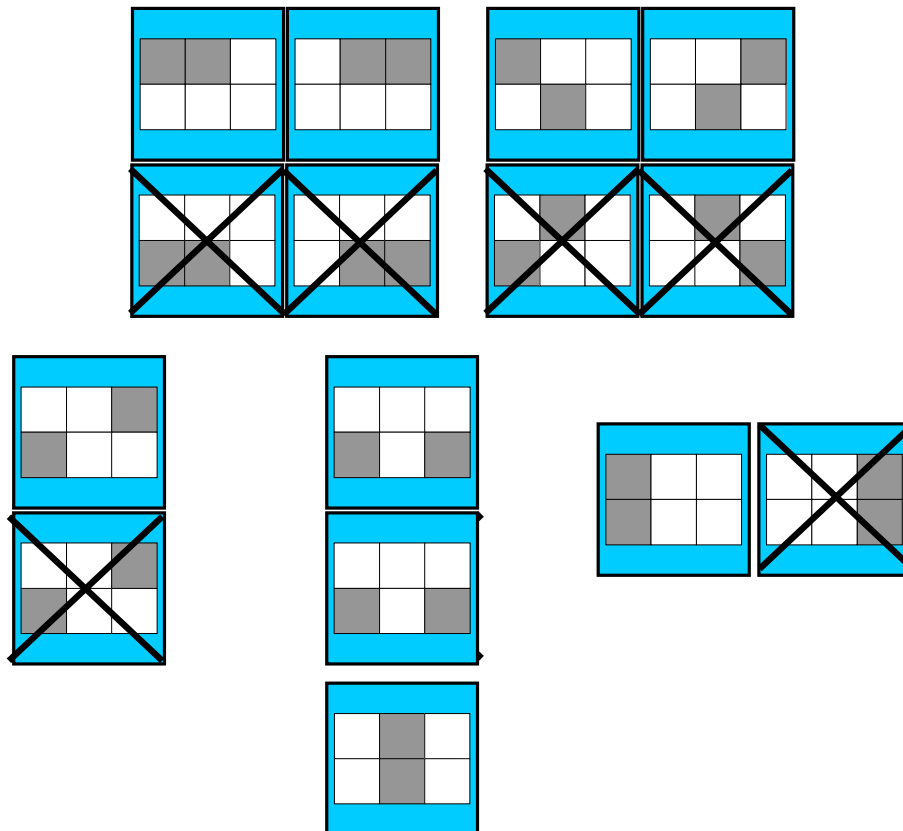


- No entanto, pode-se verificar que ele, refletido horizontalmente ou verticalmente, acabará sempre sendo o mesmo. Ele é destes, o único cartão que apresenta uma matriz de índice de multiplicidade 1.



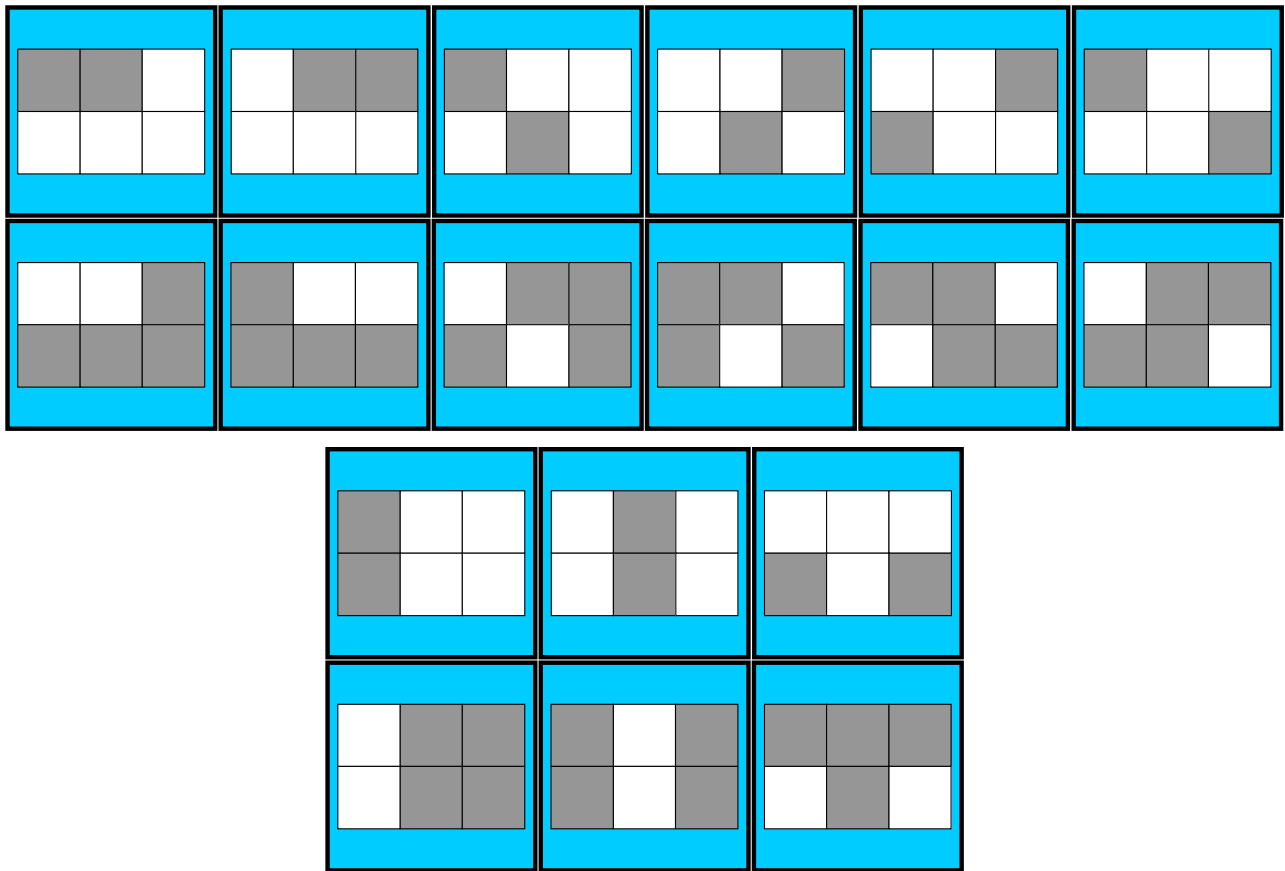
- **Terceiro Passo:** Eliminar os cartões idênticos, deixando apenas os cartões básicos:

*Neste caso devemos eliminar um dos cartões cujo índice de multiplicidade é 2, conforme mostramos a seguir.*



**Observação:** esta eliminação deixou de resto apenas 9 cartões distintos.

- **Quarto Passo:** gerar os cartões complementares:

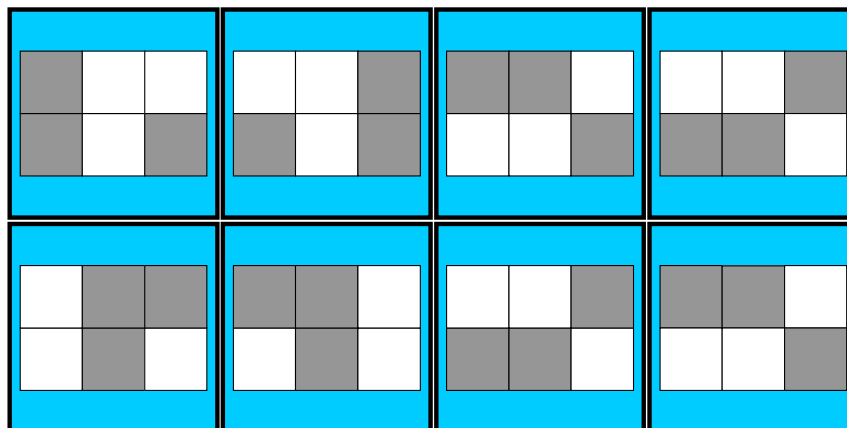


**18.4.2.4.- Gerando os Cartões com 3 celas em branco × 3 celas veladas**

*Primeiro Passo:* Calcular a quantidade bruta de cartões:  $Q_{de\ cartões\ básicos} = C_{6,3} = \frac{A_{6,3}}{P_3} = \frac{6 \times 5 \times 4}{3 \times 2 \times 1} = 20.$

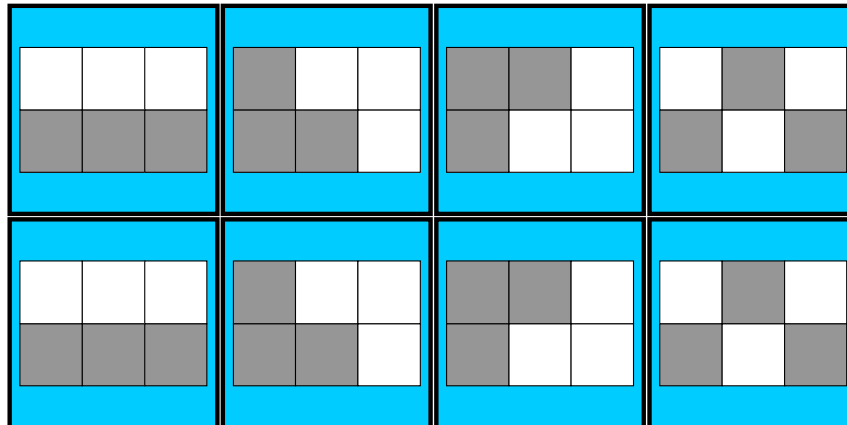
*Segundo, Terceiro e Quarto Passos:* Gerar, por tentativas, estes 20 cartões e escolher apenas os cartões distintos. Gerar os cartões Complementares Distintos e duplicar os Autocomplementares.

Considerados todos estes passos, obteremos:



Os 4 primeiros cartões são de *Matrizes Complementares* que exigiram a geração de matrizes que os complementem.

Matrizes autocomplementares



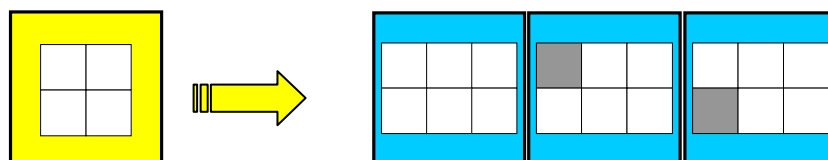
Estes 4 últimos, são cartões com *Matrizes Autocomplementares* e foram duplicados. Verifique isto voltando ao item 18.4.2.- D!

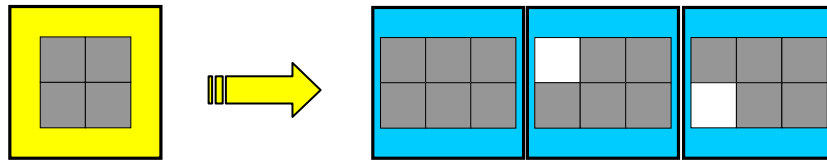
### 18.4.3.- Encaixando Matrizes 2X2 em Matrizes 3X3

Um dos jogos que proporemos utilizando as *Matrizes Axadrezadas* é o jogo da inserção de matrizes umas nas outras: quais das matrizes 2x2 são encaixáveis nas matrizes 2x3 e, destas quais as encaixáveis nas matrizes 3x3. Vamos verificar a seguir como isto para as matrizes 2x2 e 2x3, a seguir.

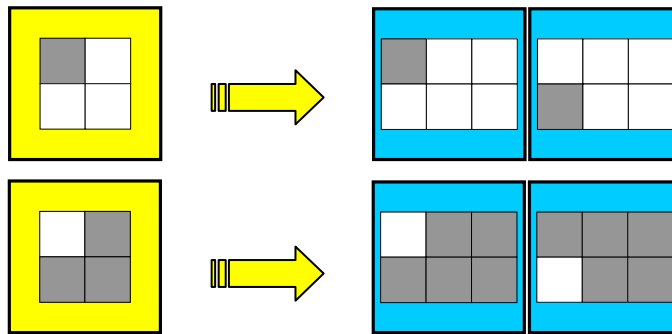
A nossa intenção é mostrar pelo método da exaustão (é um método de prova) que *é possível encaixar todas as matrizes 2x2 em matrizes 3x3*. Assim, nós tomaremos *todas* as 8 matrizes distintas 2x2, para encaixa-las nas matrizes 2x3. Para isto não necessitamos tomar todas as matrizes 2x3, mas tão somente 20 daquelas matrizes (dentre as 42 matrizes 2x3), o que se mostrou suficiente para o nosso intento. Cremos que fica implícito que há ainda muitas outras possibilidades de encaixes de matrizes 2x2 nas matrizes 2x3.

1º Caso:

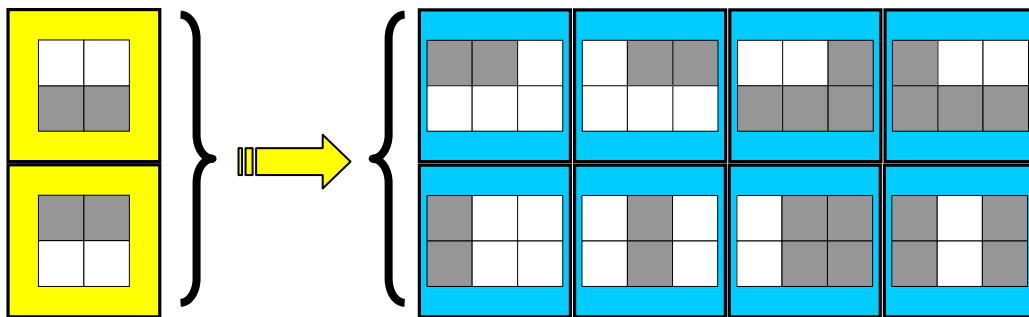
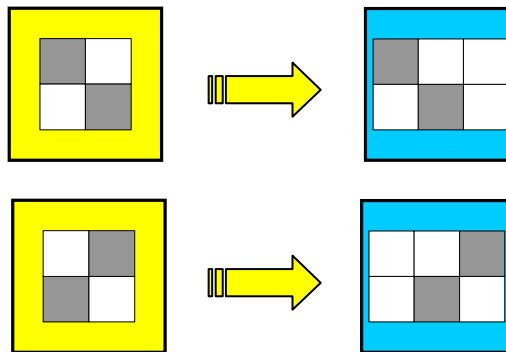




2º Caso:



3º Caso:



### 18.4.3.1.- Um Jogo Para o Pensamento Lógico

Propomos aqui, para o leitor mais dedicado, um Jogo Para o Pensamento Lógico:

- Imprima, plastifique e recorte todas as matrizes 2x2 e 2x3 que são encontradas na pasta do JLOGC#18 no CD-R que acompanha este livro;



- Imprima o conteúdo das páginas referentes ao item 18.4.2.1. (páginas que contêm as matrizes  $2 \times 3$ ) – que estão no CD-R;
- No conjunto de todas as matrizes  $2 \times 2$ , escolha as 6 matrizes que são distintas entre si (descarte cada uma das matrizes autocomplementares que aparecem duplicadas);
- Tente ‘inserir’ cada uma das 6 matrizes  $2 \times 2$ , uma de cada vez, em todas as matrizes  $2 \times 3$ , classificando estas matrizes como possíveis e impossíveis quanto à inserção.
- Classifique as matrizes  $2 \times 3$  quanto à quantidade de inserções distintas possíveis, isto é, quantas matrizes  $2 \times 2$  distintas podem ser inseridas na matriz  $2 \times 3$ , bem como, de quantas formas uma destas mesmas matrizes  $2 \times 2$  podem ser inseridas naquela matriz  $2 \times 3$ .

## 18.5.- As Matrizes 3 X 3

A geração de todo o conjunto de matrizes  $3 \times 3$  é uma tarefa monumental. Os cálculos a seguir mostram a dificuldade de resolver este problema.

- $Q_{\text{de cartões básicos}} = C_{9,9} = 1$ ;
- $Q_{\text{de cartões básicos}} = C_{9,8} = 9$ ;
- $Q_{\text{de cartões básicos}} = C_{9,7} = 36$ ;
- $Q_{\text{de cartões básicos}} = C_{9,6} = 84$ ;
- $Q_{\text{de cartões básicos}} = C_{9,5} = 126$ ;

$$\text{Total} / Q_{\text{de cartões básicos}} = 1 + 9 + 36 + 84 + 126 = 256$$

Vamos supor que estes 256 cartões a serem gerados sejam todos eles de multiplicidade 4. Dividindo-se o número 256 por 4 iremos obter a quantidade de cartões distintos entre si. Considerando que esta matriz tem 9 celas, não haverá a ocorrência de matrizes Autocomplementares (veja a justificativa no item 18.2.1.1., acima), e considerando que dos cartões com 5 celas em branco sairão os cartões com 4 celas em branco, que são cartões a eles complementares, cujo cálculo seria dado por  $Q_{\text{de cartões básicos}} = C_{9,4} = 126$ , mas que não deve ser incluído na nova soma que faremos envolvendo os cartões básicos e os seus complementares, teremos:

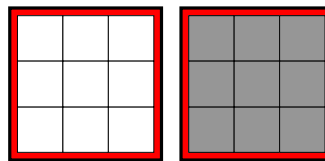
$$Total / Q_{de\ cart\tilde{o}es\ b\acute{a}sicos\ 3 \times 3} = 1 + 1 + 9 + 9 + 36 + 36 + 84 + 84 + 126 = 366 .$$

Dividindo 366 por 4 iremos obter 91,5 ou seja, 91 cartões de multiplicidade 4 e pelo menos 1 de multiplicidade 2. Ora, o leitor irá ver a seguir que foram gerados mais do que simplesmente 1 cartão de multiplicidade 2, assim, não estaria errado estimarmos a quantidade de cartões constantes do Micromundo das Matrizes Axadrezadas 3×3 exatamente distintos, como sendo bem mais do que 100.

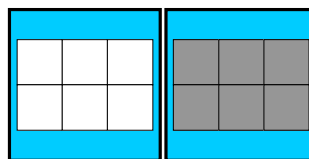
*Na verdade ao final do processo de geração de cartões veremos que a quantidade exata de cartões é: 138 (cento e trinta e oito).*

### 18.5.1.- Figuras Complementares: 9 celas em branco × 9 celas veladas

A partir do cálculo:  $Q_{de\ cart\tilde{o}es\ b\acute{a}sicos} = C_{9,9} = 1$ , é muito fácil a obtenção da matriz básica e da sua matriz complementar.



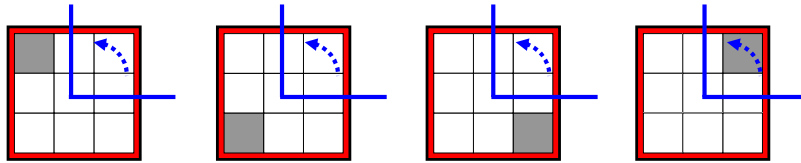
A idéia de tentar incluir as matrizes 2×3 nestas duas matrizes 3×3, ou seja, verificar quais das seguintes matrizes são subconjuntos, respectivamente de cada uma daquelas outras, parece que está dando certo! Mas é bom que o leitor verifique isto por si mesmo.



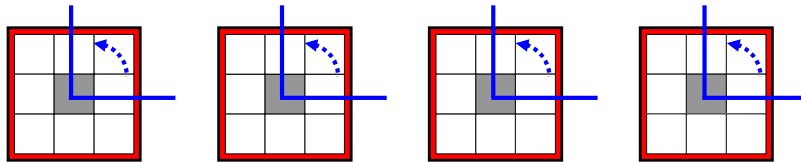
### 18.5.2.- Figuras Complementares: 8 celas em branco × 8 celas veladas

Das 9 matrizes que deveriam satisfazer ao cálculo:  $Q_{de\ cart\tilde{o}es\ b\acute{a}sicos} = C_{9,8} = 9$ , apenas 3 delas, como mostra a figura a seguir, apresentam-se com veladuras que podem ocupar, respectivamente, na medida em que se gira a figura de 90°: 4, 1 e 4 posições, o que é o bastante para satisfazer o valor calculado, ou seja,  $Q_{de\ cart\tilde{o}es\ b\acute{a}sicos} = 9$ .

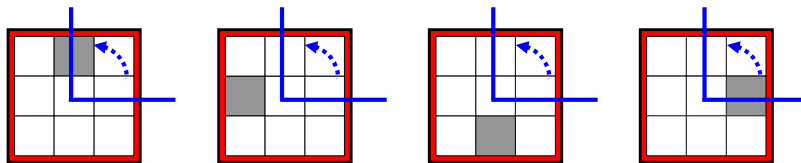
- Uma mesma matriz cuja veladura pode ‘aparecer’ em 4 posições distintas ao se girar o cartão de 90°:



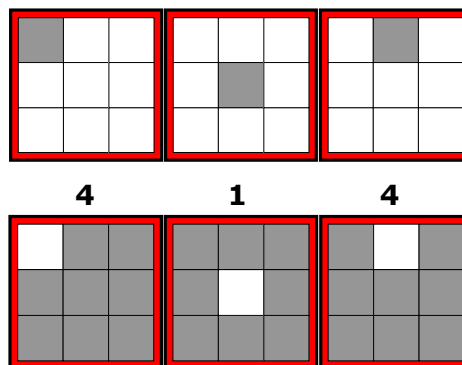
- Uma matriz cuja veladura ‘só pode aparecer em uma única posição’ mesmo que o cartão seja girado várias vezes de 90°:



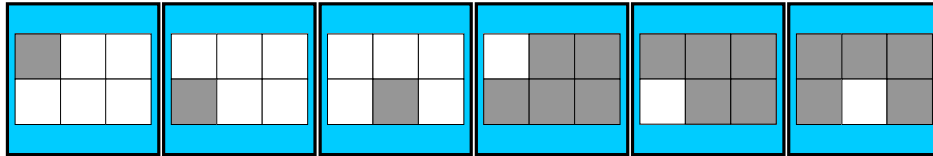
- Uma mesma matriz cuja veladura pode ‘aparecer’ em 4 posições distintas ao se girar o cartão de 90°:



A seguir são apresentadas os cartões contendo as matrizes básicas com 8 celas em branco e suas complementares com 8 celas veladas. Os números alocados abaixo de cada uma das matrizes básicas e acima de suas complementares indicam a multiplicidade de cada uma delas, de acordo com o que foi dito e mostrado logo acima. Estes valores, como se sabe (vide item 18.2.2.) são denominados índice de multiplicidade da matriz.



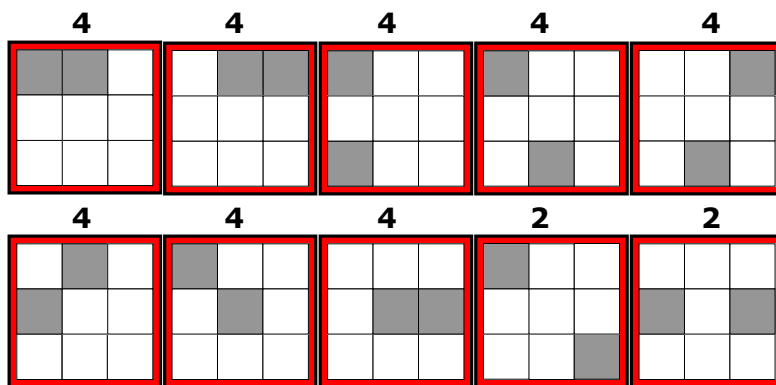
Por sorte, a nossa técnica de tentar incluir as matrizes 2x3 nestas seis matrizes, parece que continua a dar certo! O leitor deve conferir isto utilizando os conjuntos de matrizes abaixo.



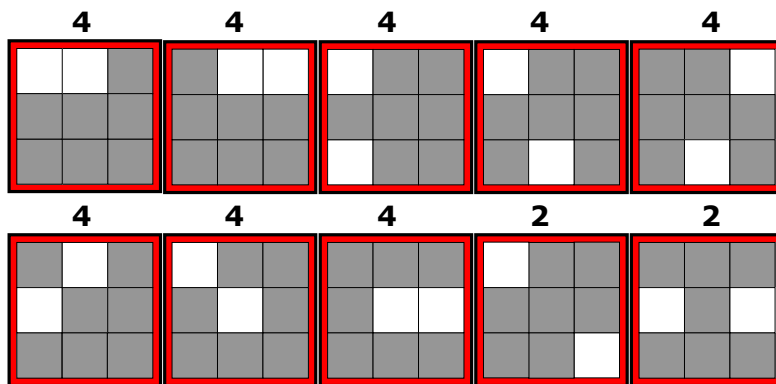
**18.5.3.- Gerando os Cartões com 7 celas em branco x 7 celas veladas**

Verifique na figura a seguir, que ao adicionarmos os índices de multiplicidade de cada uma das matrizes a seguir, anotados acima das mesmas, se consegue obter o valor 36, que é o exato valor fornecido pelo cálculo:  $Q_{\text{cartões básicos}} = C_{9,7} = 36$ .

- 7 celas em branco – 10 matrizes



- 7 celas em cinza – 10 matrizes



### 18.5.4.- Técnica de Cálculo do Índice de Multiplicidade em Matrizes 3X3

Acreditamos que a estratégia de geração dos cartões contendo matrizes 3x3, a partir daqui, deva ser auxiliado por outro artifício que irá se mostrar bastante útil. Vamos calcular o índice de multiplicidade das matrizes 3x3, adotando a seguinte a distribuição de letras na matriz.

a	b	c
d	e	f
g	h	i

Mantendo fixa a disposição das letras, ao deslocarmos somente as veladuras através de giros de um ângulo de 90° poderemos verificar com facilidade o valor do índice de multiplicidade da matriz. Veja a seguir três exemplos onde mostramos como validar os índices de multiplicidade com o uso desta técnica, com matrizes básicas 3x3, que têm 7 celas em branco, escolhidas dentre as 10 matrizes mostradas anteriormente.

- Na matriz abaixo *as veladuras podem ‘aparecer’ em quatro 4 posições distintas* ao se girar a matriz de 90°:

a	b	c
d	e	f
g	h	i

a	b	c
d	e	f
g	h	i

a	b	c
d	e	f
g	h	i

a	b	c
d	e	f
g	h	i

- Nesta outra matriz – distinta da anterior (verifique!) – *as veladuras podem ‘aparecer’ em 4 posições distintas* ao se girar o cartão de 90°:

a	b	c
d	e	f
g	h	i

a	b	c
d	e	f
g	h	i

a	b	c
d	e	f
g	h	i

a	b	c
d	e	f
g	h	i

- Nesta outra *matriz as veladuras podem ‘aparecer’ em somente em 2 posições distintas* ao se girar o cartão de 90°:

a	b	c
d	e	f
g	h	i

a	b	c
d	e	f
g	h	i

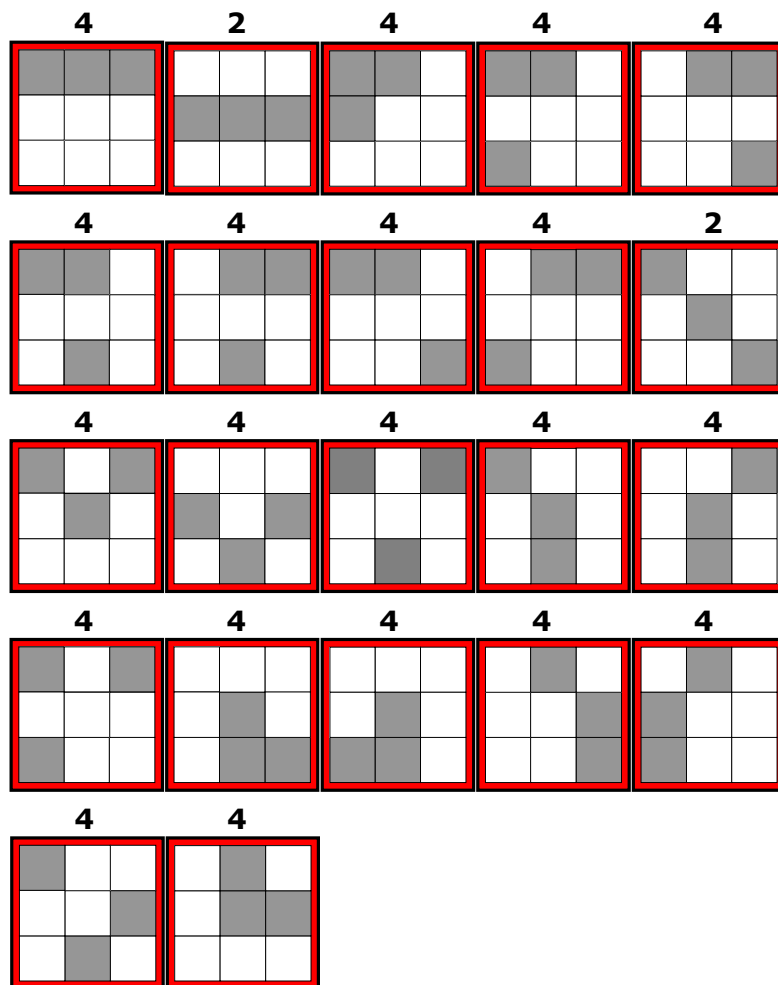
a	b	c
d	e	f
g	h	i

a	b	c
d	e	f
g	h	i

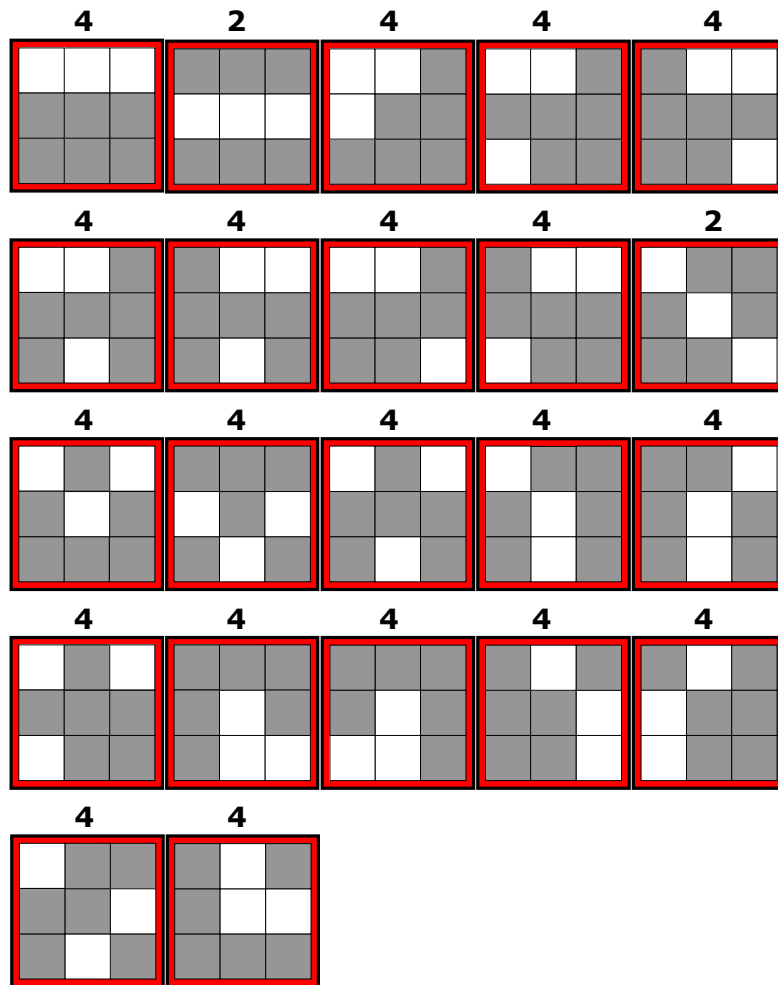
### 18.5.5.- Gerando os Cartões com 6 celas em branco $\times$ 6 celas veladas

Temos agora o nosso primeiro problema na geração das nossas matrizes  $3 \times 3$  com 6 celas em branco que é a quantidade de elementos dado pelo cálculo:  $Q_{\text{cartões básicos}} = C_{9,6} = 84$ . O número 84 é divisível por 4, resultando 21, o que significa que teremos pelo menos 21 matrizes, isto se todas elas tiverem como índice de multiplicidade o valor 4.

- 6 celas em branco – 22 matrizes (soma das multiplicidades = 84)



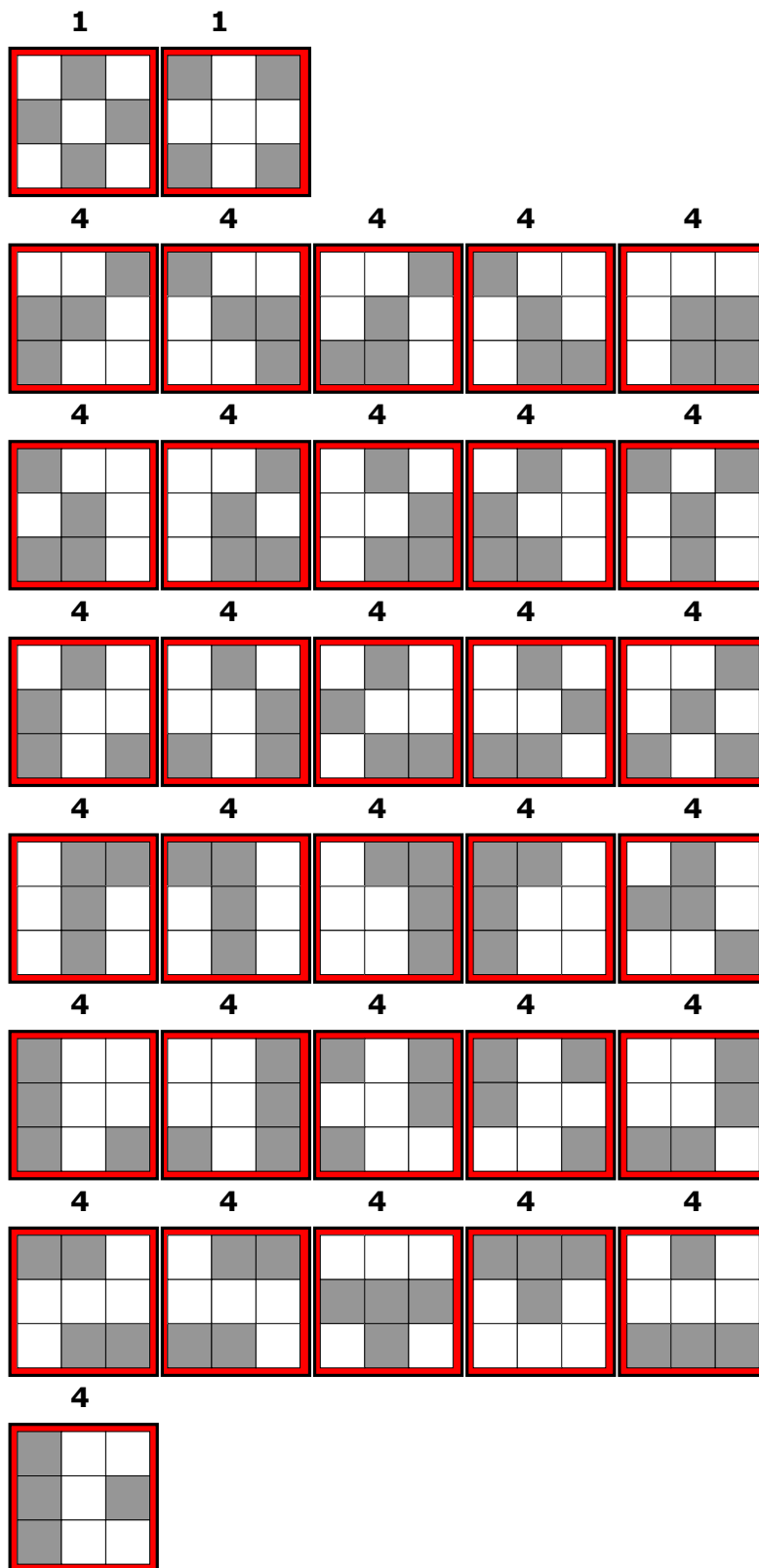
- 6 celas em cinza – 22 matrizes (soma das multiplicidades = 84)



### 18.5.6.- Gerando os Cartões com 5 celas em branco $\times$ 5 celas veladas

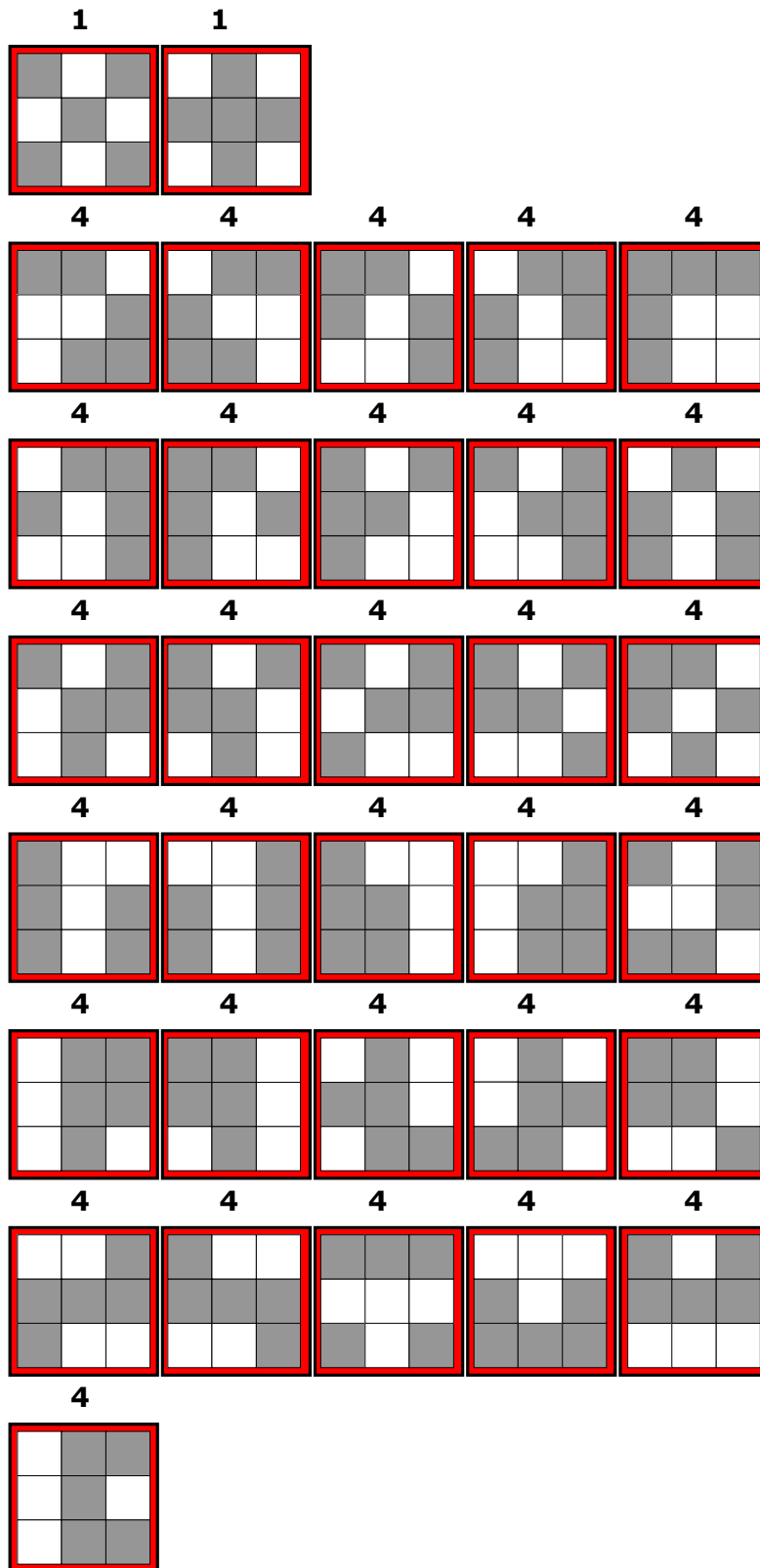
Temos aqui que  $Q_{\text{de cartões básicos}} = C_{9,5} = 126$ , onde os cartões distintos entre os 126 gerados, como se verá adiante serão obtidos calculando-se  $126 : 4 = 31,5$ , sendo que 2 deles terão matrizes de multiplicidade 1 e os demais 31 apresentarão matrizes com multiplicidade 4.

- 5 celas em branco – 33 matrizes (soma das multiplicidades = 126)





- 5 celas em cinza – 33 matrizes (soma das multiplicidades = 126)



## 18.6.- Jogos com as Matrizes Axadrezadas

Pode-se jogar com estes cartões:

1. Jogos Livres ou Jogo das Descobertas;
2. O Jogo da Complementação;
3. O Jogo das Identidades;
4. O Jogo da Inclusão;
5. O Dominó das Diferenças.

### 18.6.1.- Jogos Livres ou Jogo das Descobertas – Cartões Azuis

Deve-se iniciar este jogo com a exploração dos 42 cartões que possuem os fundos azuis. Neste jogo espera-se que os jogadores descubram muitos dos atributos destas matrizes, tais como:

- A quantidade de veladuras – onde se descobre, nas matrizes  $2 \times 3$ , a existência de 1, 2, 3, 4, 5, 6 ou nenhuma cela com veladuras.
- A quantidade de veladuras versus a quantidade de celas em branco.
- Os cartões cujas matrizes são complementares uma com relação à outra – são matrizes complementares, cujas veladuras se complementam mostrando 6 veladuras quando compostas.
- Os cartões simétricos – aqueles que apesar de se apresentarem com as mesmas quantidades de veladuras e serem muito semelhantes, apresentam disposições de veladuras que são imagens espelhadas uma das outras.
- Os cartões Complementares e Autocomplementares.

#### 18.6.1.1.- Observações

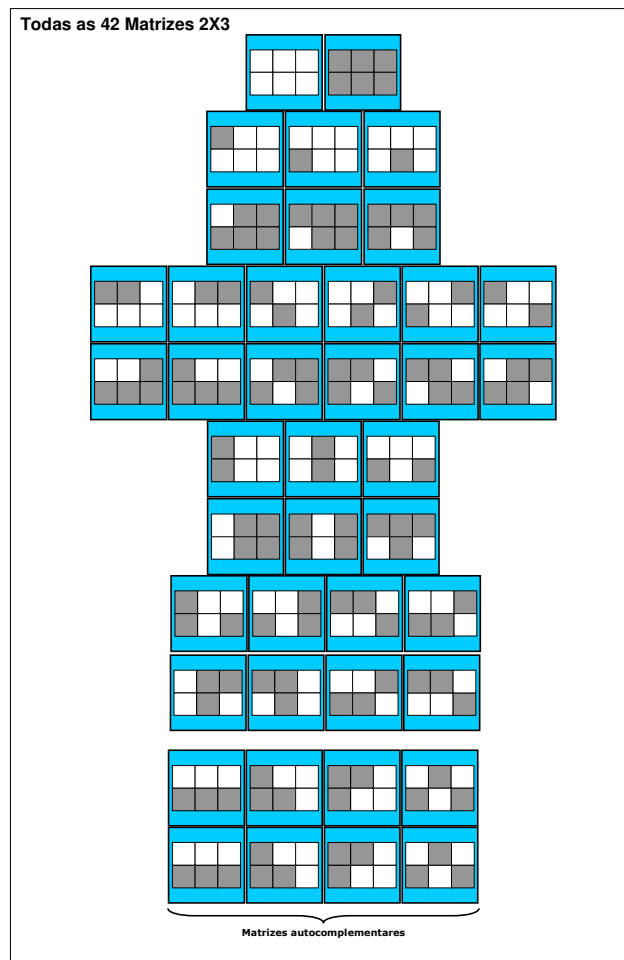
O aplicador, quando necessário, deve ajudar os jogadores nesta exploração, chamando a atenção para aqueles atributos que eles ainda não descobriram.

### 18.6.2.- Jogos Livres ou Jogo das Descobertas – Todos os Cartões

Os mesmos passos do Jogo Exploratório feito com os cartões azuis (42 cartões) devem agora ser estendidos aos outros dois tipos de cartões: os cartões de fundo amarelo (8 cartões) e aos cartões de fundo vermelho (138 cartões).

### 18.6.2.- Jogo da Complementação

Este é um jogo para dois jogadores. Deve-se utilizar numa primeira fase os cartões azuis até que todos entendam bem as regras do jogo, para somente então substituir-se os cartões azuis pelos vermelhos. Deve-se analisar detidamente o conjunto de 42 cartões apresentados na seguinte figura, que poderá ser impressa a partir do CD-R que acompanha o livro, com a finalidade de se verificar quais são os cartões complementares e os autocomplementares.



As regras do *Jogo da Complementação* são as seguintes:

- Embaralhar bem os 42 cartões azuis e distribuir de 6 a 8 cartões para cada jogador;

- Os cartões restantes devem ser alocados sobre a mesa do jogo em dois ‘montes’ (dois ‘mortos’ com as faces (as matrizes) voltadas para cima;
- Cada jogador deve agrupar à sua frente os cartões complementares ou autocomplementares que ele conseguiu emparelhar;
- Os jogadores, cada um na sua vez de jogar, devem comprar um cartão: ou dentre aqueles descartados que estão sobre o centro da mesa ou de um dos mortos; devendo em seguida descartar um de seus cartões;
- A partida termina quando um dos jogadores ‘bater’, isto é, descartar a sua última carta ou não tiver mais nenhuma carta para descartar.
- Ganha o jogador que conseguiu emparelhar o maior número de cartões.

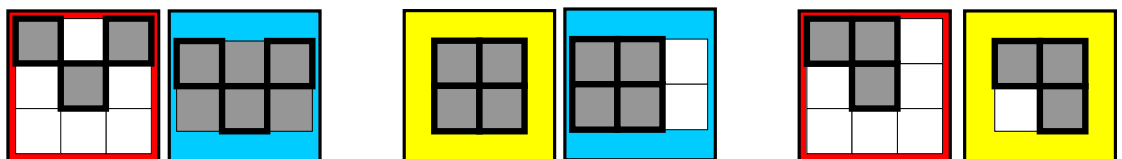
### 18.6.2.1.- Observações

No caso do jogo ser realizado com os cartões vermelhos (138 cartões) a quantidade de jogadores poderá passar de dois para até seis jogadores.

### 18.6.3.- Jogo da Identidade

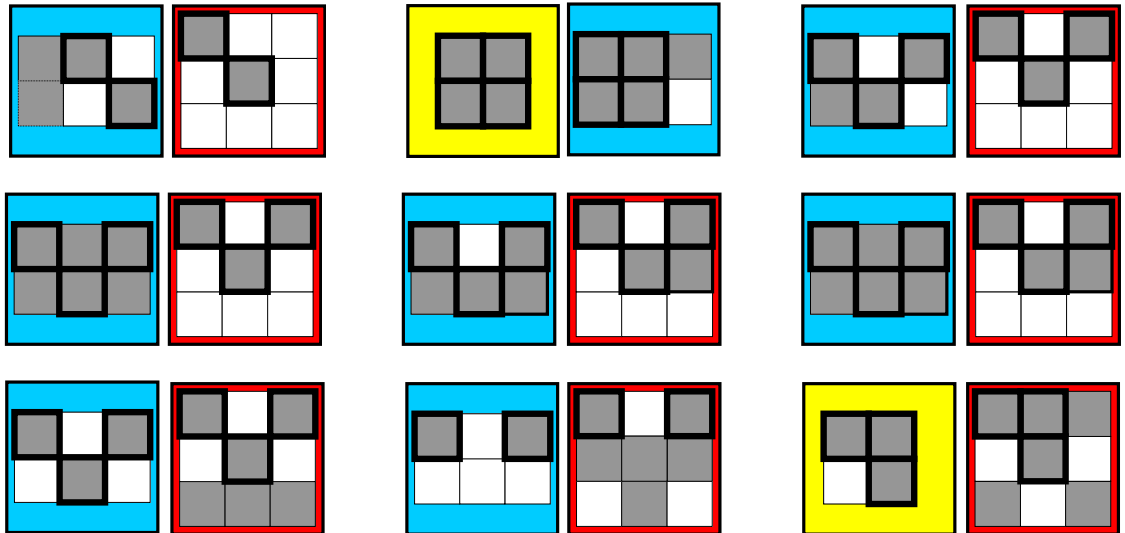
Joga-se aqui com todos os cartões – os amarelos, os azuis e os vermelhos. Os jogadores seguem as mesmas regras do jogo anterior, o *Jogo da Complementação*, somente que:

- Após embaralhar os 192 cartões, deve-se distribuir de 10 a 12 cartões para cada jogador;
- Cada uma das figuras veladas de uma matriz deve ser exatamente a contida na outra matriz, para que elas possam ser consideradas como um par, ou seja, uma matriz deve ter uma figura que se encaixa exatamente sobre a figura da outra matriz.

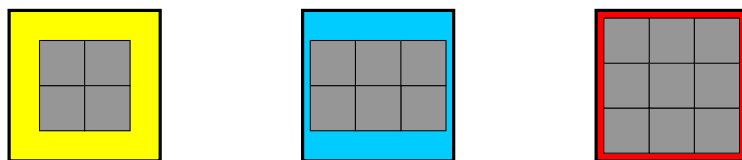


### 18.6.4.- *Jogo da Inclusão*

Os pares de dominós que possuem veladuras idênticas deverão naturalmente ser computados como pares de dominós em que o conjunto de veladuras esteja contido no outro, ou seja, duas veladuras idênticas estarão contidas um na outra. Assim, todos os exemplos dados acima para o *Jogo da Identidade* são exemplos de pares para o *Jogo da Inclusão*.



Cabe aqui a observação de que as matrizes mostradas a seguir são ‘matrizes-coringa’ no *Jogo da Inclusão*. Todas as matrizes amarelas estão incluídas em qualquer uma das duas seguintes; todas as matrizes azuis estarão incluídas na matriz-coringa azul e na matriz-coringa vermelha mostradas abaixo; todas as matrizes vermelhas estarão contidas na matriz-coringa vermelha.



### 18.6.5.- *Dominó das Diferenças – Algumas Sugestões*

O Dominó das Diferenças é um jogo que vem sendo apresentado em vários dos JLOG deste livro. Por isto deixamos aos leitores a preocupação de estabelecer o que seja uma, duas, três diferenças ou mais entre uma matriz axadrezada e outra, bem como deixamos a responsabilidade de verificar as possibilidades e os limites quando se joga com matrizes axadrezadas.

Sugerimos que este jogo seja inicialmente tentado com matrizes de um mesmo tipo – se necessário imprimindo o conjunto de matrizes, duas ou mais vezes –, para somente então fazê-lo com dois conjuntos de tipos distintos de matriz:

- $2 \times 2$  e  $2 \times 3$ ;
- $2 \times 2$  e  $3 \times 3$ ;
- $2 \times 3$  e  $3 \times 3$ ,

Pode-se tentar ainda jogar-se com os três tipos de matrizes, o que seria quase impossível pela quantidade de peças envolvidas no jogo. Para contornar o problema da quantidade de matrizes envolvidas no jogo, pode-se previamente estabelecer uma quantidade limite de matrizes de cada tipo a serem utilizadas naquela partida: 8 matrizes de cada tipo escolhidas aleatoriamente.

Outra idéia é o jogo do Dominó das Diferenças em que as diferenças de uma matriz axadrezada para outra seja decidida pelo lançamento de um dado: tetraédrico; hexagonal; octogonal; dodecagonal ou icosaedral, que possuem respectivamente: 4, 6, 8, 12 ou 20 faces.

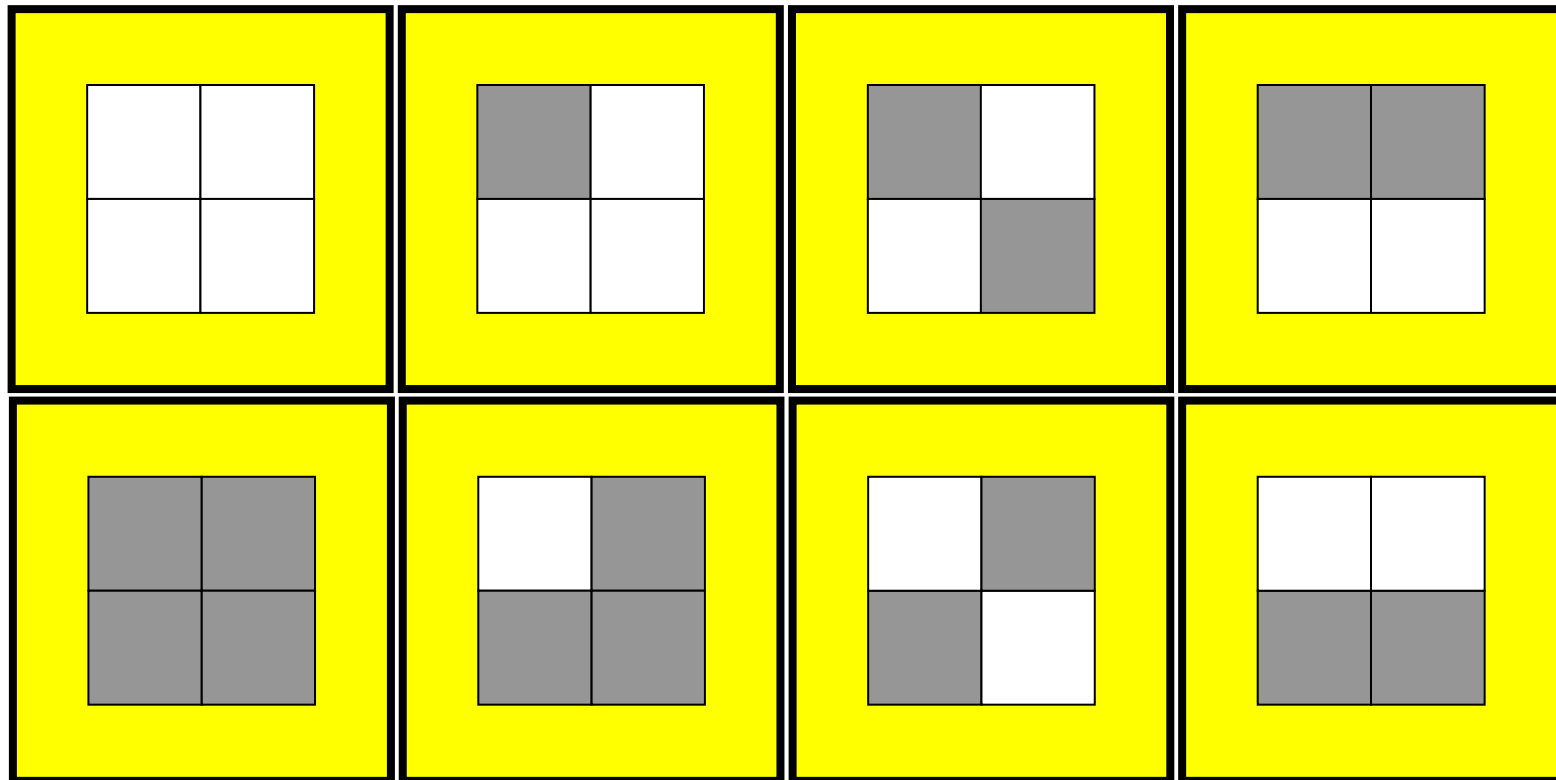
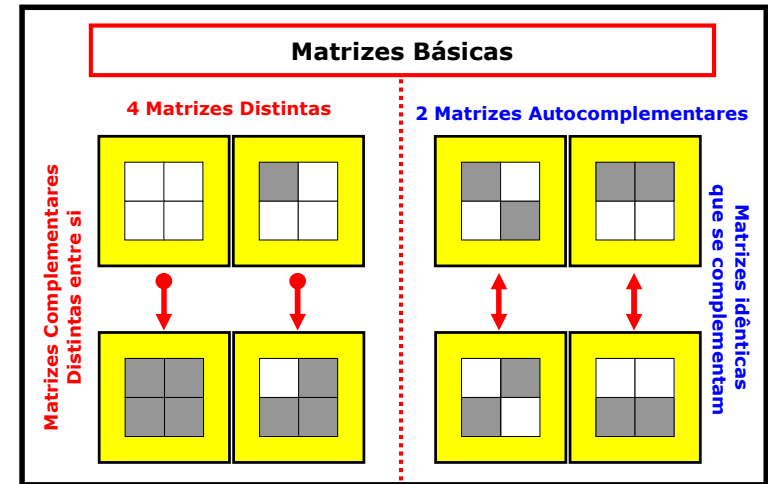
Note que tudo isto se apresenta como um vasto campo experimental que deve ser tomado como um excelente Jogo Para o Pensamento Lógico-Matemático em que deve-se procurar descobrir as possibilidades e impossibilidades. Mãos à obra.

# JLOGC#18

## JOGOS PARA O PENSAMENTO LÓGICO Nº 18

### MATERIAL PARA REPRODUÇÃO

via IMPRESSORA

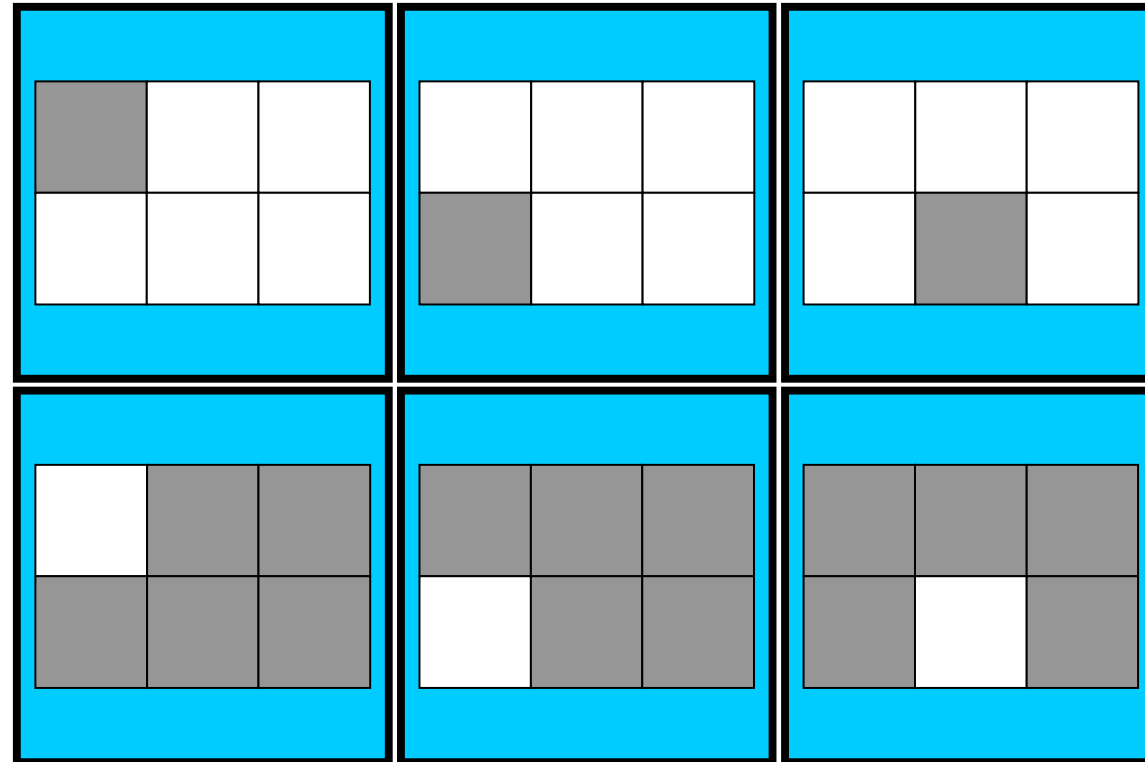
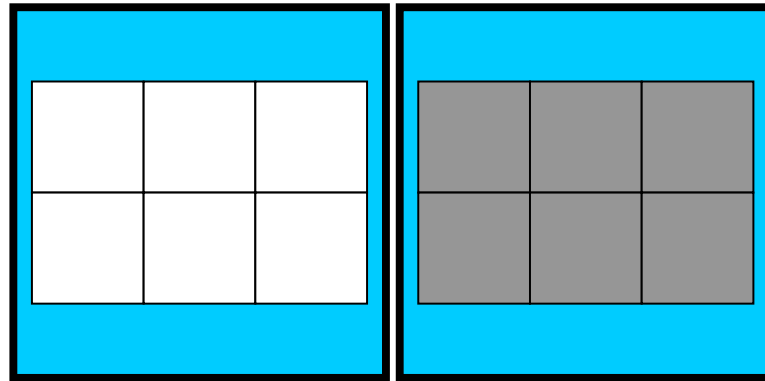


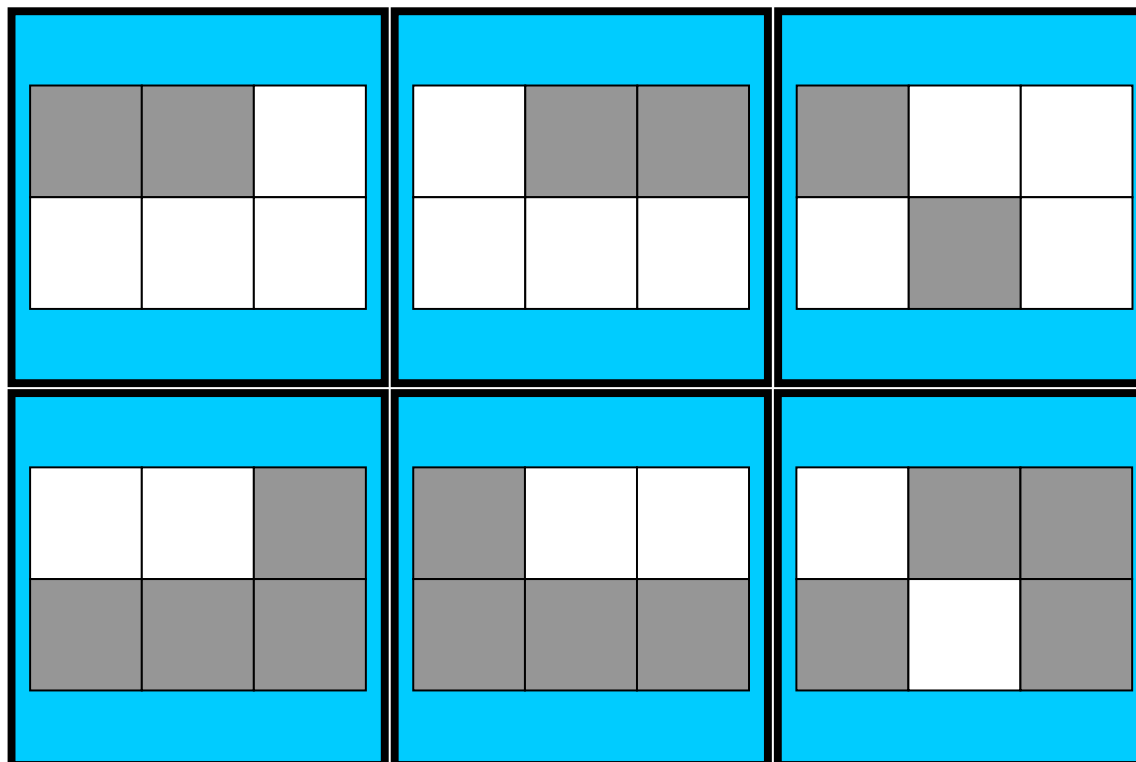
**Todas as 42 Matrizes 2X3**

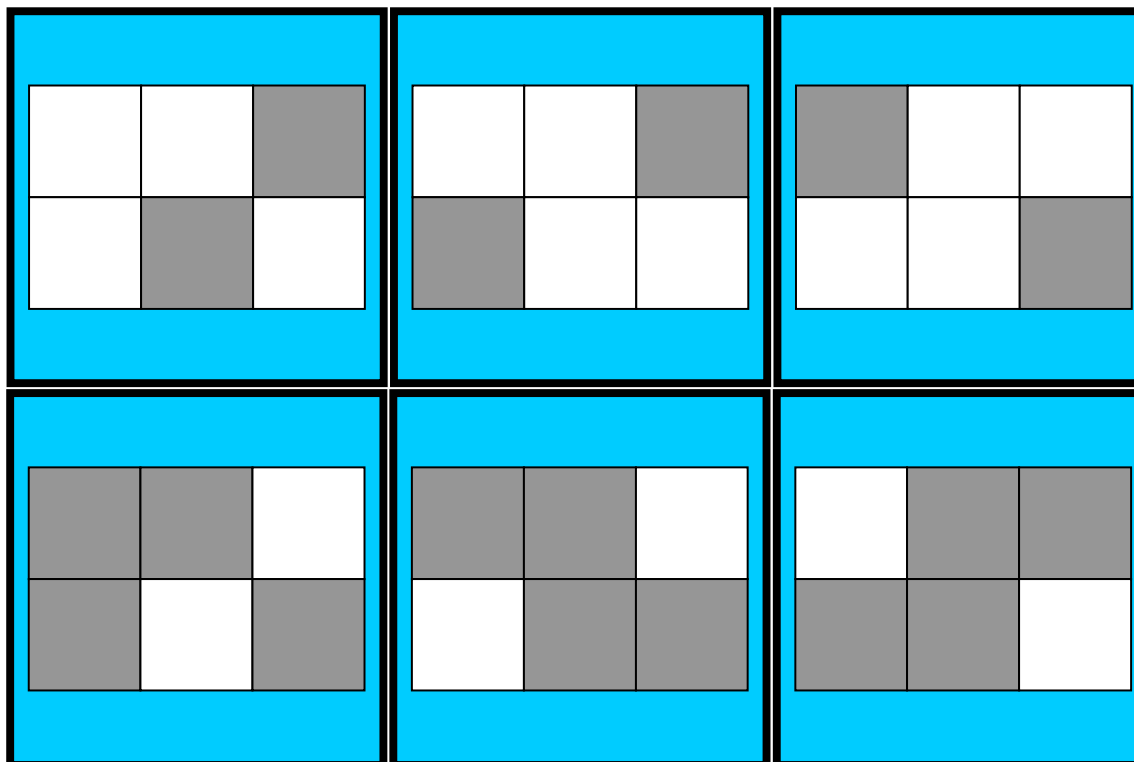
The diagram shows 42 2x3 matrices arranged in a cross shape. The top row has 2 matrices, the next two rows have 3, the middle row has 6, the next two rows have 3, and the bottom two rows have 4 matrices. Each matrix is a 2x3 grid of cells, some white and some gray. The bottom-most 4 matrices are grouped by a bracket and labeled "Matrizes autocomplementares".

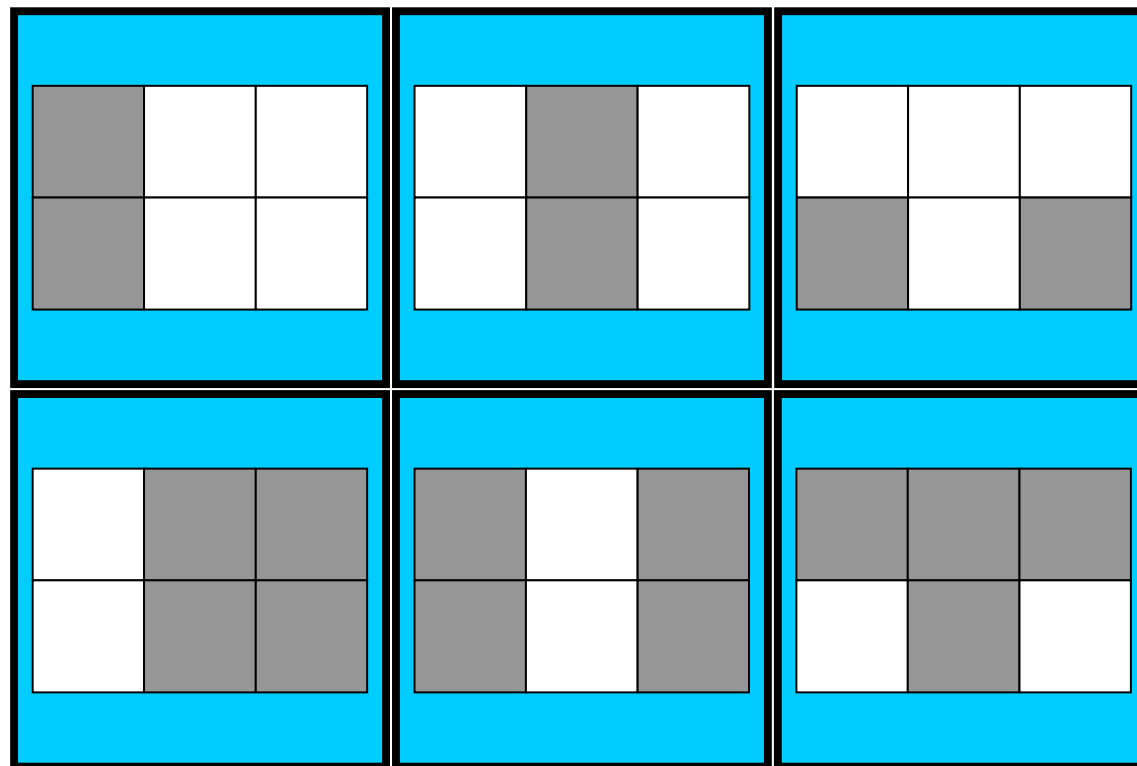
**Matrizes autocomplementares**

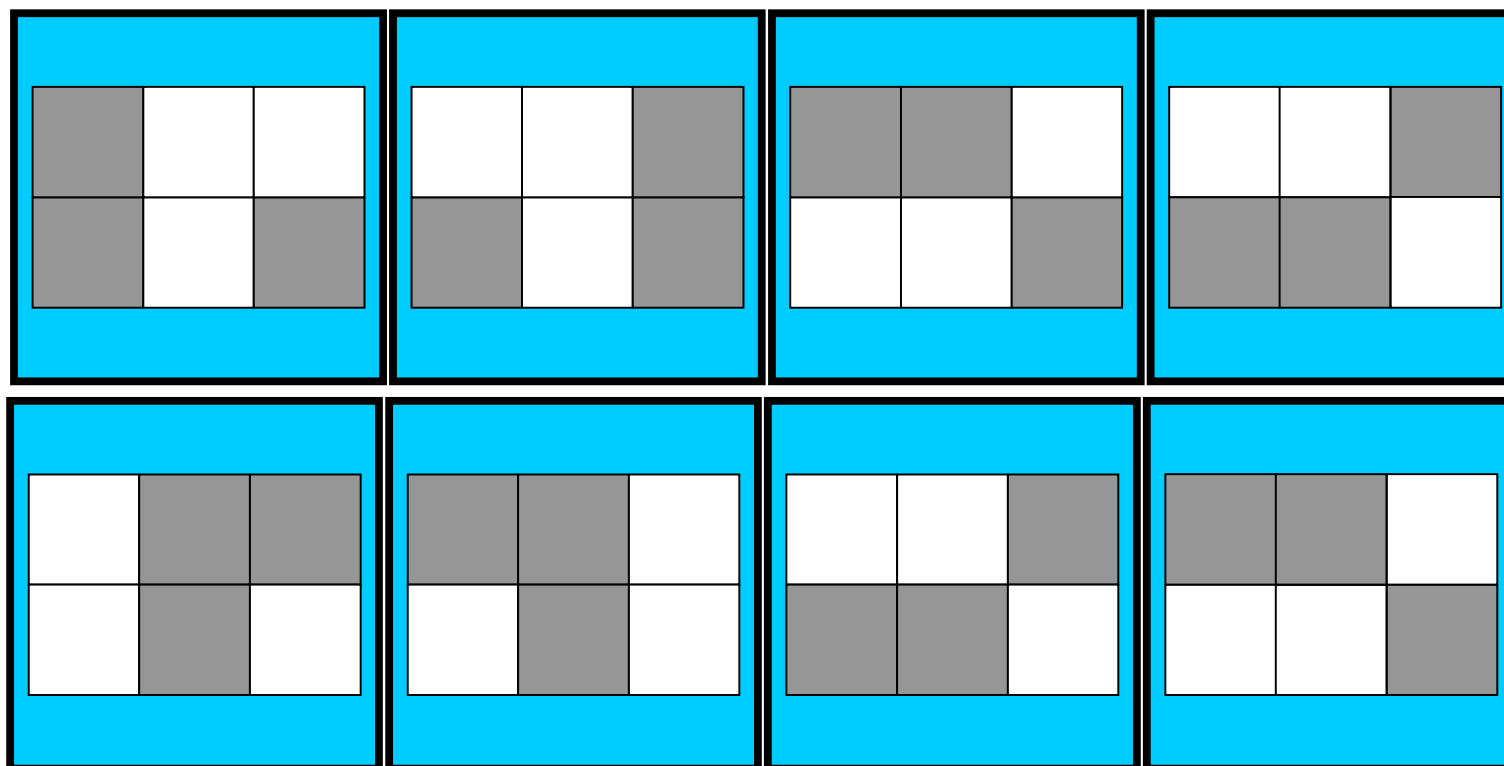


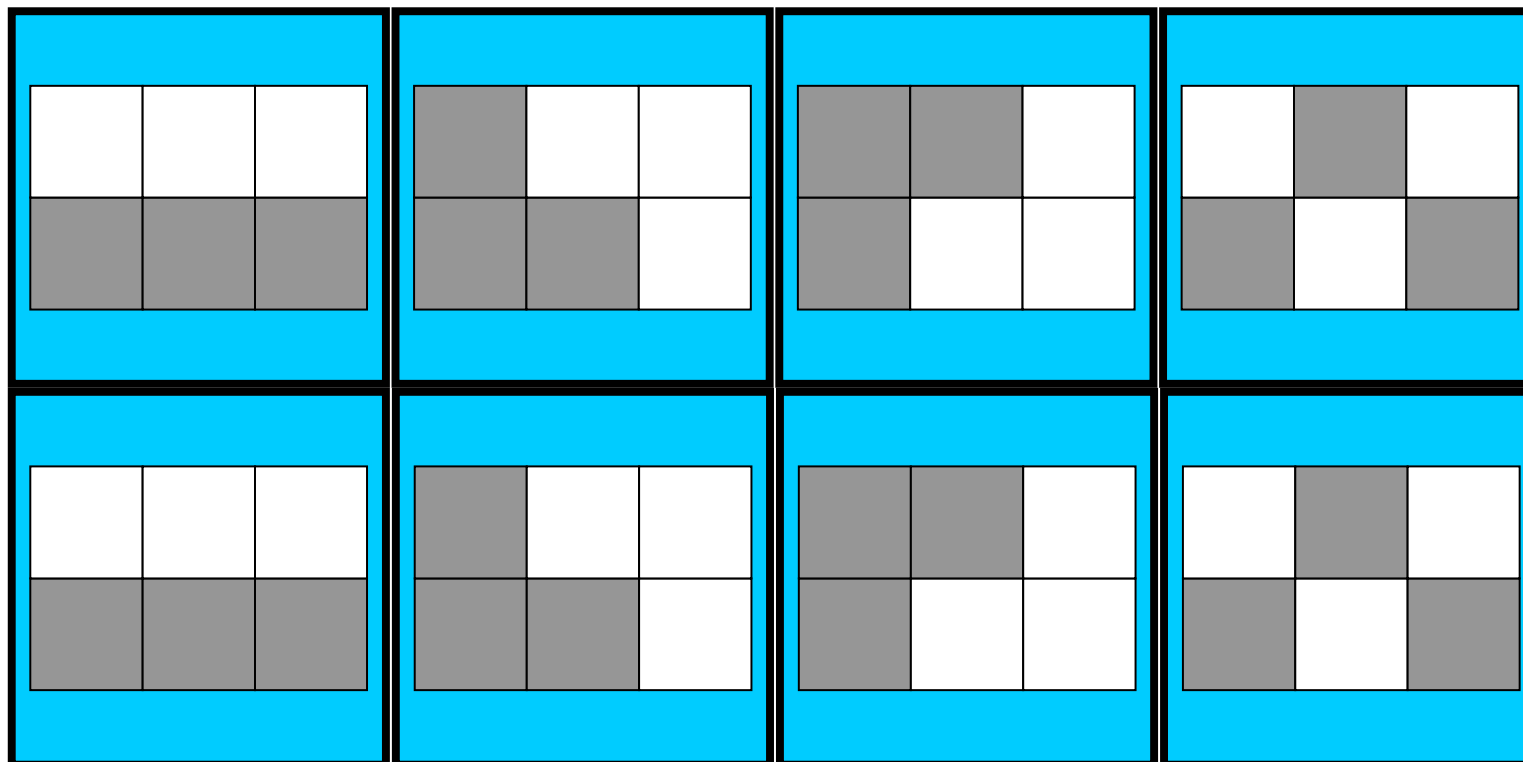


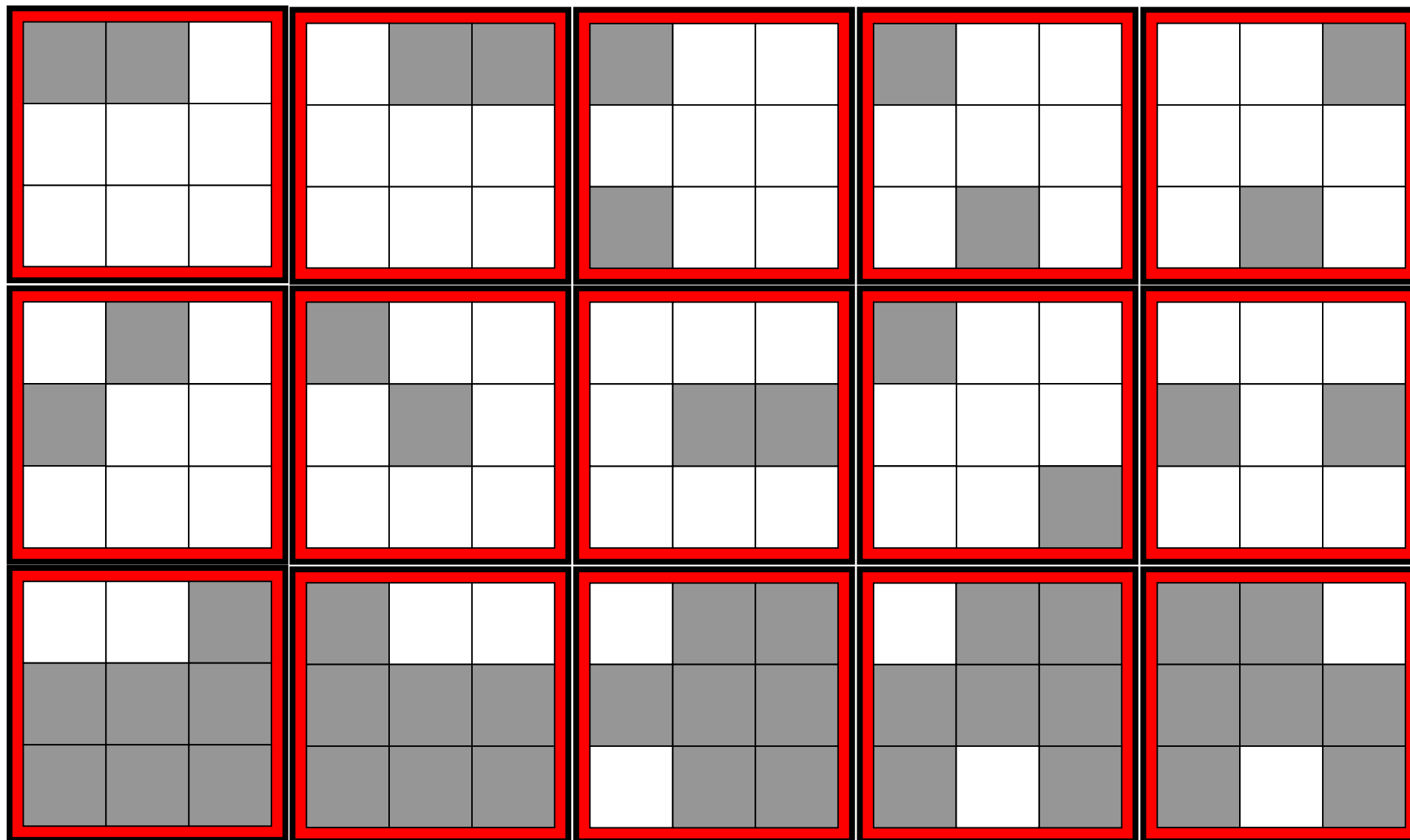


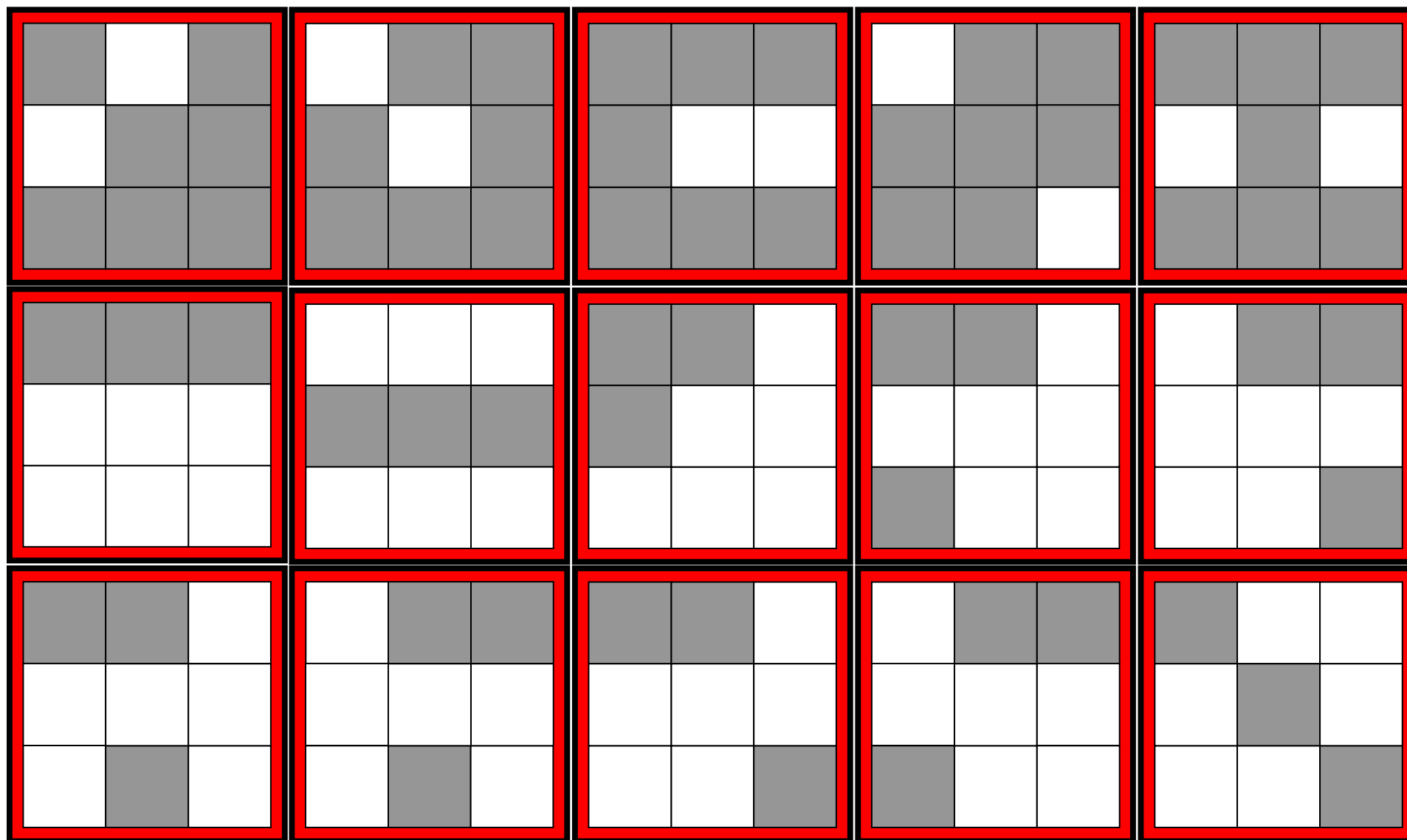




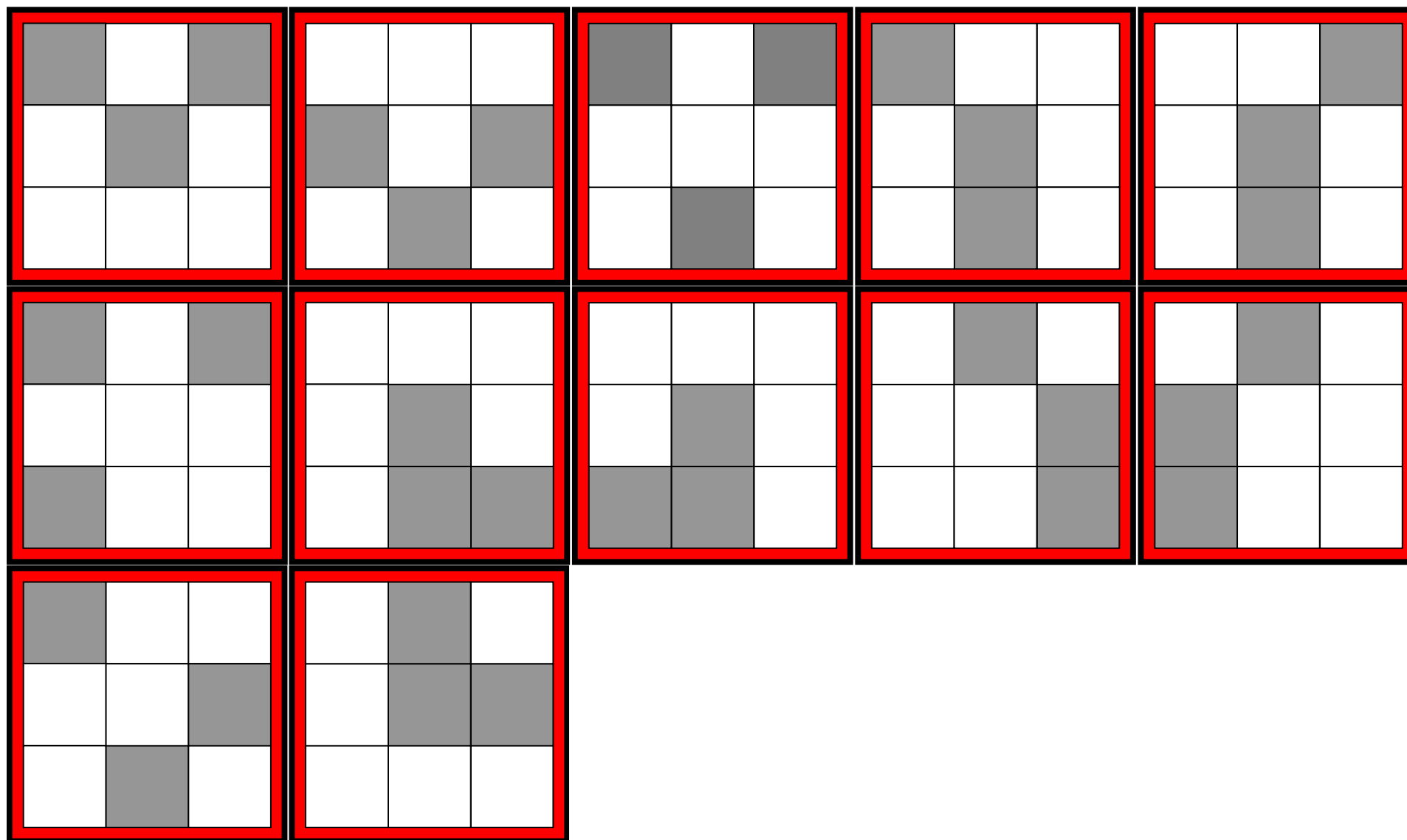


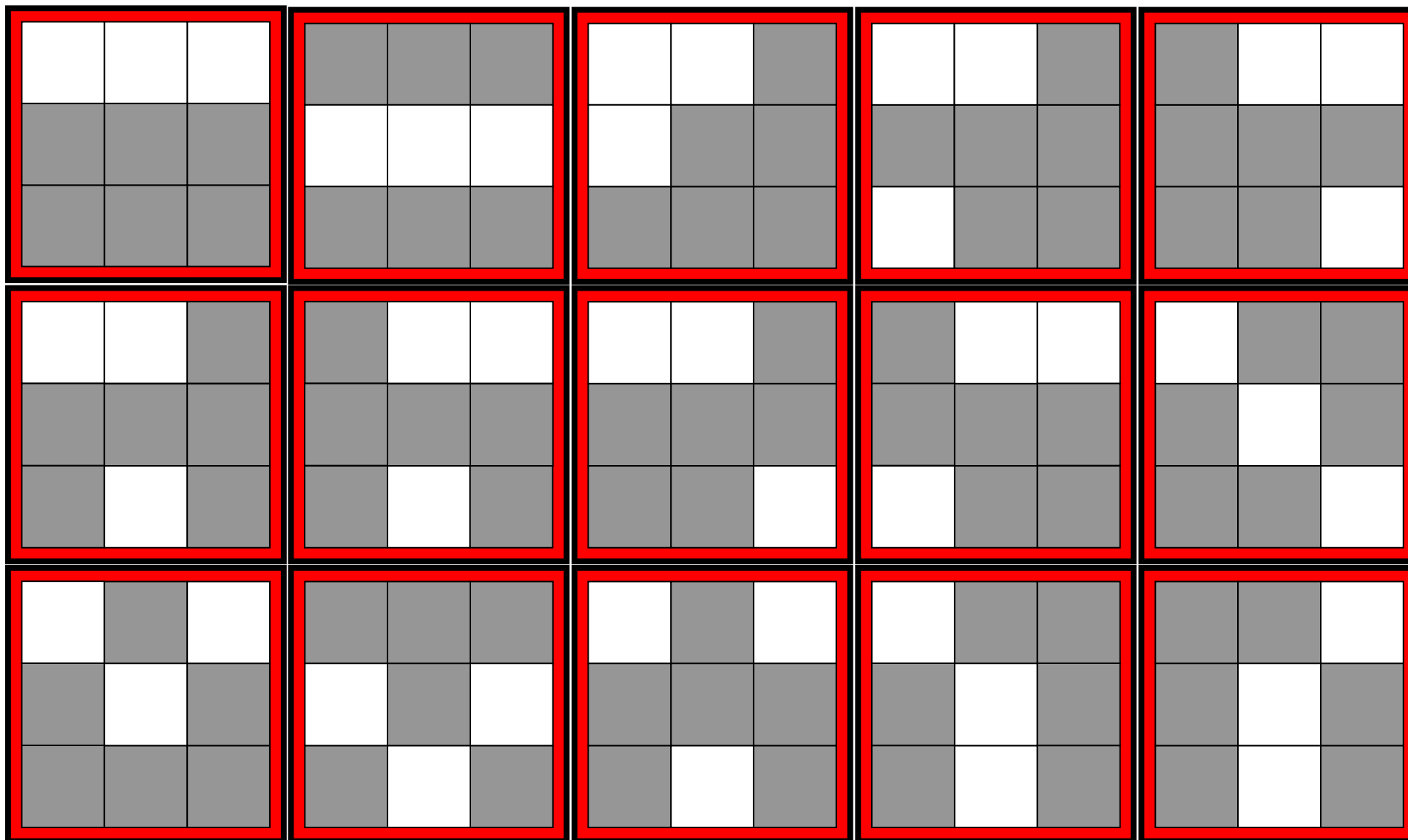


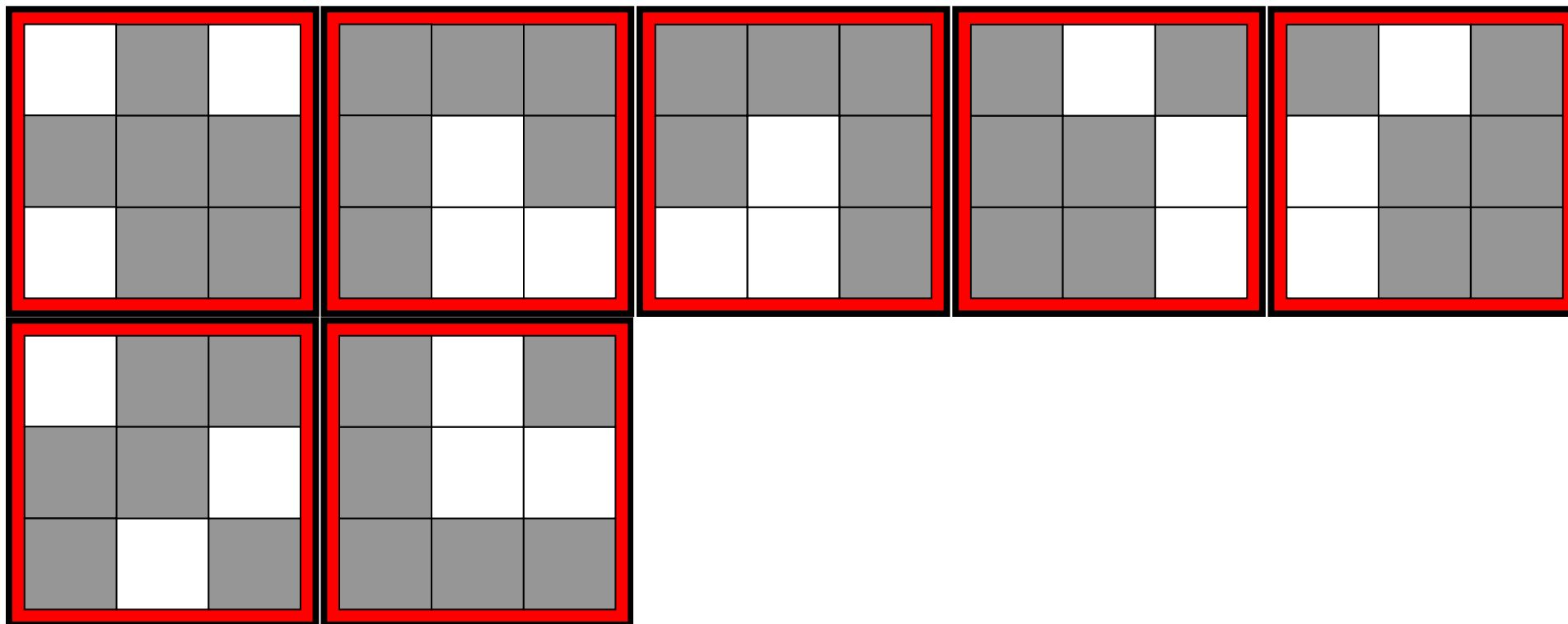


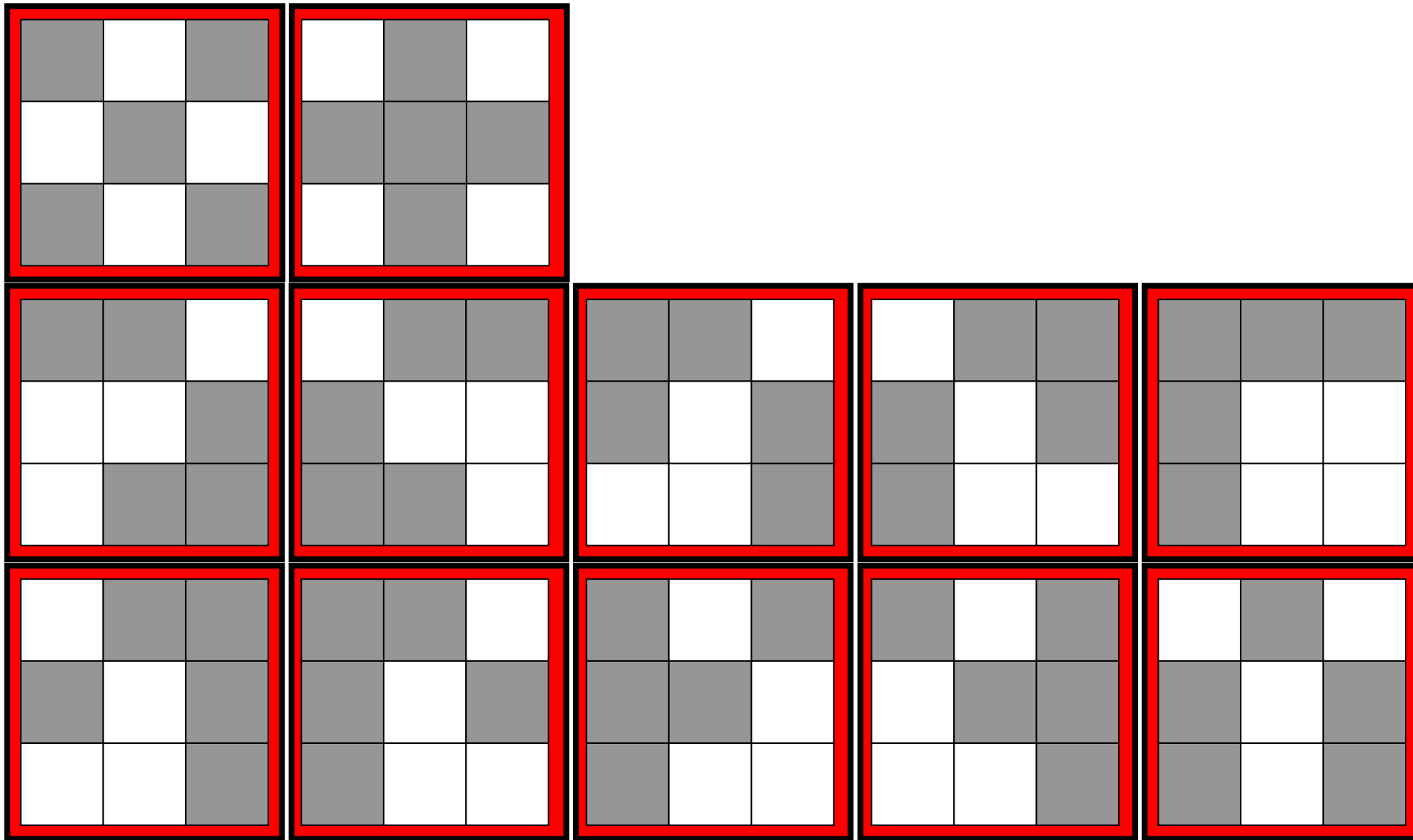


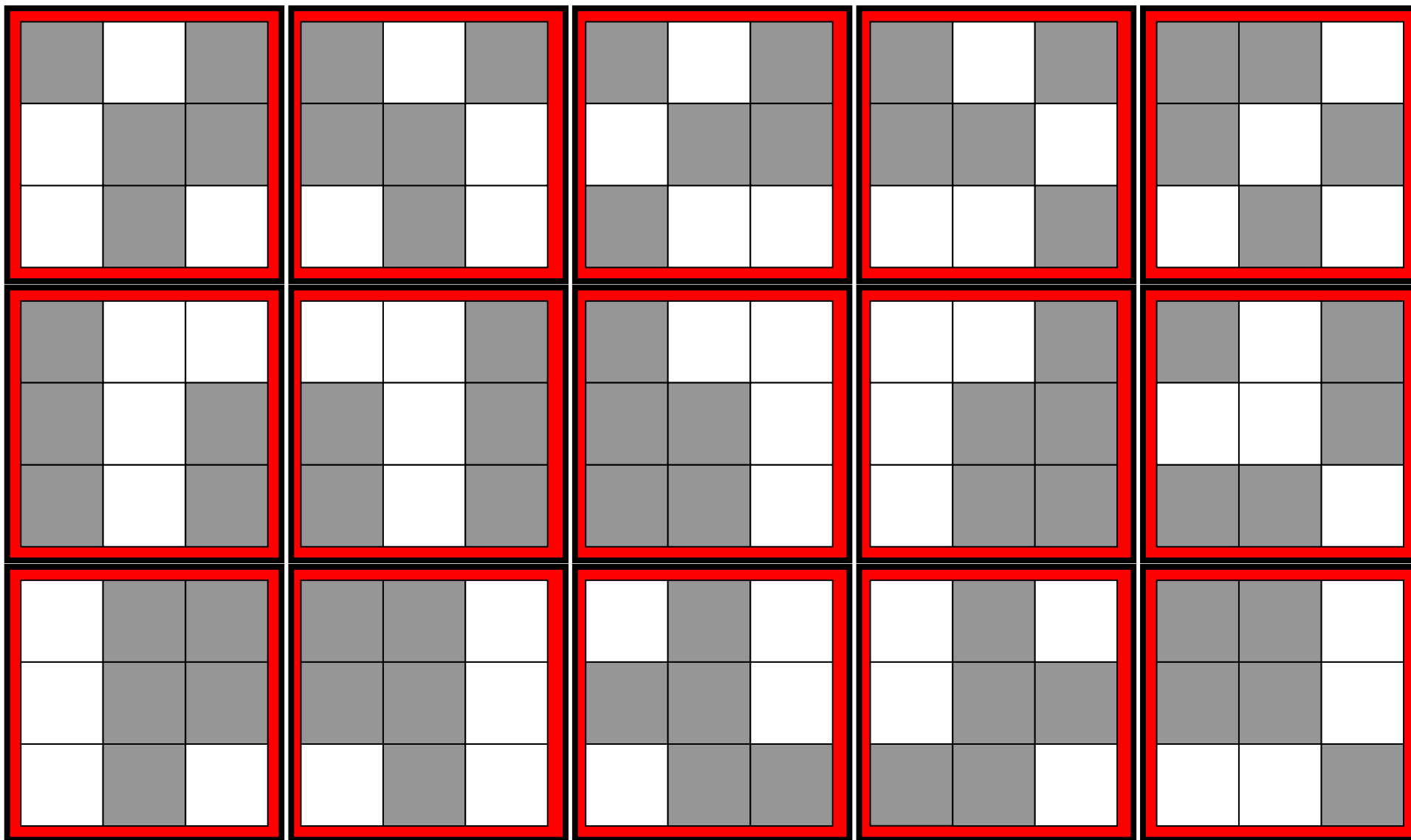


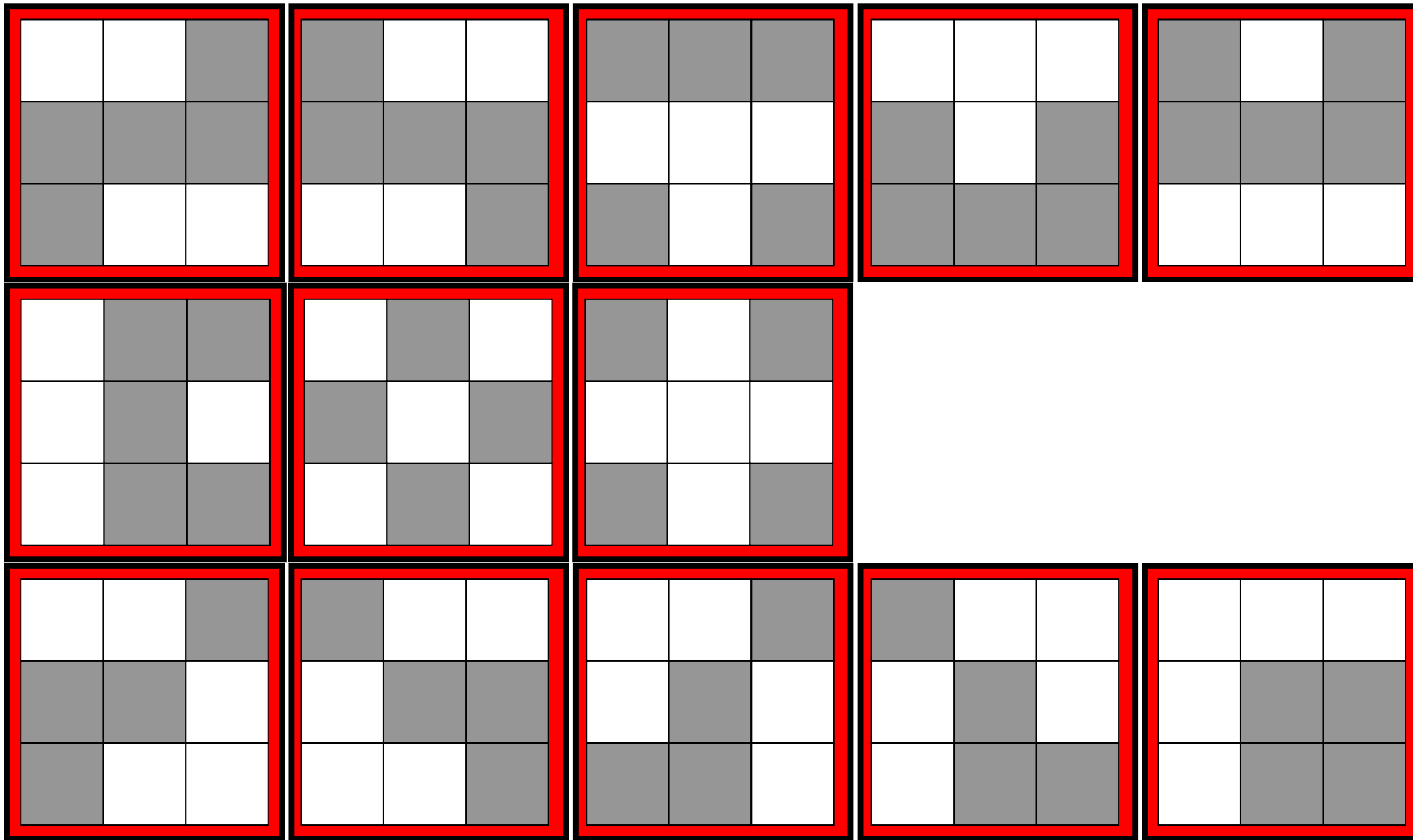


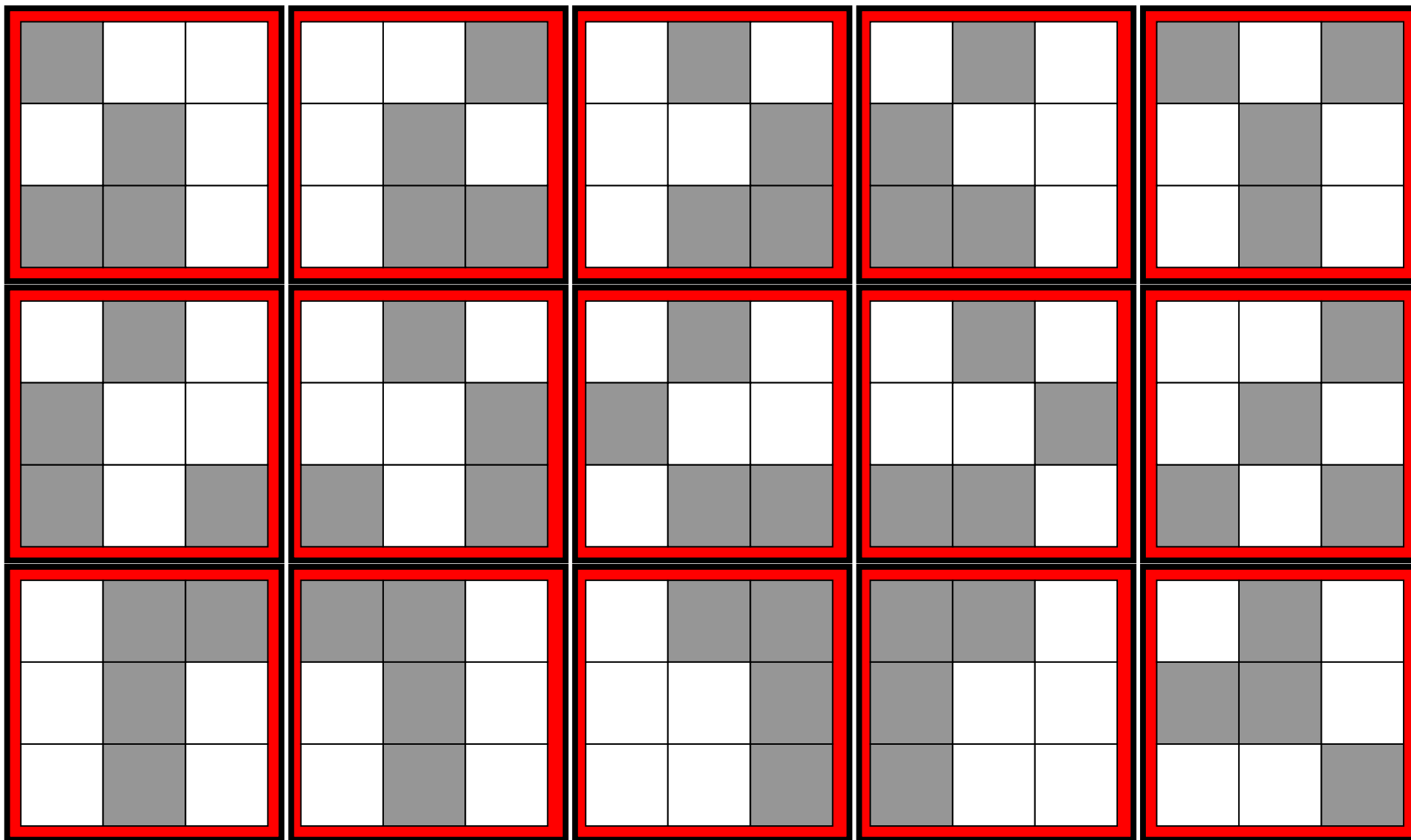


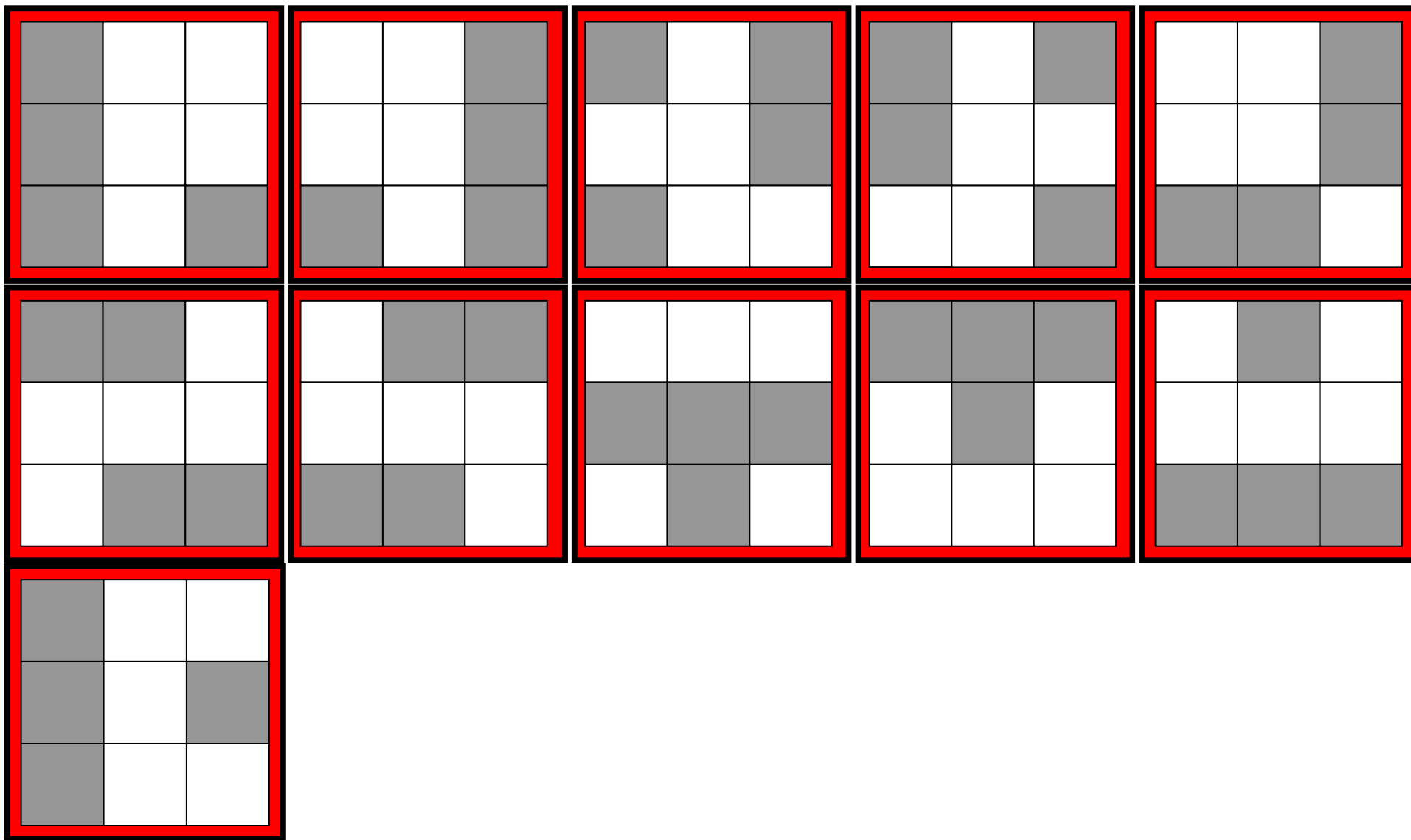














---

## JLOGC#19 - JOGOS PARA O PENSAMENTO LÓGICO Nº 19

---

### A GESTALT E OS CARTÕES GESTÁLTICOS

---

*A Gestalt é uma Teoria da Psicologia cujas concepções se ampliaram para dar origem, no campo da filosofia, à Teoria da Forma. O conceito de gestalt ('boa forma') e o de insight ('iluminação súbita') são aqui abordados. A partir de cartões logicamente neutros e idênticos – denominados cartões gestálticos –, são dados alguns exemplos de conjuntos 'bem formados' (gestalts) obtidos pela justaposição destes cartões. O leitor ainda será convidado a empreender jogos de paciência, utilizando vários modelos de cartões gestálticos, a fim escolher a melhor gestalt dentre as que ele mesmo produziu.*

---

#### 19.1.- Os Cartões Gestálticos

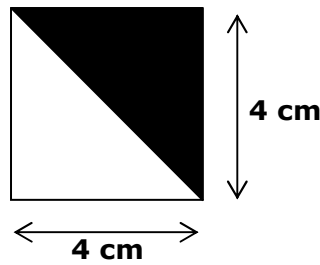
A palavra 'gestalt' (pronunciar: 'gues-tal-t') é de origem alemã podendo ser traduzida como 'forma', 'formato' ou 'configuração', mas um significado melhor para esta palavra seria conseguido ao adotarmos com o significado de 'boa-forma'. Esta idéia, a de uma 'boa forma', será conseguida por elementos isolados, sem características marcantes, que quando agrupados, passam a fornecer uma 'boa forma' ou uma forma 'esteticamente sensível', como se verá em vários exemplos a seguir.

Os elementos isolados que poderão ser agrupados visando à obtenção de 'boas formas' fazem parte de um conjunto de cartões, todos idênticos entre si – denominados *cartões gestálticos*,

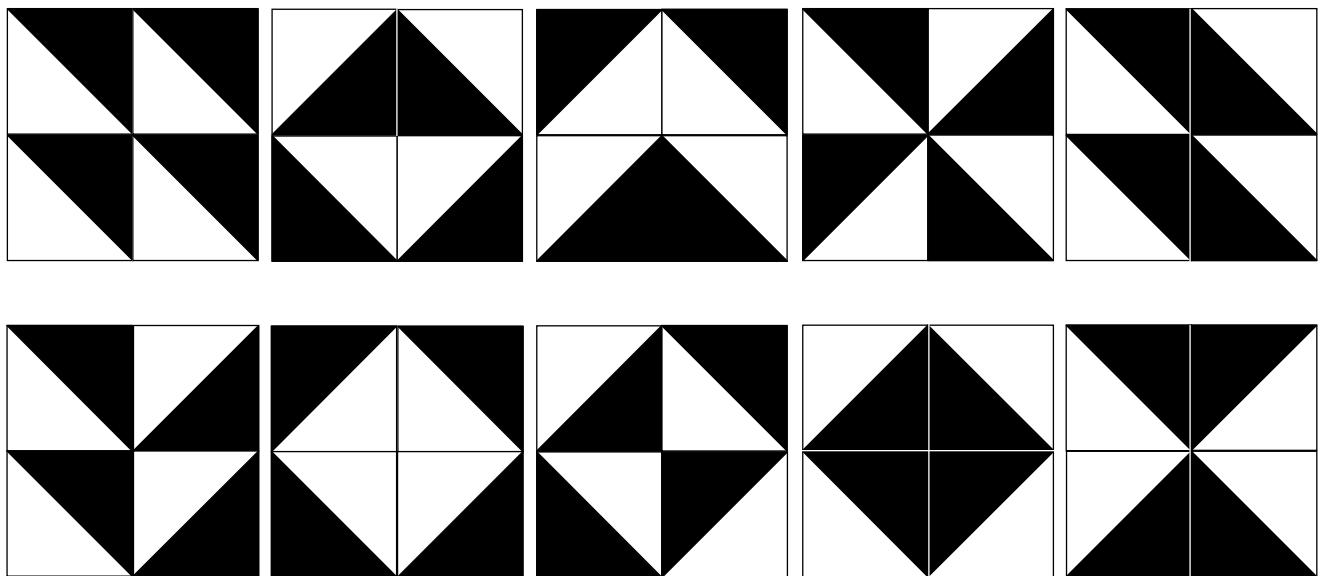
No JLOGC#12 o leitor tomou contacto com os *cartões-números* e os *cartões-numerais*, onde se verificou que os cartões-números podem ser de dois tipos bastante distintos: os *cartões-números-simbólicos* (cartões logicamente impregnados) e os *cartões-números-que-exigem-contagem* (cartões logicamente neutros). *Os cartões gestálticos são cartões logicamente neutros, mas que permitem, ao serem agrupados convenientemente, a obtenção de 'configurações' que nos causam uma 'boa impressão estética'*, como será mostrado nos exemplos a seguir.

##### 19.1.1.- Exemplos de 'Configurações' Esteticamente Interessantes

O cartão a seguir, medindo 4cm × 4cm é um dos muitos modelos de cartão gestáltico possíveis – o leitor interessado encontrará no final deste texto uma série de outros modelos de *cartões gestálticos*.



Note que este cartão pode ser classificado como sendo um cartão logicamente neutro. Utilizando quatro destes cartões, iremos mostrar a seguir, alguns dos possíveis agrupamentos de cartões gestálticos, quer passam a se constituir ‘configurações’ com ‘algum’ tipo de significado estético<sup>1</sup>.



## 19.2.- Sobre a Teoria da Gestalt

A Teoria da Gestalt, formulada no final do século XIX na Alemanha e na Áustria, é uma teoria psicológica concebida pelos psicólogos alemães Max Wertheimer (1880-1943), Kurt Koffka (1886-1941) e Wolfgang Köhler (1887-1967). A Gestalt foi concebida como sendo um protesto contra a concepção de se analisar as experiências humanas de forma atomística ou pontual, ou seja, pela divisão do todo em partes.

<sup>1</sup> Estética: estudo racional do belo, tanto quanto à possibilidade da sua conceituação, quanto à diversidade de emoções e sentimentos que ele suscita no ser humano. Segundo o criador do termo, o filósofo alemão Alexander Baumgarten (1714-1762), *ciência das faculdades sensitivas humanas*, investigadas em sua função cognitiva particular, que tem a finalidade de captar a beleza das formas sensíveis ou artísticas. (Adaptado dos Dicionários Aurélio e Houaiss)

A Teoria da Gestalt propunha que uma análise das partes, em separado, nunca poderia proporcionar a compreensão do todo, uma vez que o todo é definido pela interação e interdependência entre as partes. Para os gestaltistas, as partes de uma *gestalt* (uma ‘boa forma’) não mantêm sua identidade, quando estão separadas do contexto, bem como de sua função naquele todo. Isto é bem visível nos exemplos acima apresentados.

Assim é que, a Gestalt é uma teoria que considera os fenômenos psicológicos como totalidades organizadas, indivisíveis, articuladas, isto é, como conjuntos constituídos por unidades autônomas, mas dotadas quando agrupadas, de coesão e capazes de suscitar percepções ou sensações estéticas. Inicialmente, uma teoria psicológica, a *Gestalt* extrapolou esta área a ponto de ser também considerada uma filosofia quando, então, é chamada *Teoria da Forma*.

### 19.2.1.- O Insight

Vejamos como esta idéia, a de *insight* aparece definida em dois importantes dicionários:

- **No dicionário Houaiss – versão eletrônica de 2009 –, esta palavra aparece com as seguintes acepções:** [1] *clareza súbita na mente, no intelecto de um indivíduo; iluminação, estalo, luz;* na rubrica psicologia: [2] *compreensão ou solução de um problema pela súbita captação mental dos elementos e relações adequados;* [3] *nova reação que aparece subitamente, não baseada em experiências anteriores, segundo as teorias da Gestalt.*
- **No American Heritage Dictionary of English Language de 2000 – 4<sup>th</sup> edition – pode-se ler:** “insight - noun: 1. The capacity to discern the true nature of a situation; penetration; 2. The act or outcome of grasping the inward or hidden nature of things or of perceiving in an intuitive manner.”, ou seja, traduzindo para o português: “insight - substantivo: A capacidade de discernir a verdadeira natureza de uma situação; penetração. 2. O ato ou resultado de compreender a natureza interna ou oculta de coisas ou de percebê-la uma maneira intuitiva”

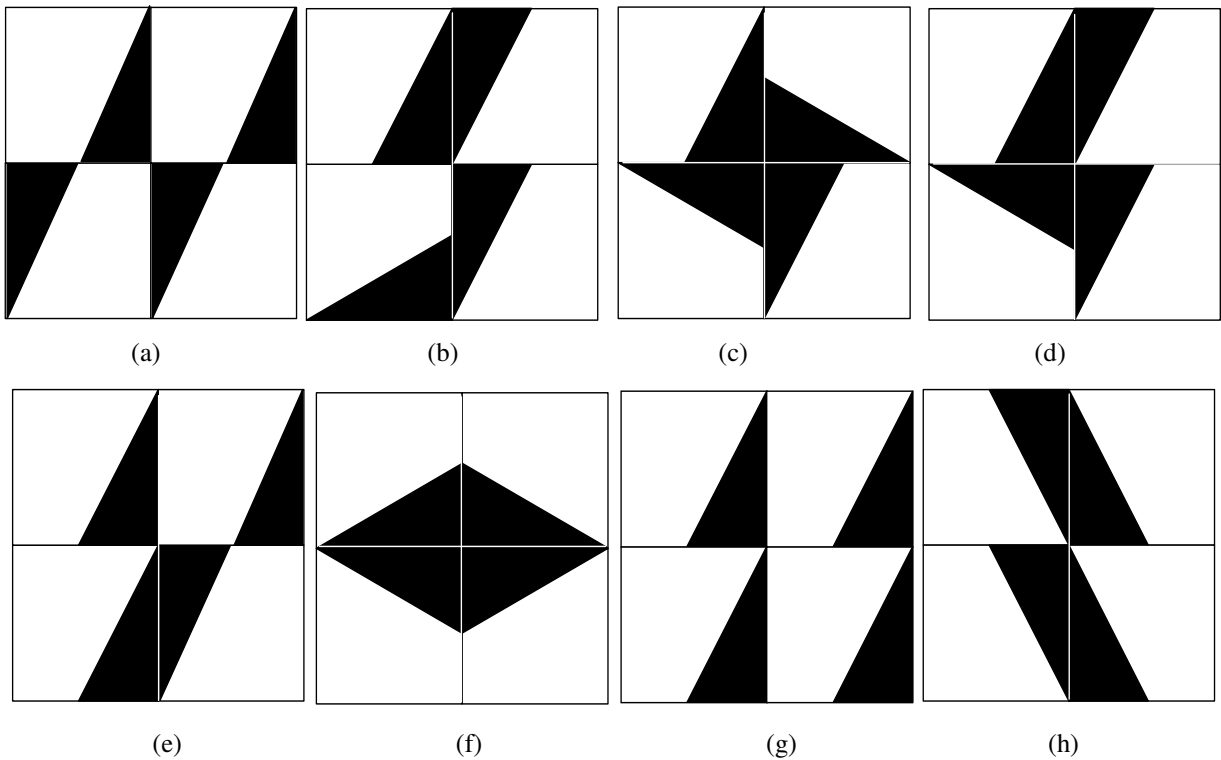
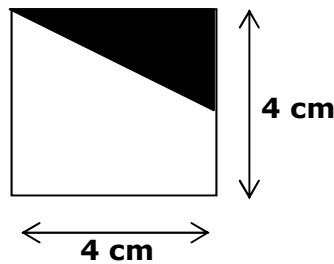
O que podemos acrescentar ao que foi encontrado nestes dois dicionários, é o seguinte: a aprendizagem humana, na maioria das vezes, se dá através da resolução de problemas ou de situações-problema, e normalmente se caracteriza por envolver fenômenos não inteiramente abertos à consciência do indivíduo. Estes fenômenos que acompanham o processo de resolução de

problemas, frequentemente ocorrem de forma súbita em regiões da mente não acessáveis pela consciência.

Em resumo: os seres humanos raciocinam deliberadamente e conscientemente mas, por algum fato inexplicável, as soluções de alguns problemas ocorrem de forma súbita e indescritível, como vindas de algum lugar não detectável de suas mentes. A este tipo de *iluminação repentina* é que se dá o nome de *insight*.

### 19.2.2.- Em busca de ‘Boas Formas’ ou de ‘Insights’

Vejamos a seguir, mais alguns exemplos, em que um outro tipo de módulo – um outro cartão gestáltico, distinto do anteriormente apresentado – permitirá a elaboração de interessantes configurações produtoras de diversos insights.

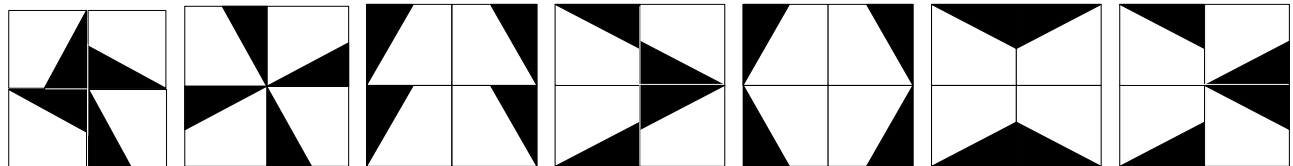


### 19.2.3.- Um Jogo Para O Pensamento Lógico

O que se propõe aqui, como um Jogo Para o Pensamento Lógico, é verificar, quais das figuras acima apresentam uma “melhor” ‘boa forma’ ou uma “melhor” gestalt que a outra?

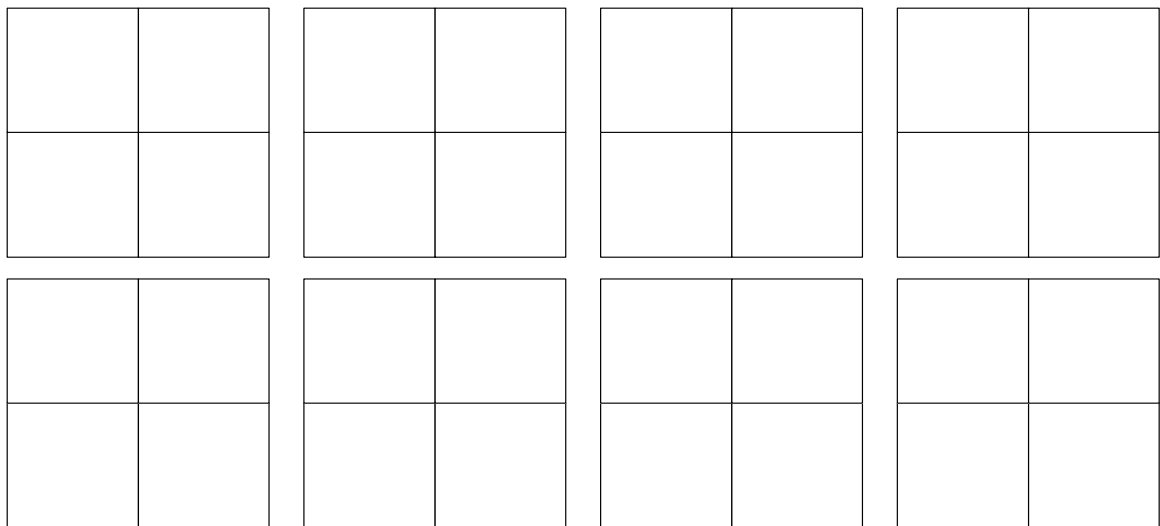
Um outro Jogo Para o Pensamento Lógico é tentar num jogo solitário, utilizando um mesmo modelo de cartão gestáltico, ‘formar’ a maior quantidade possível de configurações.

Veja a seguir, mais algumas configurações que podem ser conseguidas com o módulo anterior.



#### 19.2.3.1.- Propondo um Jogo Para o Pensamento Lógico

Analise todas as configurações anteriormente obtidas e tente criar mais algumas, desde que, distintas das anteriores. Para isto você pode utilizar as quadrículas apresentadas a seguir, pintando-as convenientemente.



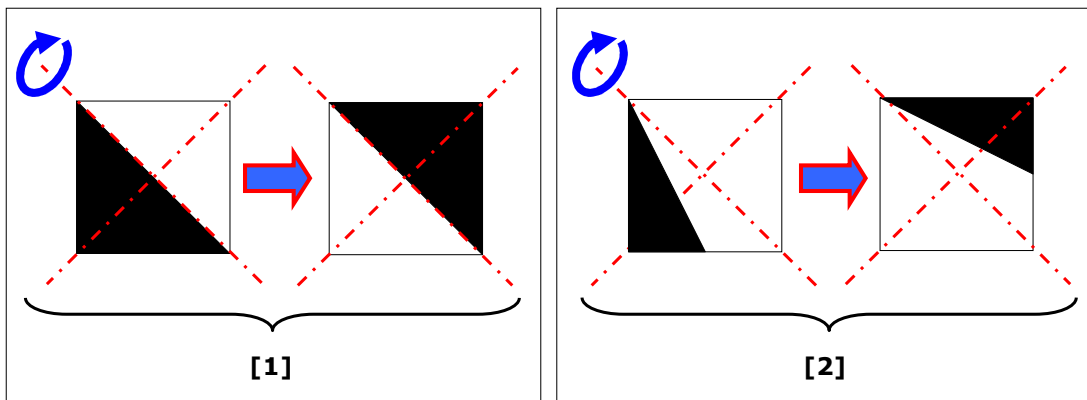
### 19.3.- Sobre a Simetria e Não-Simetria dos Cartões Gestálticos

O leitor pode não ter notado um fenômeno bastante interessante que diferencia os cartões utilizados para a elaboração de nossas últimas ‘gestalts’.



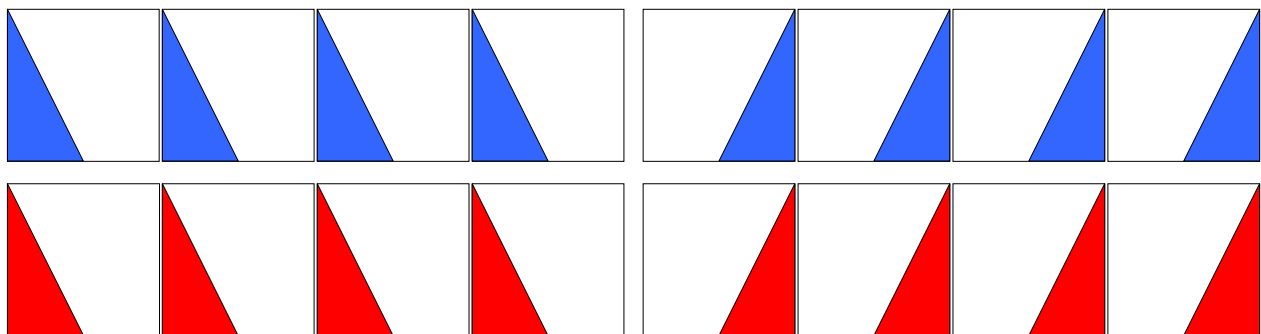
Ao compararmos os dois módulos que foram por nós utilizados nos primeiros exemplos de gestalts dados até aqui, iremos notar que o primeiro daqueles módulos é simétrico com relação às diagonais do cartão (que é um quadrado). Já o segundo módulo não é simétrico com relação a nenhuma das diagonais do quadrado. Mas o que isto quer dizer?

Note que no caso [1] mostrado na figura a seguir, ao refletirmos o desenho de um dos módulos ele se torna idêntico ao anterior, bastando girá-lo em torno do centro do cartão para verificarmos isto. No entanto, o mesmo não acontece com o módulo mostrado no caso [2], aplicando uma rotação ao segundo cartão, não vamos obter o cartão anterior.

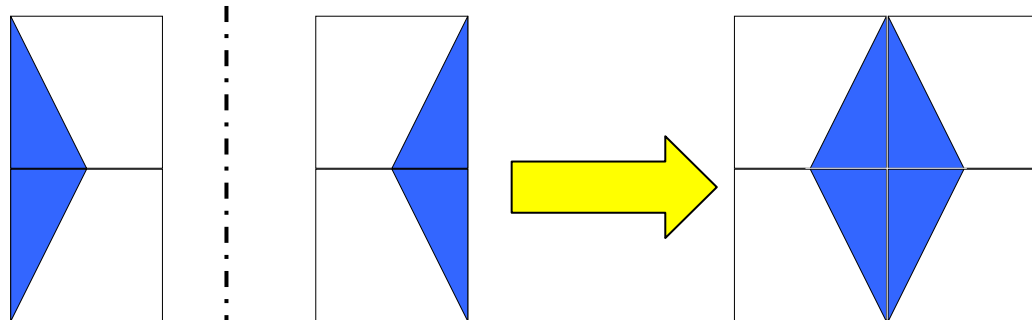


Isto quer dizer que no caso de módulos simétricos (cartões com desenhos simétricos) ele é único (vide figura [1] acima), enquanto os módulos não-simétricos (vide figura [2] acima) permitirão que, através de uma reflexão, obtenhamos outro cartão gestáltico, muito semelhante com o cartão original, mas não idêntico – diz-se que um destes cartões é o simétrico do outro, no entanto, quando tomados individualmente, eles são não-simétricos.

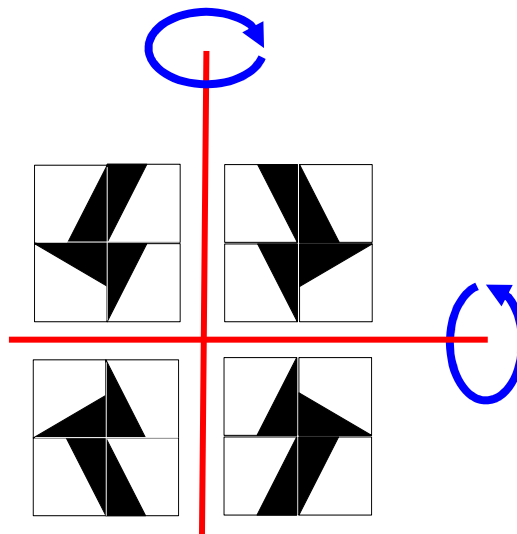
Para que o leitor possa elaborar os seus próprios jogos envolvendo simetrias entre as gestalts, fornecemos no CD-R que acompanha este livro alguns cartões gestálticos assimétricos acompanhados de suas respectivas simetrias, como os dos exemplos a seguir.



No exemplo a seguir o leitor irá verificar que: na primeira figura, a imagem da direita é uma imagem espectral da imagem à esquerda, isto é, a figura é vista como a figura propriamente dita e a sua imagem em um espelho. Na segunda figura o leitor irá verificar que tivemos que utilizar o módulo básico bem como suas simetrias para montar aquela ‘gestalt’.

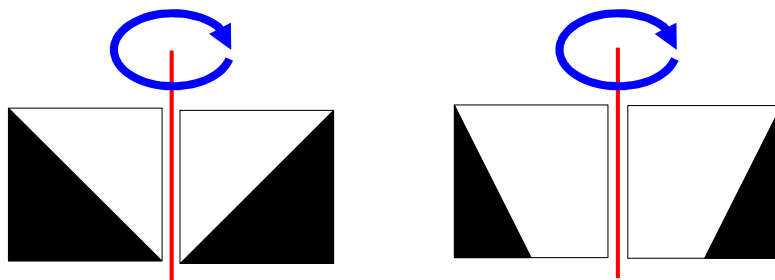


Ainda, nas configurações a seguir, o leitor poderá verificar com facilidade que as duas configurações ali apresentadas são simétricas, uma com relação à outra.

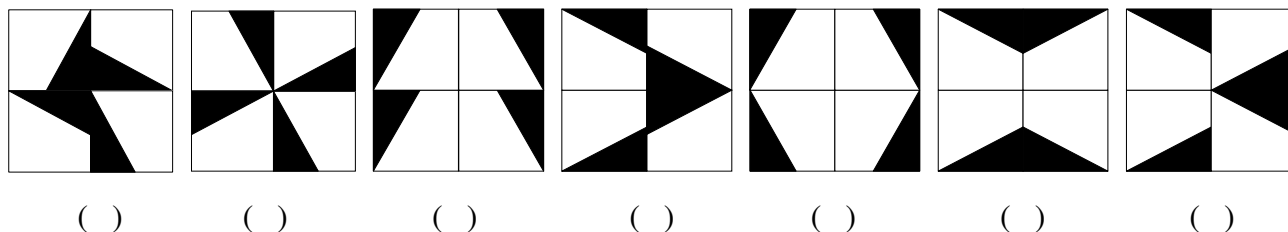
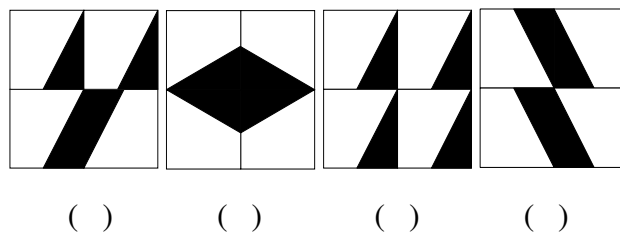
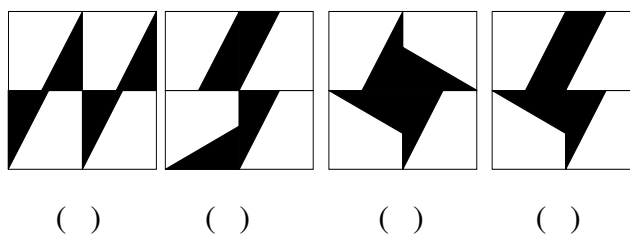


### 19.3.1.- Propondo Um Jogo Para o Pensamento Lógico

A idéia de simetria, nos faz pensar, com toda a certeza, nas configurações apresentadas anteriormente, como exemplos de gestalt, e fica no ar a pergunta: *Será que todas elas foram construídas apenas com um só tipo de módulo ou utilizamos, para construí-las, módulos simétricos?*



Propomos aqui um Jogo Para o Pensamento Lógico: *Verifique se as figuras (gestalts) a seguir foram elaboradas apenas com um dos módulos ou com os dois indiferentemente, isto é, faça um teste de configuração das seguintes gestalts, e assinale, com um 'X' entre os parêntesis, aquelas em que ocorrem tipos de módulos distintos – em caso de dúvida tente construí-las com os cartões gestálticos que estão na pasta JLOGC#18 que figura no CD-R que acompanha este livro.*



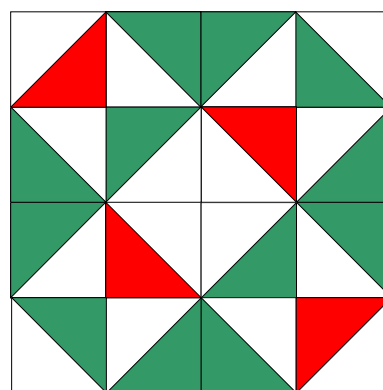
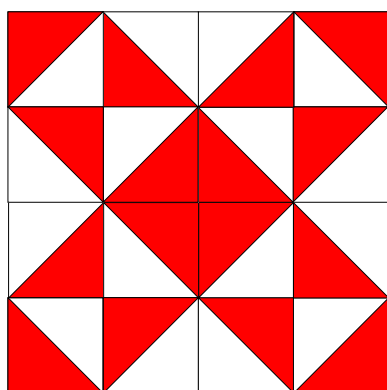
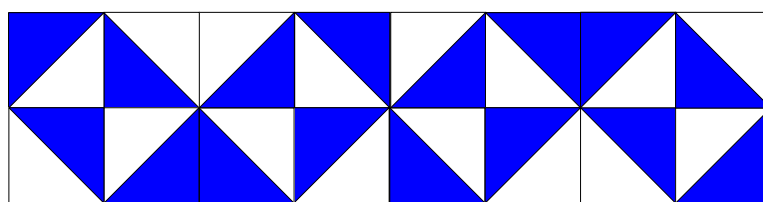
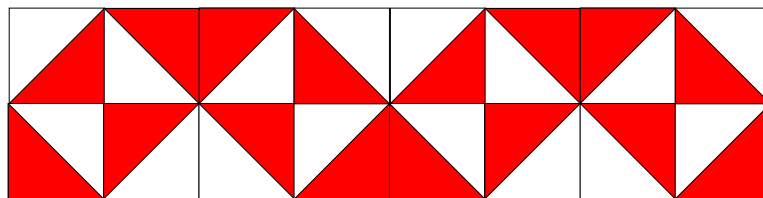
### 19.4.- Elaborando Configurações Mais Complexas

As 'configurações' mais amplas (ou mais complexas) a serem apresentadas a seguir, é que nos permitirão introduzir a seguir, no JLOGC#19, o conceito de Matrizes Gestálticas e propor, com a utilização das mesmas, um Jogo Para o Pensamento Lógico bastante interessante. Ainda no caso



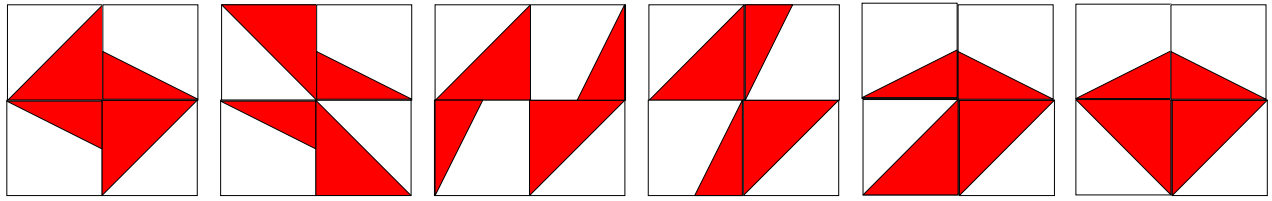
do JLOGC#19 o leitor irá se deparar com o emprego de figuras não-simétricas e de suas respectivas simetrias na elaboração das matrizes gestálticas.

As configurações dos exemplos até aqui exibidos foram criadas utilizando-se 4 cartões gestálticos idênticos, dispostos com o objetivo de formar um quadrado com 8 cm de lado (um quadrado de 8 cm × 8 cm), mas nada nos impede que o façamos com um conjunto maior de cartões, sejam eles coloridos ou não, formando quadrados ou retângulos, como no caso dos conjuntos mostrados a seguir..



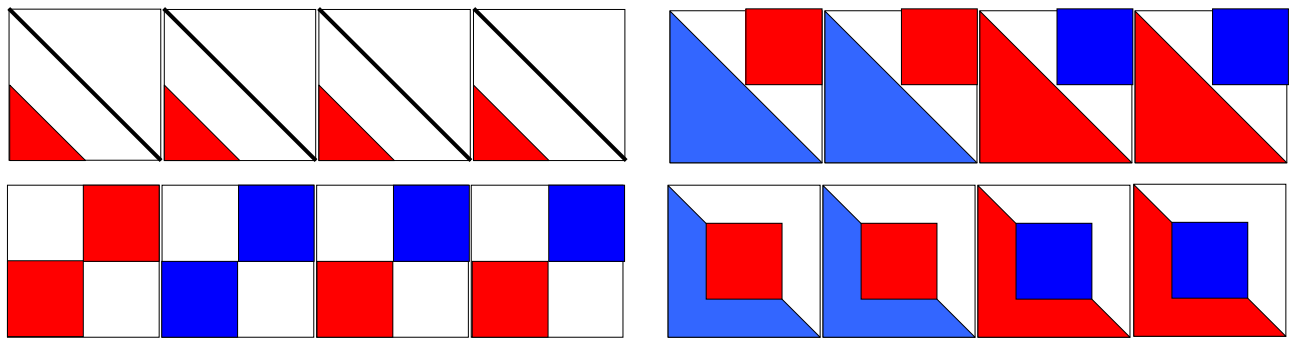
### **18.4.1.- Elaborando Configurações Com Tipos Distintos de Cartões**

Nas configurações a seguir iremos utilizar cartões gestálticos distintos entre si, visando incorporar a estas novas figuras, uma complexidade ainda maior do que as conseguidas anteriormente.



### 18.5.- Alguns Outros Modelos de Cartões Gestálticos

A seguir mostramos alguns novos tipos de cartões gestálticos que nos fornecerão meios de elaborarmos gestalts cada vez mais complexas. Vá até a pasta JLOGC#18 no CD-R que acompanha este livro, imprima estes modelos de cartões, recorte-os e jogue tentando formar novas ‘boas formas’ (gestalts).

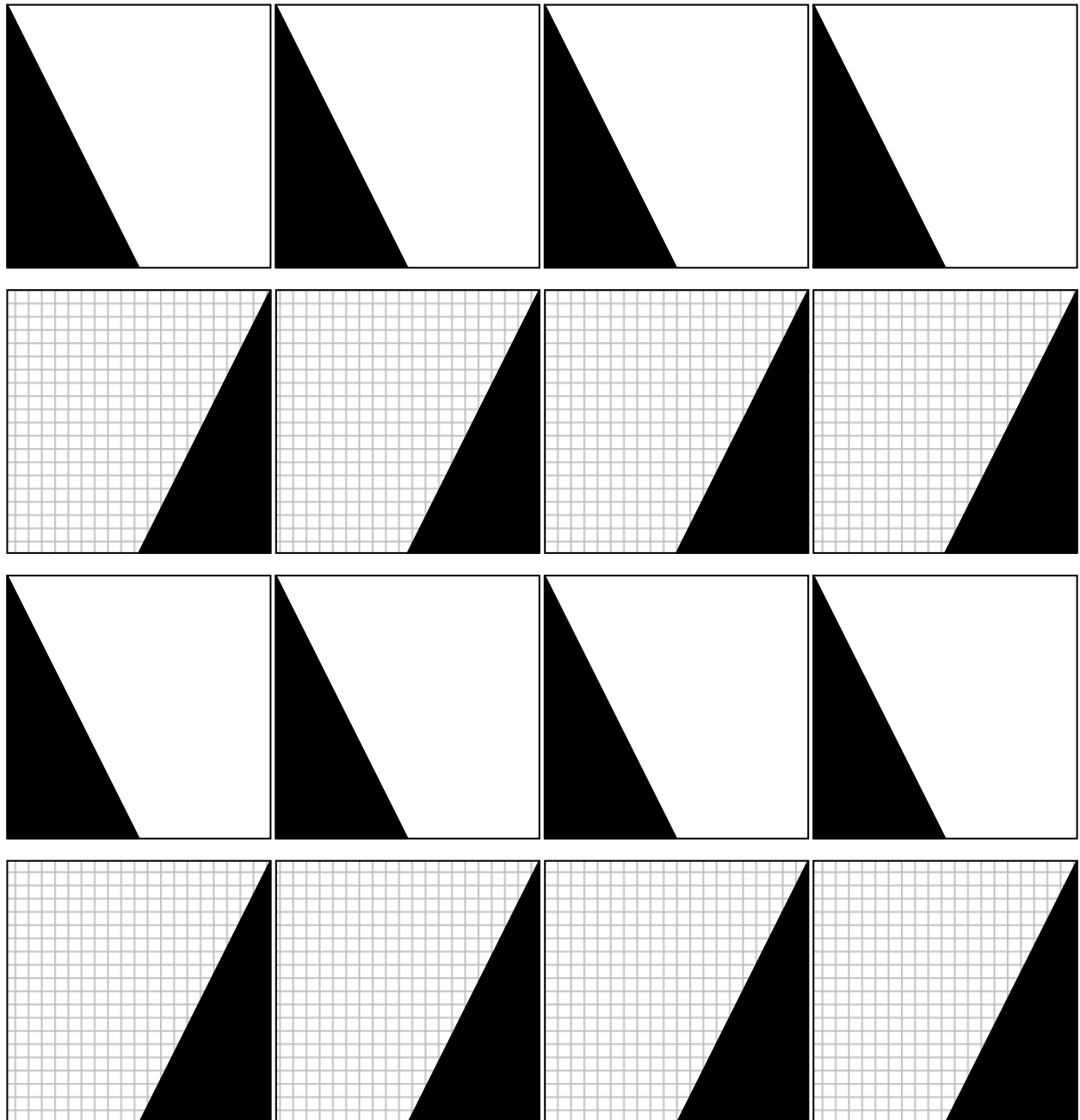


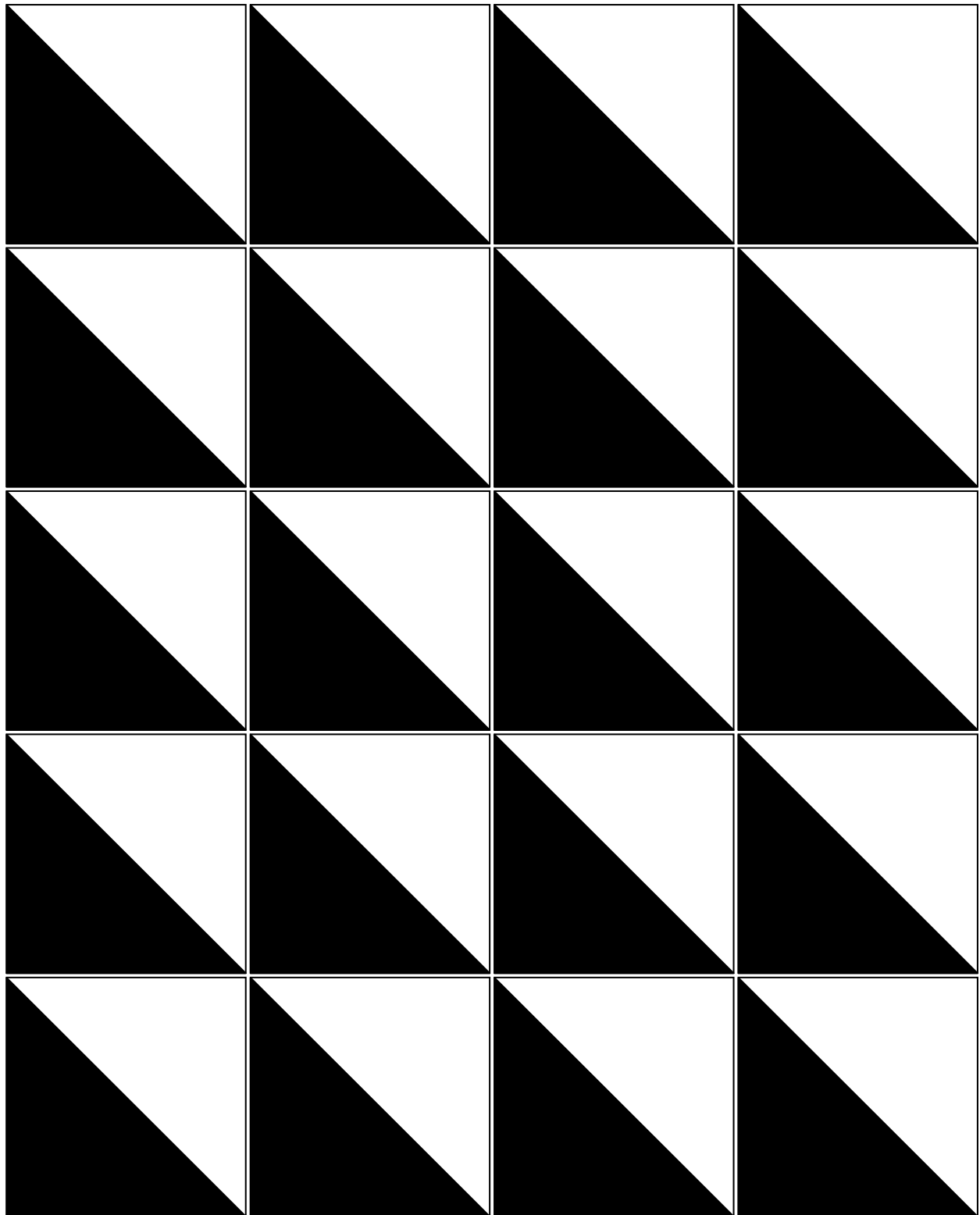
## JLOGC#01 - JOGOS PARA O PENSAMENTO LÓGICO Nº 01 MATERIAL PARA REPRODUÇÃO via IMPRESSORA

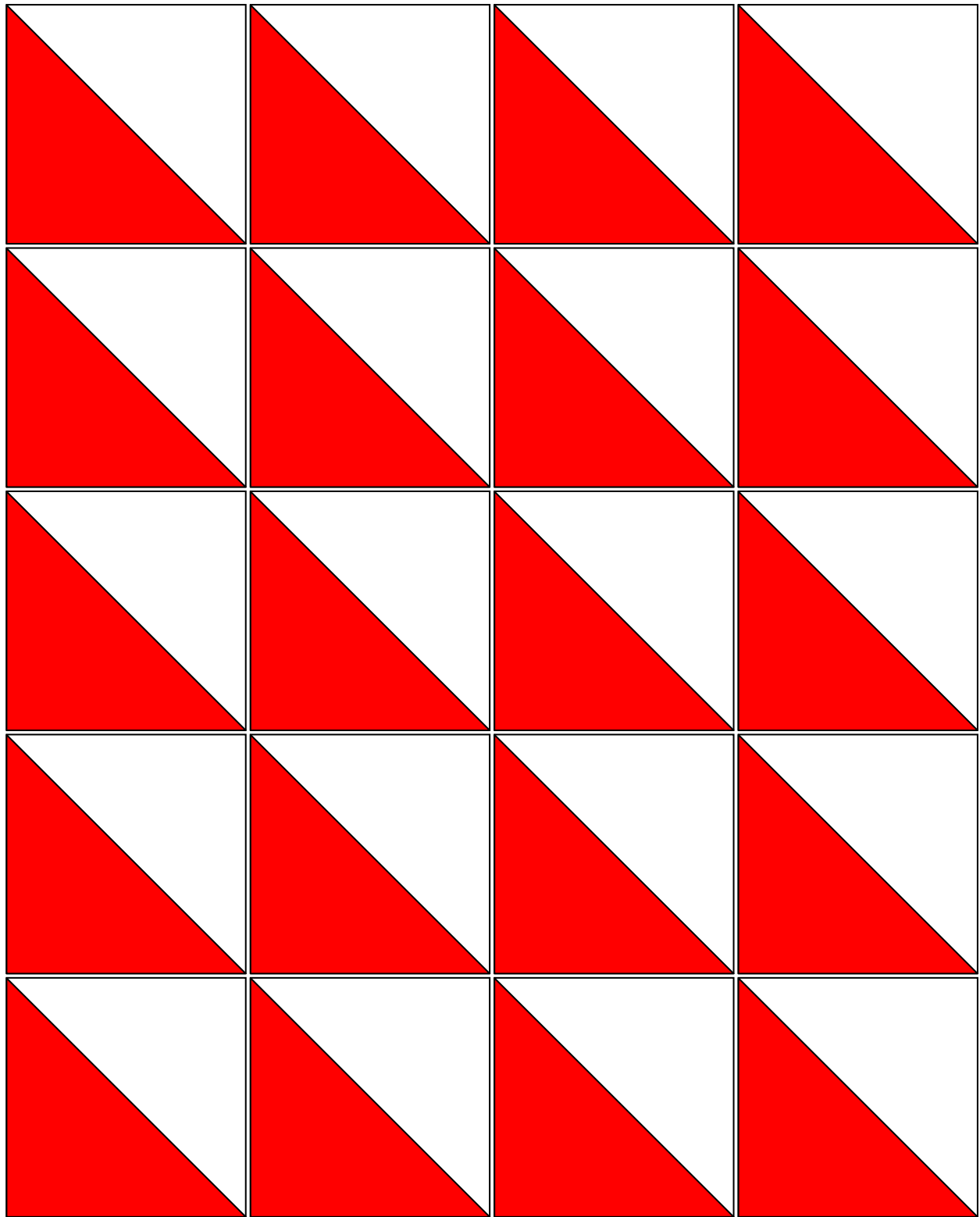
---

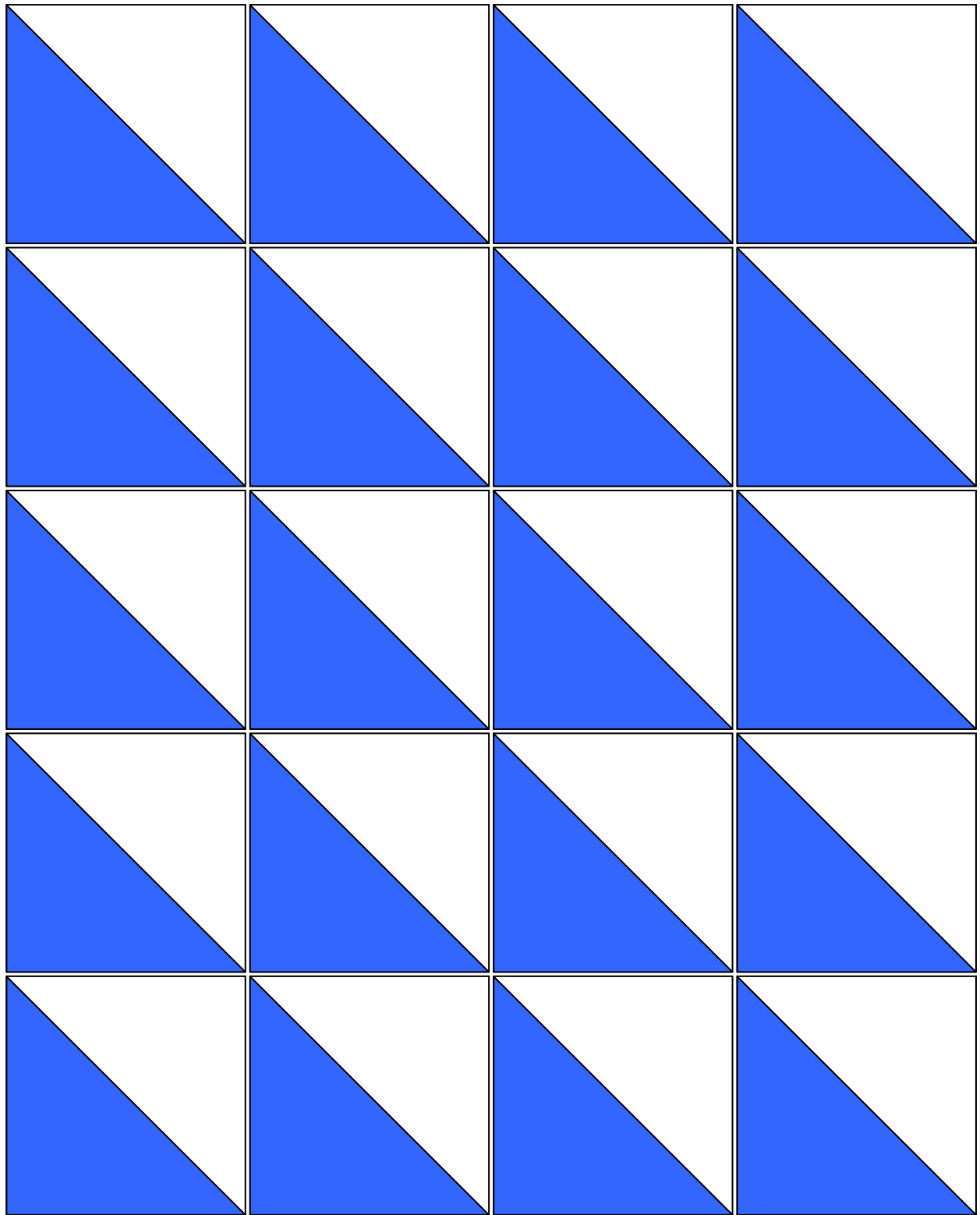
**Módulos Gestálticos Não-Simétricos Para Realizar os Testes de Configuração dos Exemplos dados no item 18.3.1. do JLOGC#18**

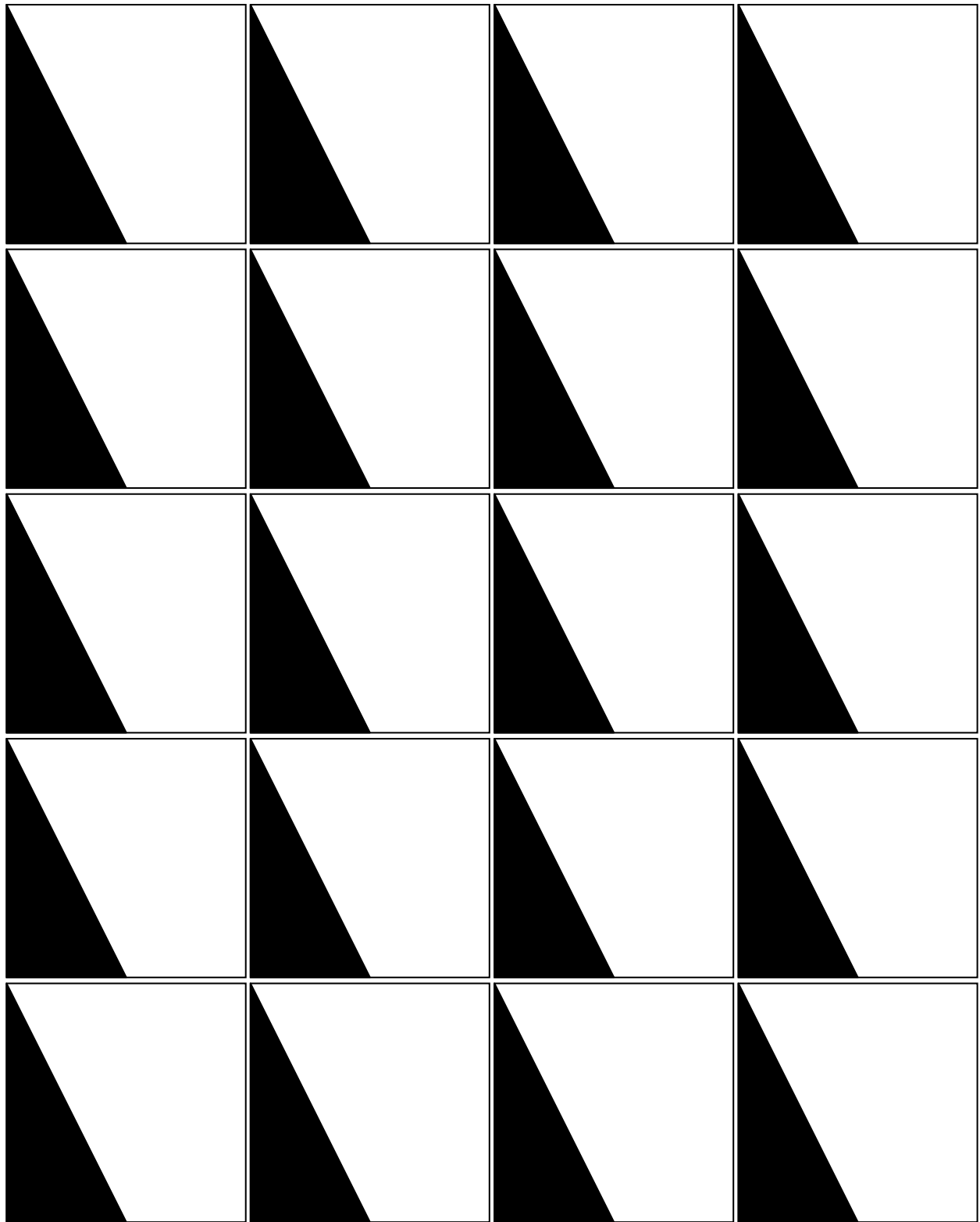
**Observação: Para distinguir os cartões de suas simetrias os fundos dos cartões ou são brancos ou acinzentados.**

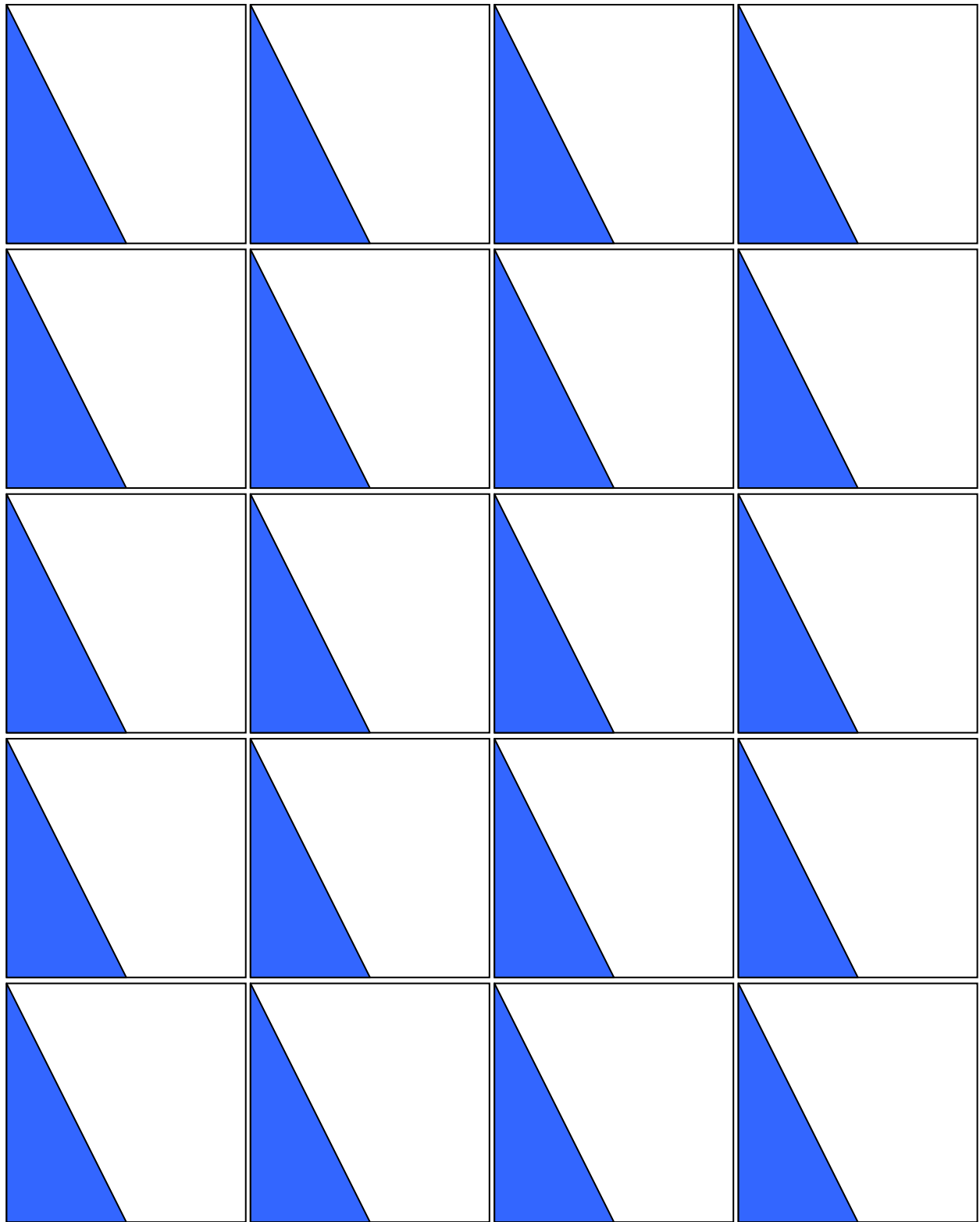




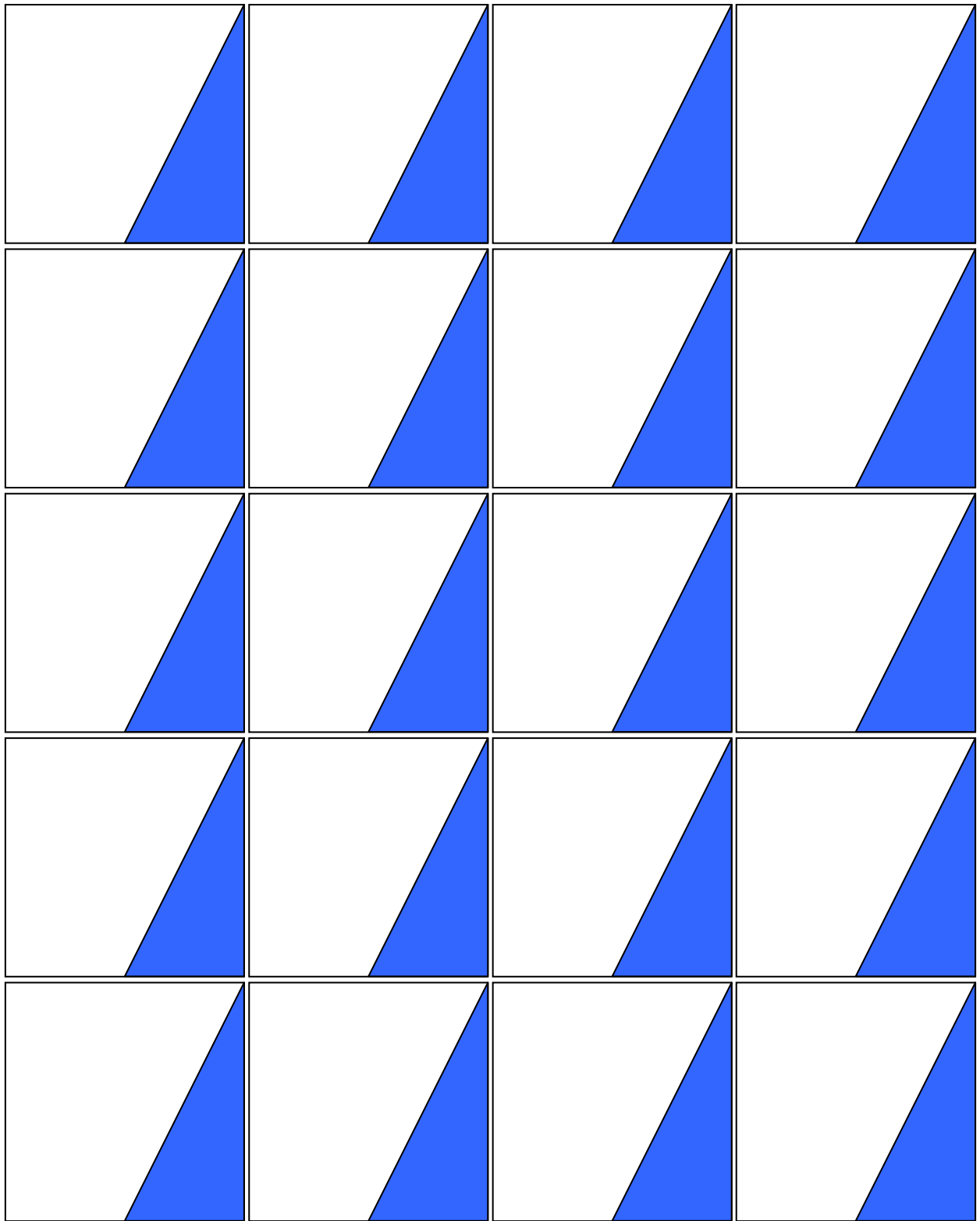


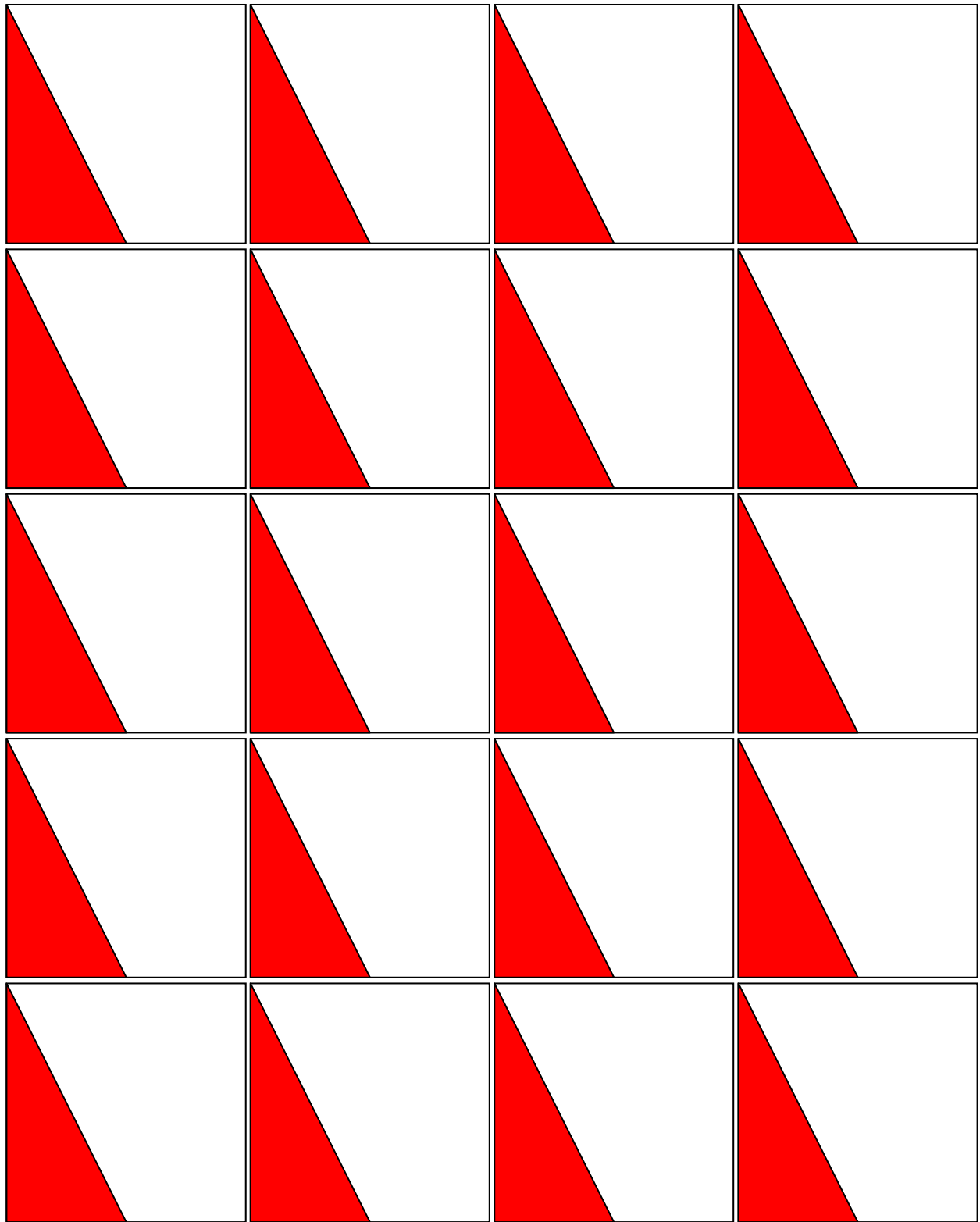


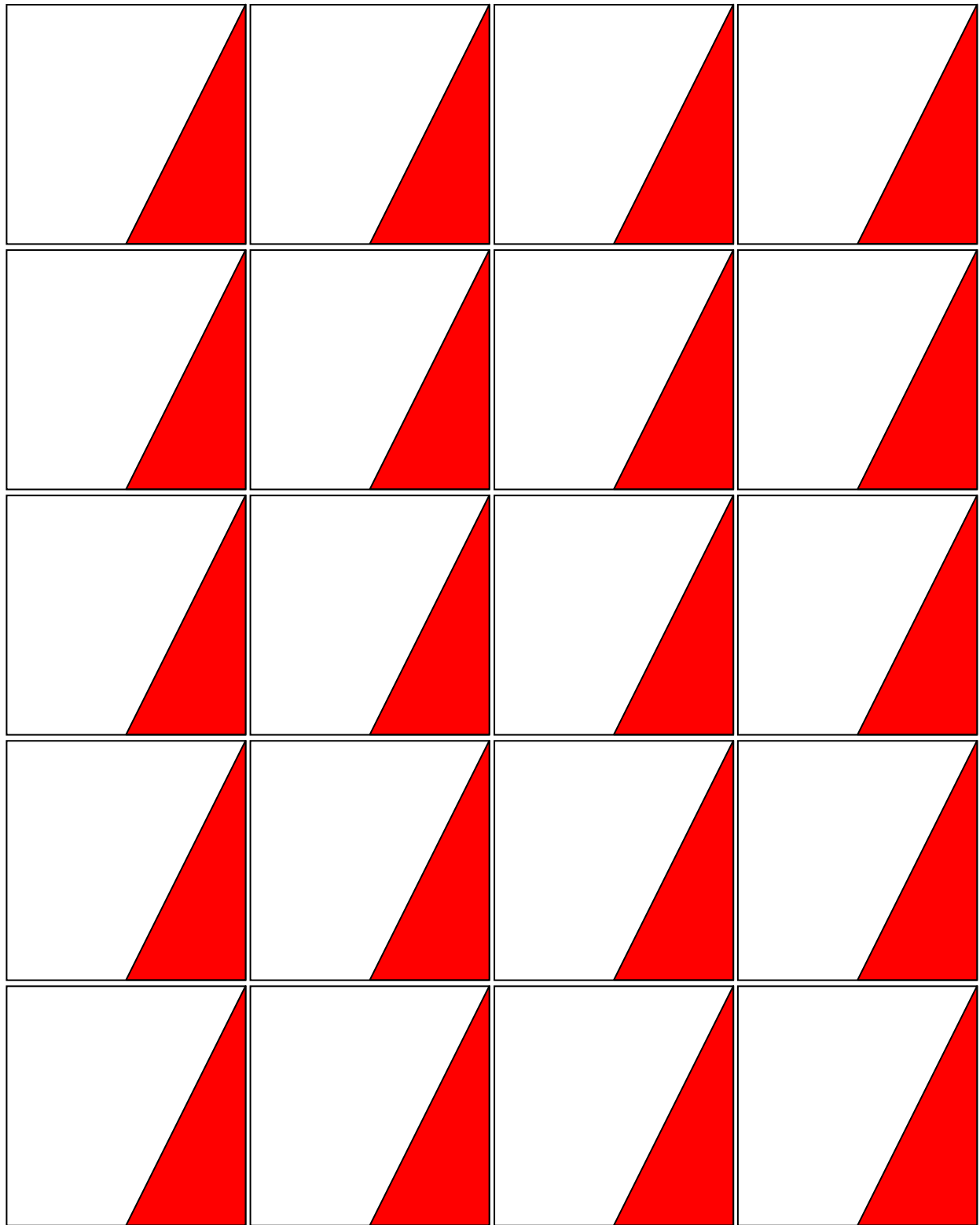


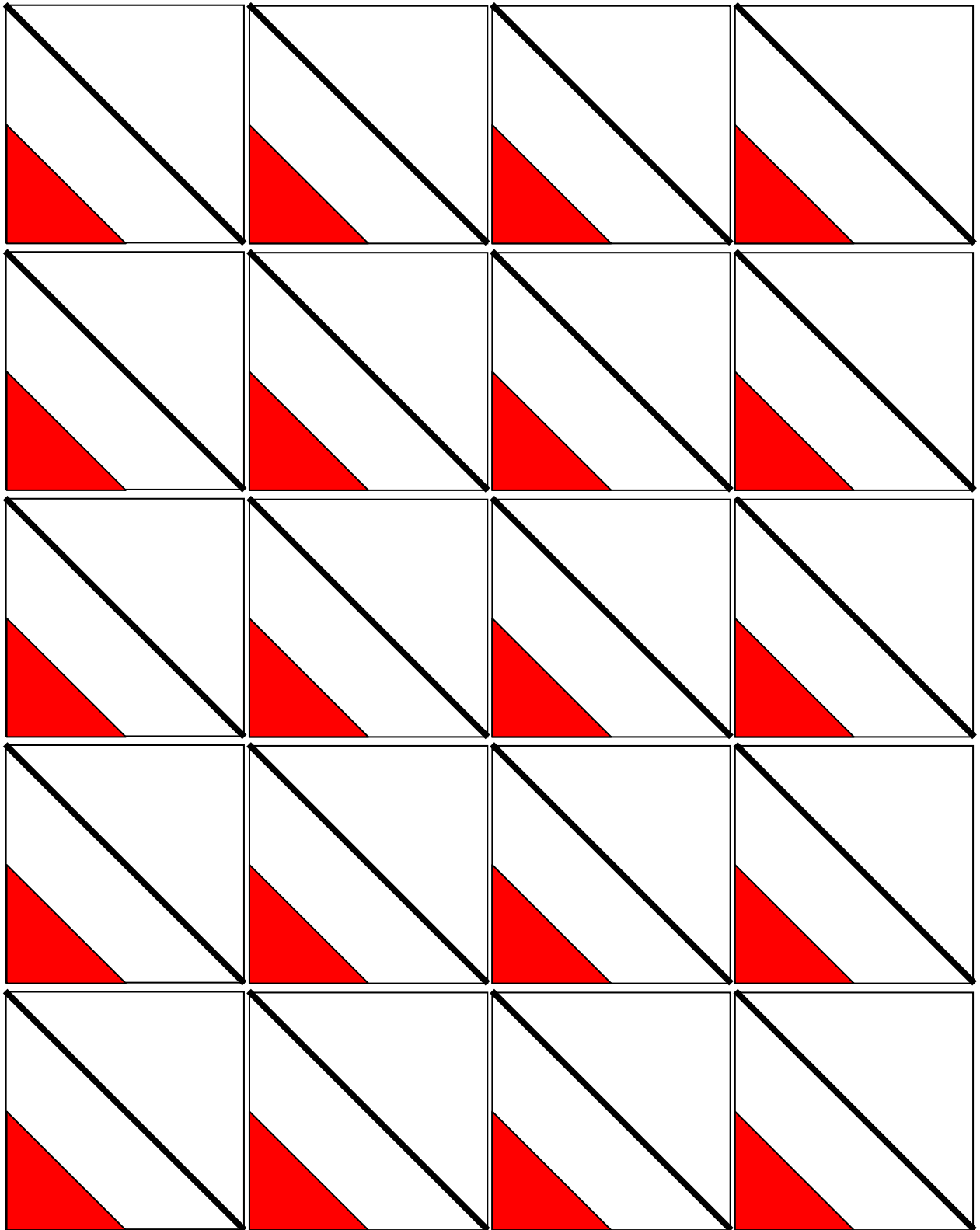


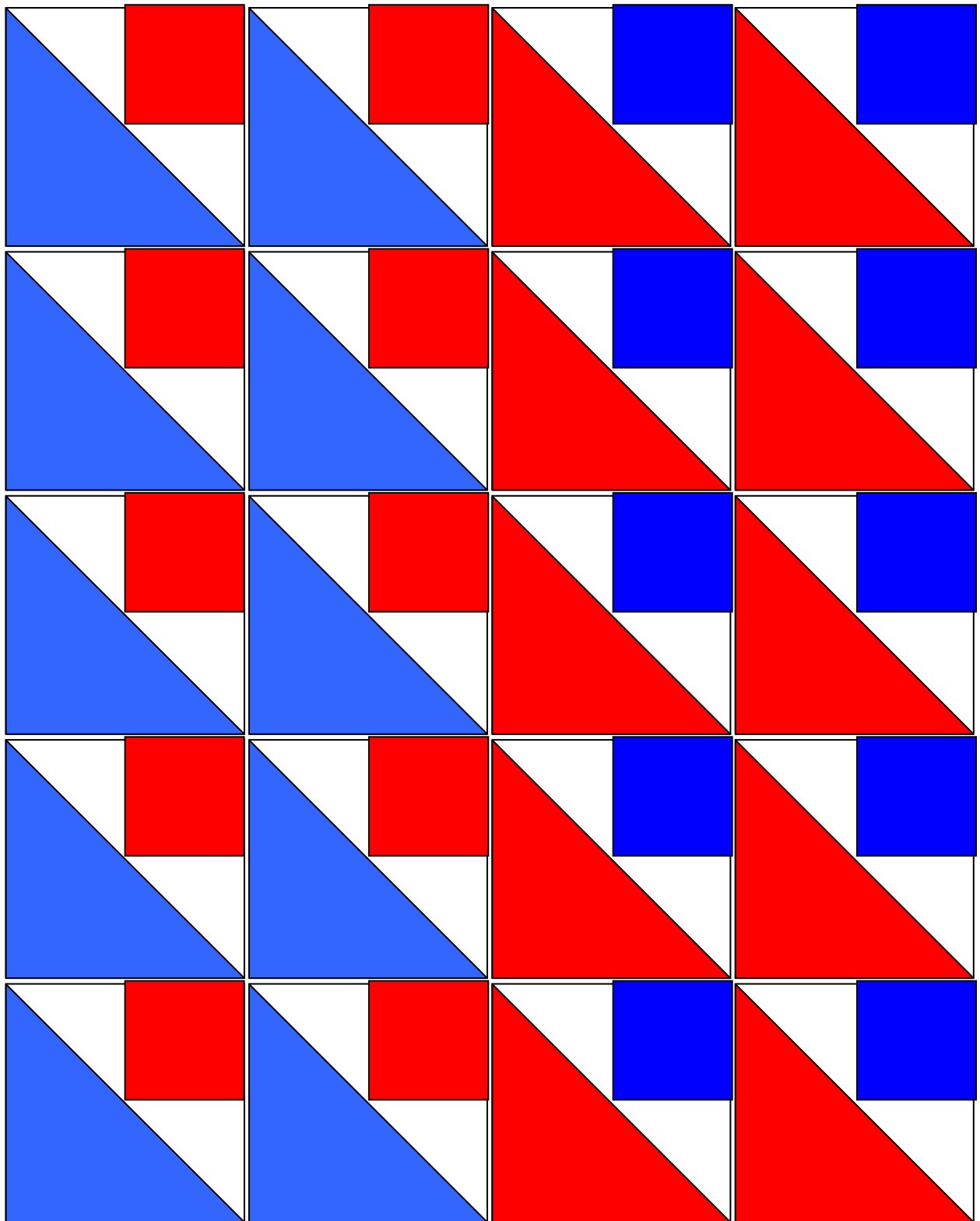


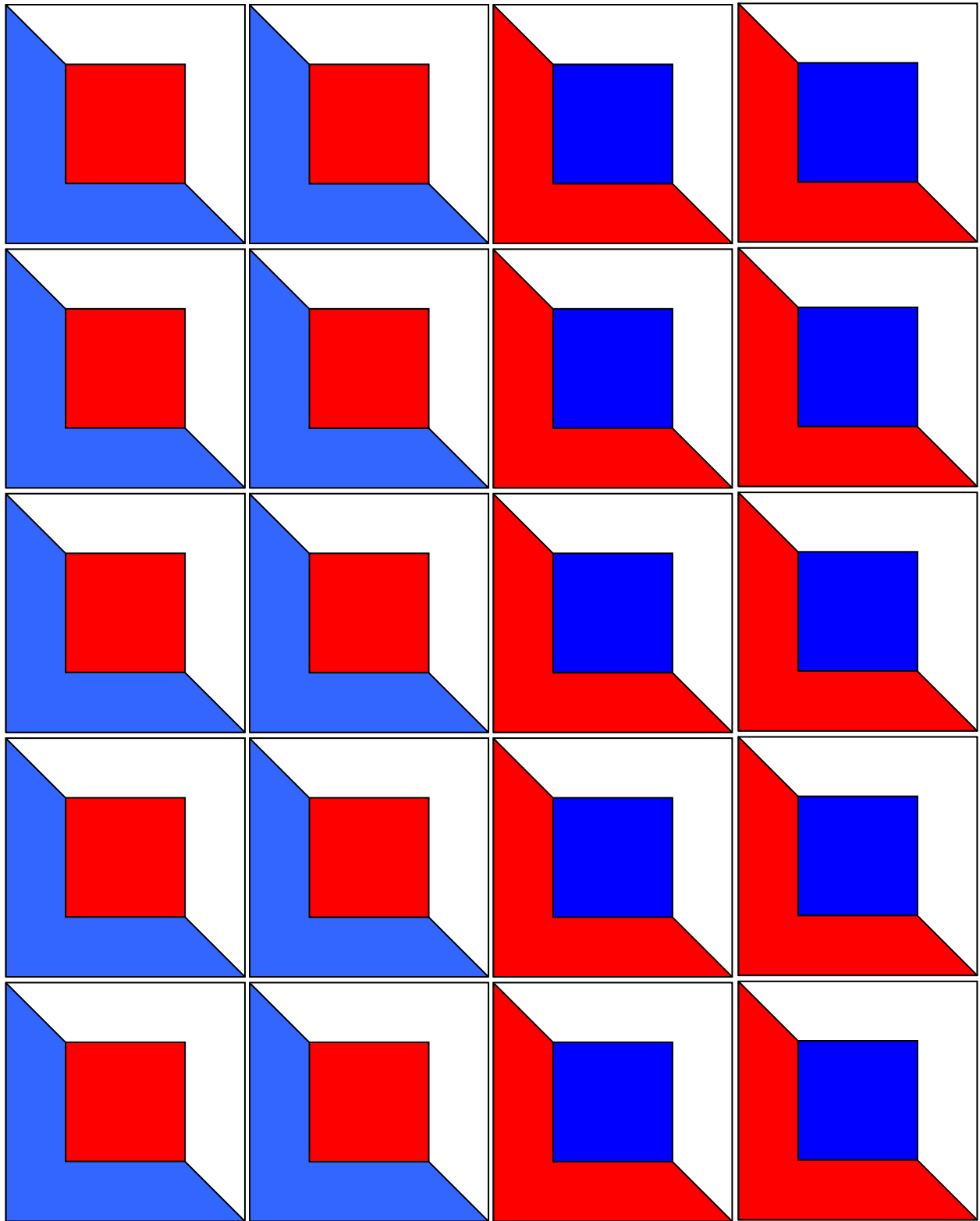


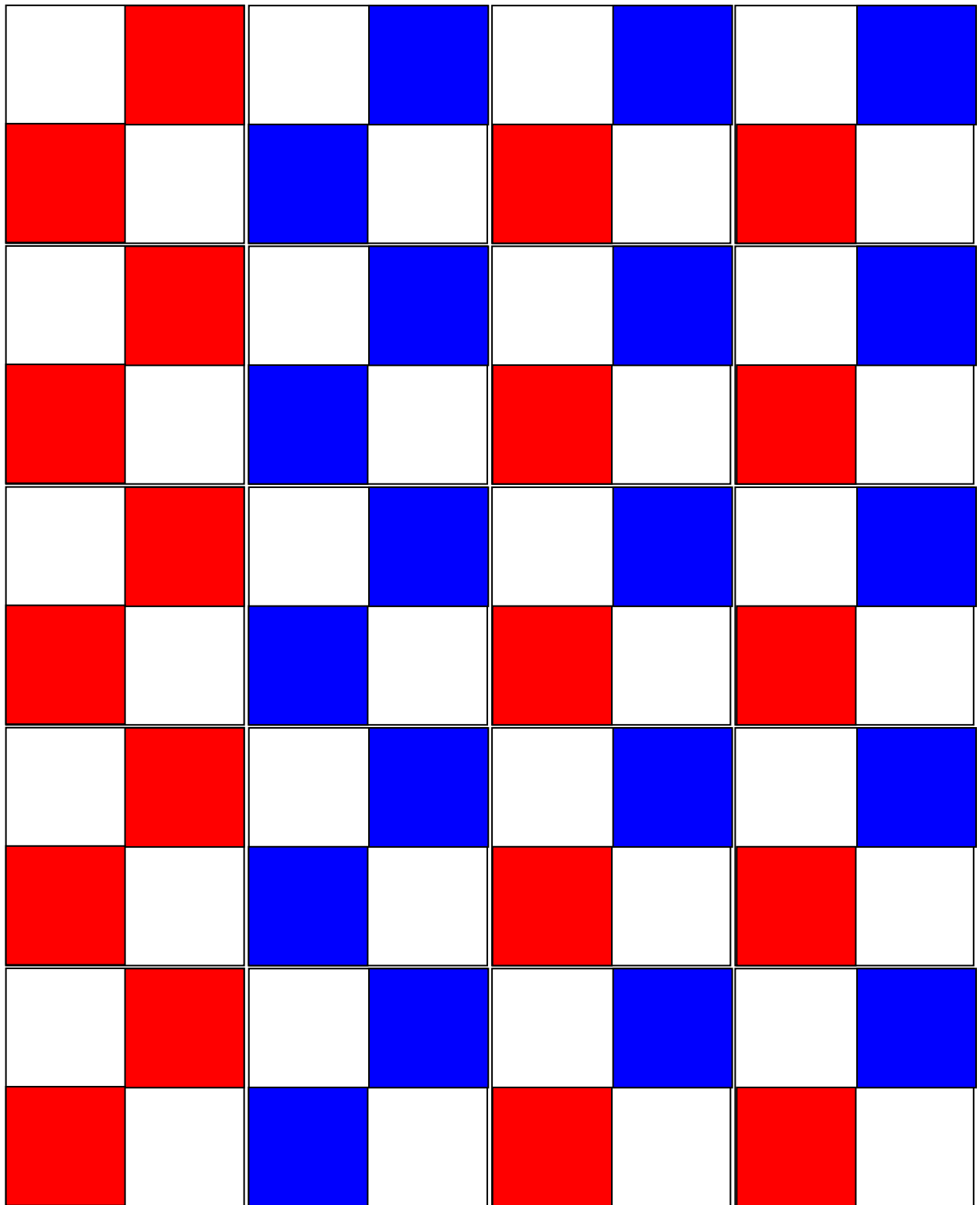


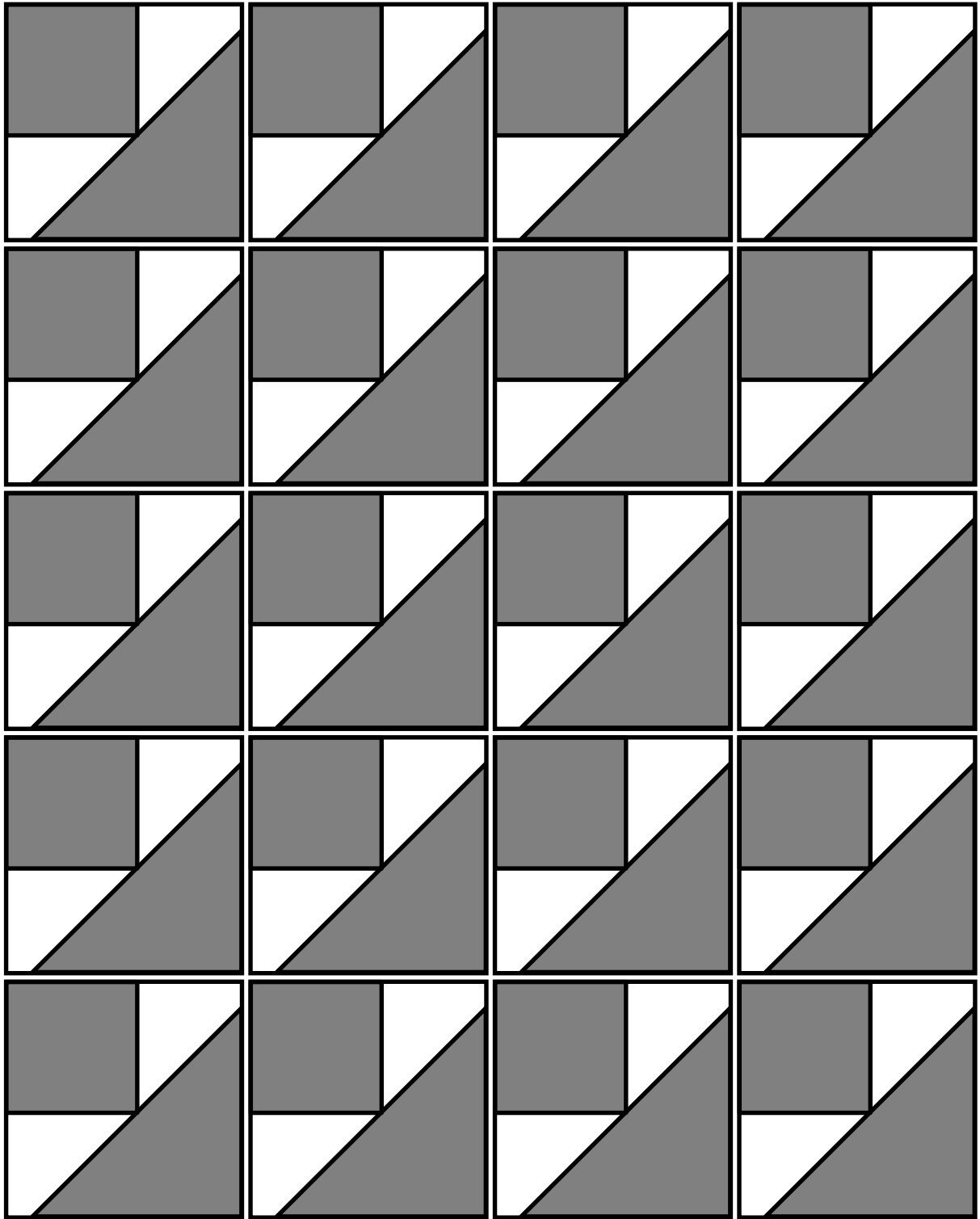




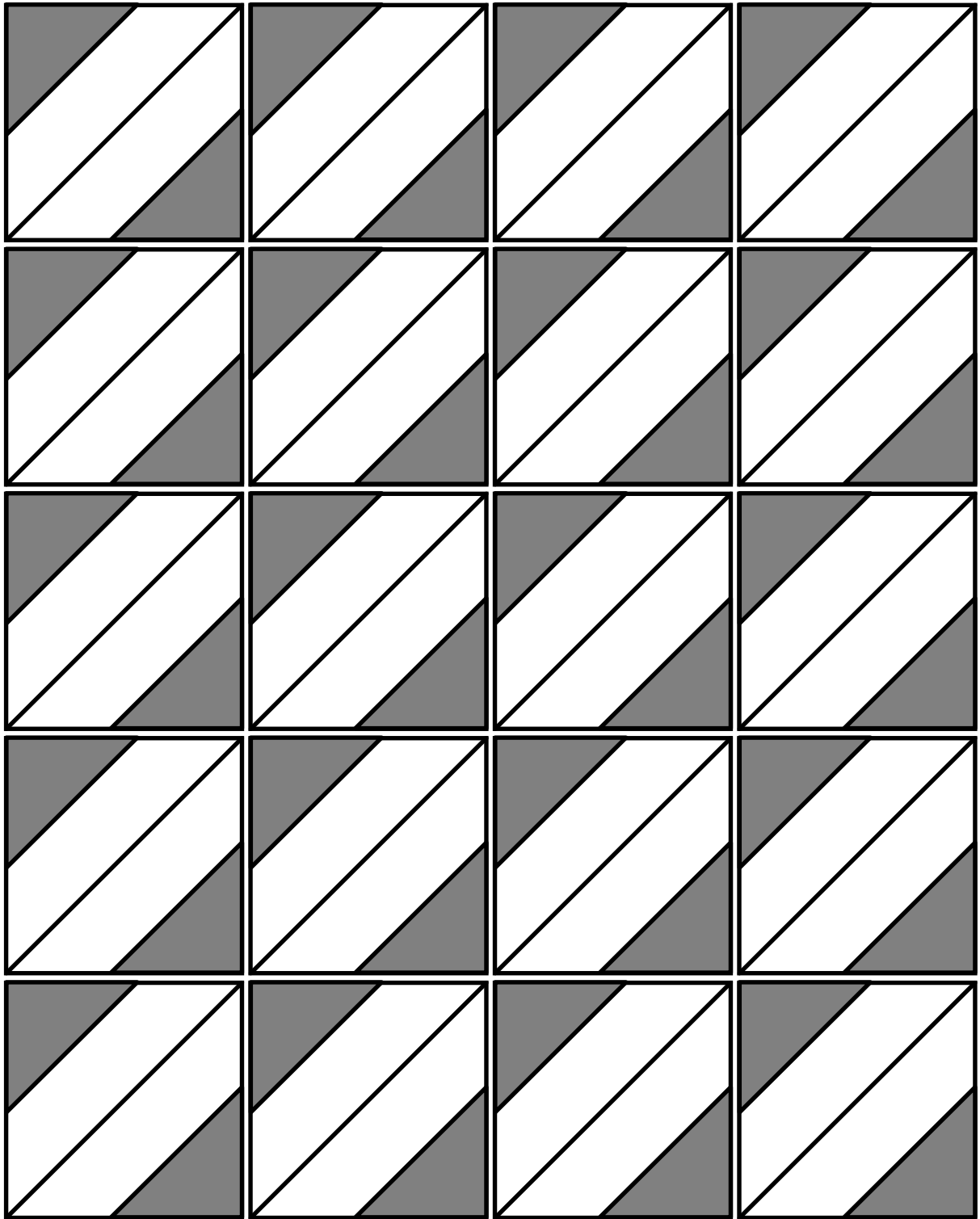












## JLOGC#20 - JOGOS PARA O PENSAMENTO LÓGICO Nº 20

---

### JOGOS COM CARTÕES VETORIAIS

---

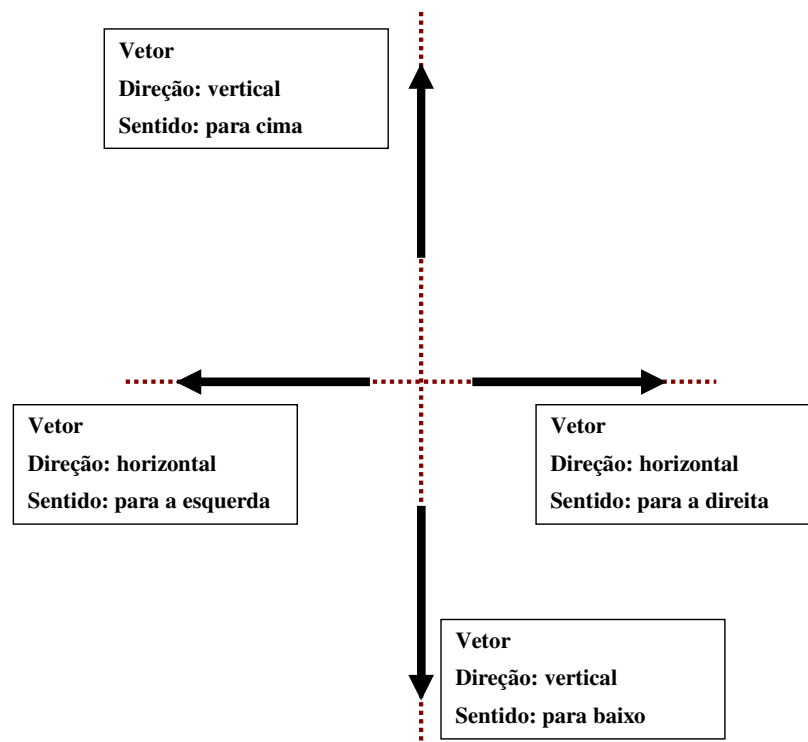
*Vamos apresentar aqui uma aplicação bastante interessante dos cartões gestálticos. Eles serão utilizados como vetores – indicativos de direção e sentido – a serem utilizados na fase de pré-alfabetização, como será mostrado.*

---

#### 20.1.- O Que São os Vetores?

Um vetor é uma entidade matemática que representa completamente uma quantidade (ou intensidade) diferente de zero, especificada pela direção e sentido, que é representado por um segmento orientado. No nosso caso, especificamente, os vetores somente terão duas direções, como mostrado na figura a seguir, a saber: horizontal ou vertical.

- Se na direção horizontal, o vetor somente poderá ter um dos dois sentidos: ‘para a direita’ ou ‘para a esquerda’.
- Se na direção vertical, o vetor somente poderá ter um dos dois sentidos: ‘para cima’ ou ‘para baixo’.

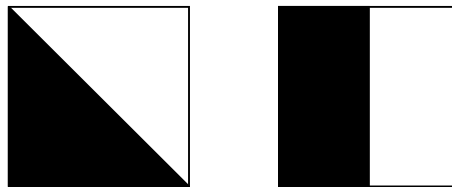


No nosso caso, utilizaremos apenas vetores cuja intensidade é igual à unidade (valem 1), ou seja, vetores unitários.

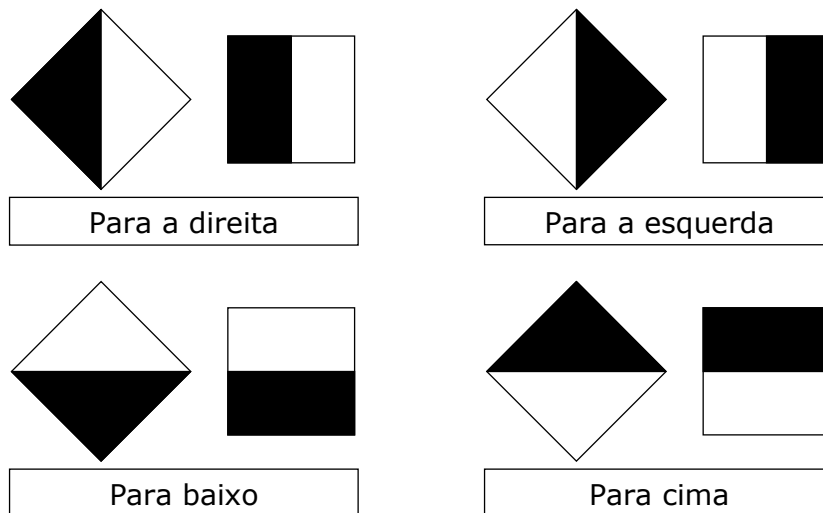
Cabe lembrar aqui, que os vetores podem ocupar quaisquer direções no plano ou no espaço, bem como, nestas direções ocupar dois sentidos.

### 20.1.2.- Modelos de Cartões Vetoriais

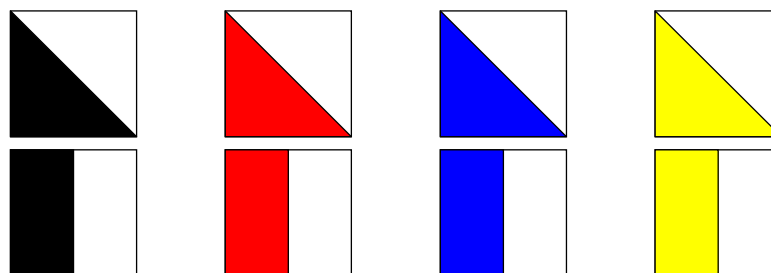
Dois serão os modelos de cartões gestálticos a serem utilizados como vetores (ambos vetores unitários – representados por um quadrado), um cuja a indicação de direção e sentido será determinado por um triângulo pintado de preto e outro cuja direção e sentido será indicado por um retângulo pintado de preto.



Vejamos como isto funciona em termos de direção e sentido para cada um dos casos:

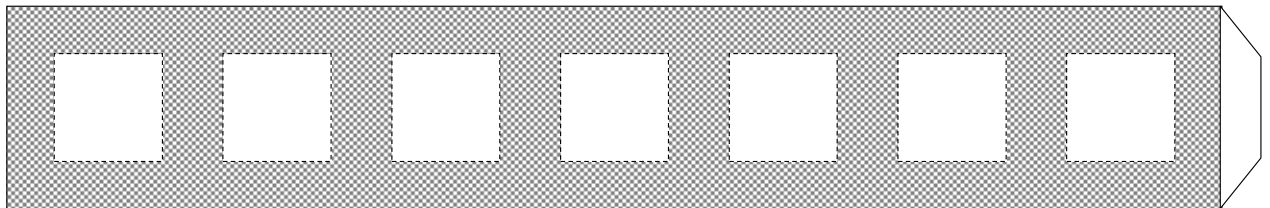
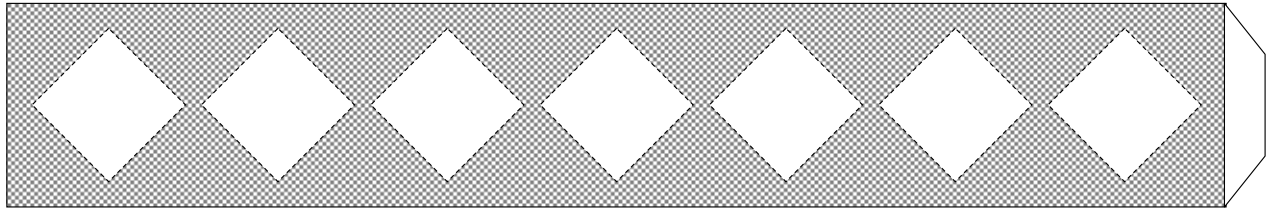


Em alguns casos, como mostraremos a seguir, seria interessante que os nossos ‘vetores’ tivessem a área indicativas de direção pintadas de outras cores: vermelho, amarelo ou azul por exemplo, como mostra a figura a seguir.



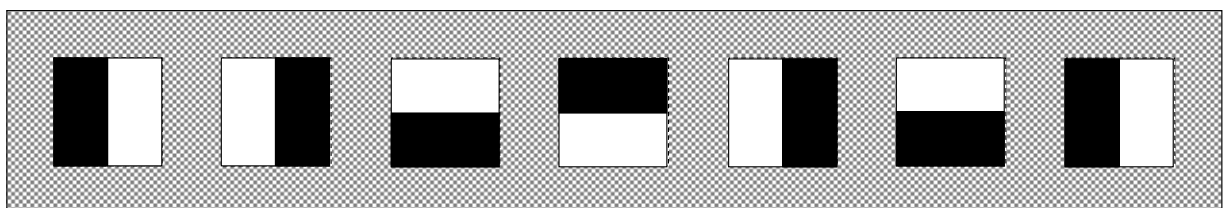
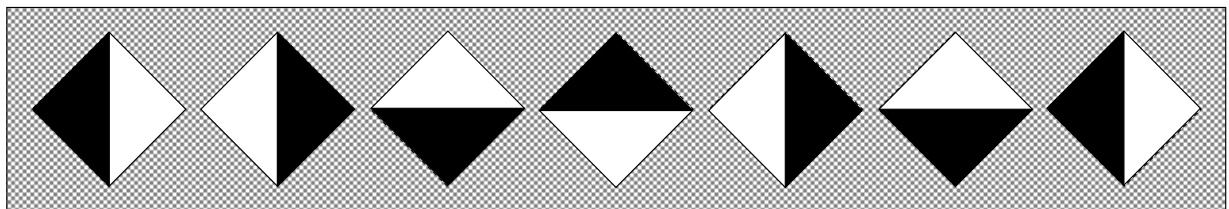
## 20.3.- Mapas Lineares

A seguir apresentamos dois dos mapas a serem utilizados para os ditados, isto é, o aplicador deve indicar verbalmente a direção dos vetores e os ‘jogadores’ deverão preenchê-lo de acordo com estas orientações. A aba à direita do mapa serve para aqueles que queiram ampliar o mapa o cole em outro mapa, dando sequência ao primeiro destes mapas.



### 20.3.1.- Exemplos de Ditados

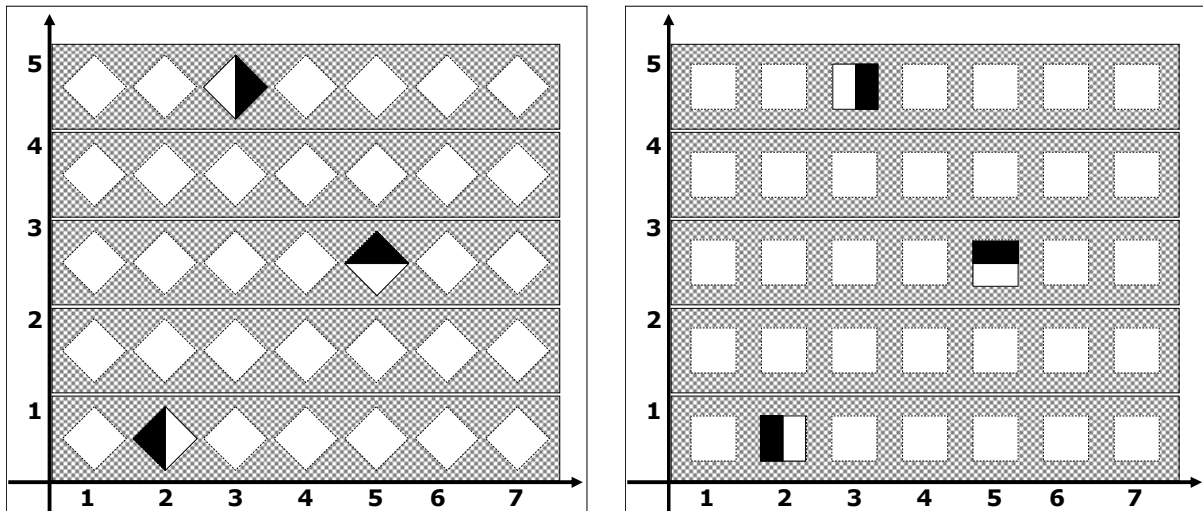
Vamos supor que o aplicador deste jogo vá ditando pausadamente a seguinte sequência de direções: “Para a esquerda; Para a direita; Para baixo; Para cima; Para a direita; Para a baixo; Para a esquerda”, os resultados destas sequências serão mostradas nos mapas a seguir.



Fica claro que à medida que os jogadores compreenderem as regras do jogo a sequência poderia ser simplificada para: “esquerda; direita, para baixo (inferior); para acima (superior); para baixo (inferior); esquerda”.

## 20.4.- Mapas com Coordenadas

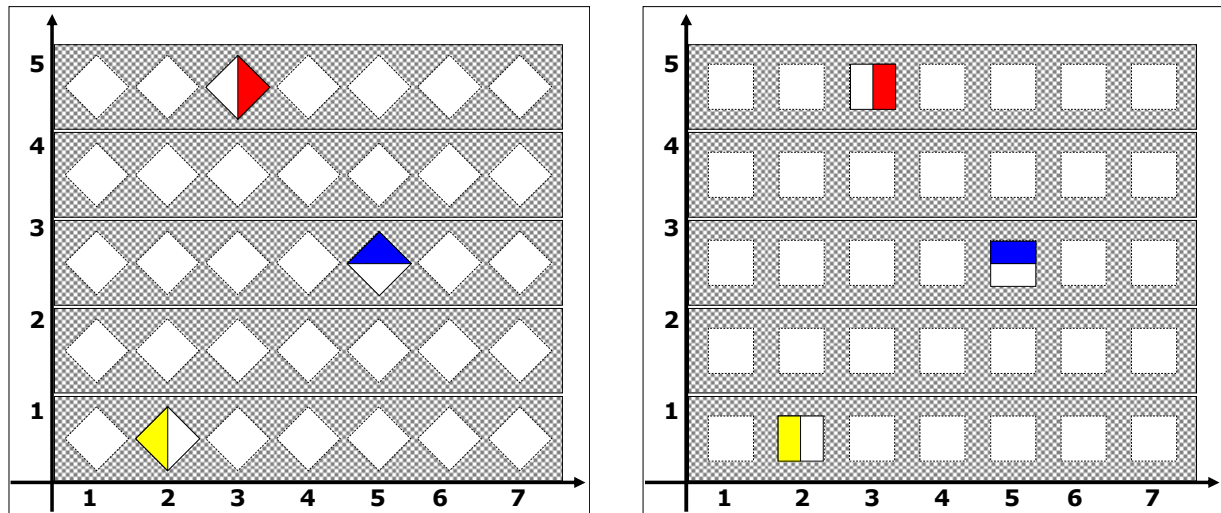
Com o mapa a seguir propomos introduzir a noção de coordenadas cartesianas de uma forma bastante natural, ou seja, o ditado agora irá incluir além dos sentidos o local onde os vetores deverão se posicionados, como por exemplo: “direita, – 3 e 5”, onde 3 será a coordenada a ser selecionada no eixo horizontal e 5 a coordenada a ser selecionado no eixo vertical, como mostrado no mapa a seguir. Há ainda outros dois vetores cujos dados são: “cima, – 5 e 3” e “esquerda, – 2 e 1”.



Os Mapas com Coordenadas devem ser confeccionados pelo aplicador utilizando-se tesoura e cola – antes de plastificá-lo - com o material disponível no CD-R que acompanha este livro. Recomenda-se que o Mapa com Coordenadas possua no máximo sete colunas e sete linhas. Os numerais disponíveis no CD-R vão de 1 até 7. Possivelmente o ideal seria cinco colunas e cinco linhas, o que seria conseguido recortando-se convenientemente o material.

### 20.4.1.- Cores, Direções e Coordenadas

Como se sugeriu anteriormente no item 20.1.2. os cartões poderiam ser coloridos, e isto irá acrescentar no nosso ditado além da direção também a cor, como no exemplo a seguir em que também se levam em conta as coordenadas: : “direita, vermelho – 3 e 5”, “cima, azul – 5 e 3” e “esquerda, amarelo – 2 e 1”.



## 20.5.- Utilizando Códigos

O aplicador poderá combinar com os jogadores códigos de especificação para cada vetor, sendo que as sequências ou a distribuição dos vetores, que ao invés de serem fornecidos verbalmente, serão fornecidos por escrito. Os códigos a serem adotados podem ser os seguintes:

- Para os sentidos: d , e, c, b respectivamente representando: ‘direita’, ‘esquerda’, ‘para cima’, para baixo.
- Para as cores: vm, az, am, pr, respectivamente: ‘vermelho’, ‘azul’, ‘amarelo’, preto.
- Para as coordenadas: (h,v) onde ‘h’ corresponde a um número selecionado na horizontal – que irá numerar a coluna–, e ‘v’ corresponde a um número selecionado na vertical – que irá numerar a linha–, coluna e linha estas onde deverá ser posicionado o vetor.

A notação genérica para cada posição será dada usando os símbolos acima nas seguintes posições:

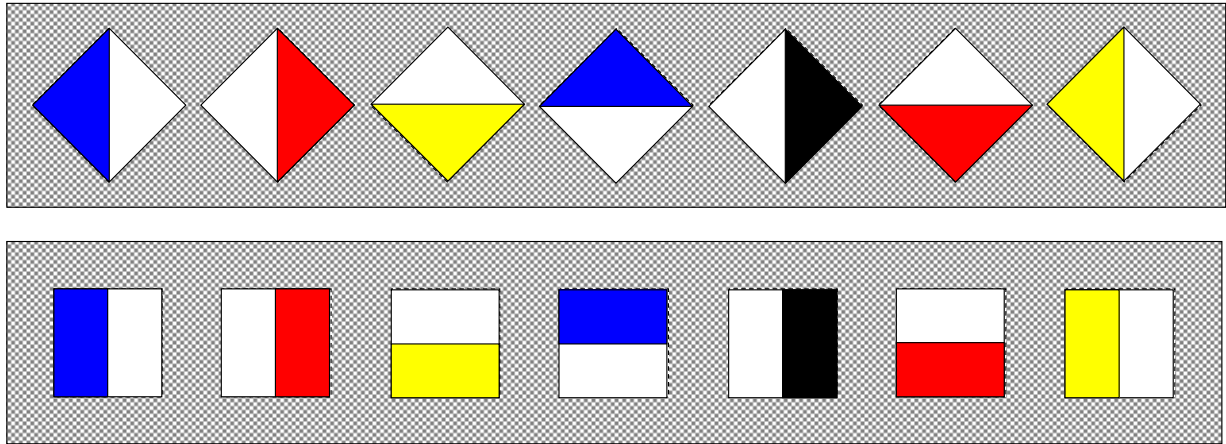
*sentido/cor/(coordenada horizontal, coordenada vertical)*

### 20.5.1.- Alguns Exemplos do Uso dos Códigos

#### 20.5.1.1.- 1º Exemplo- Sequência em um Mapa Linear

Veja na figura a seguir o resultado para a sequências:

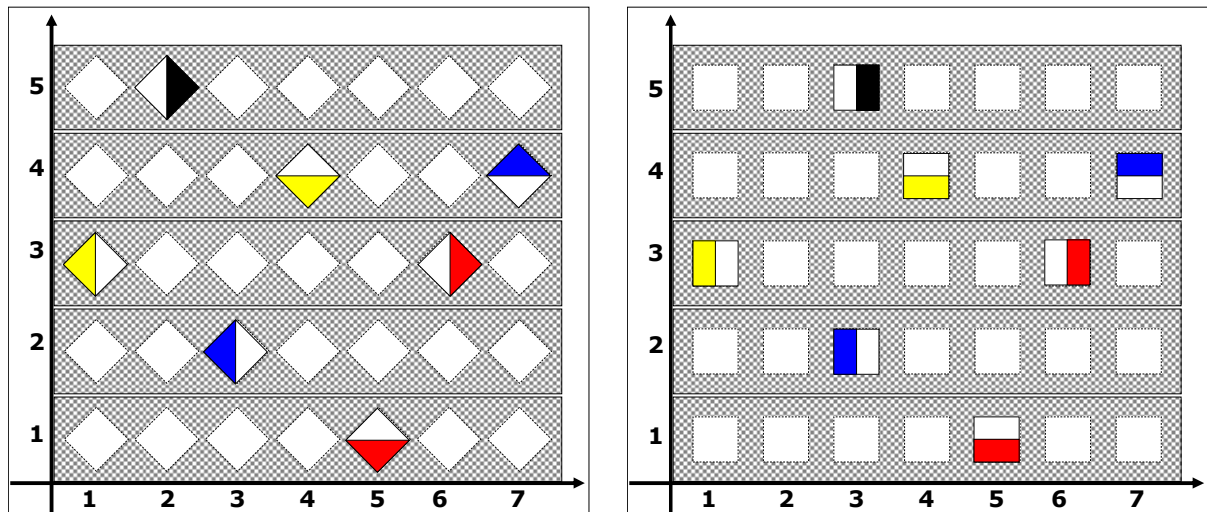
“e/az; d/vm; b/am; c/az; d/pr; b/vm; e/am”



### 20.5.1.2.- 2º Exemplo- Sequência em um Mapa com Coordenadas

Veja na figura a seguir o resultado para a sequências:

“e/az/(3,2); d/vm/(6,3); b/am/(4,4); c/az/(7,4); d/pr/(2,5); b/vm/(5,1); e/am/(1,3)”



### 20.5.1.- Modificando alguns Códigos

Com jogadores mais avançados, o código correspondentes aos sentidos: d, e, c, b poderá ser substituído respectivamente por: H+ (horizontal positivo = direita); H- (horizontal negativo = esquerda); V+ (vertical positivo = para cima); V- (vertical negativo = para baixo).

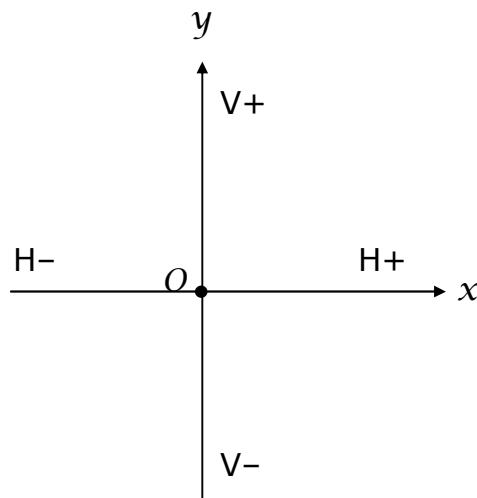
Compare a seguir a sequência anterior reescrita com este novo código:

“e/az/(3,2); d/vm/(6,3); b/am/(4,4); c/az/(7,4); d/pr/(2,5); b/vm/(5,1); e/am/(1,3)”

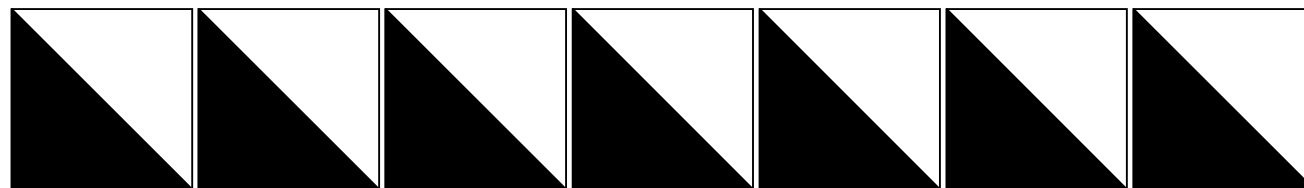
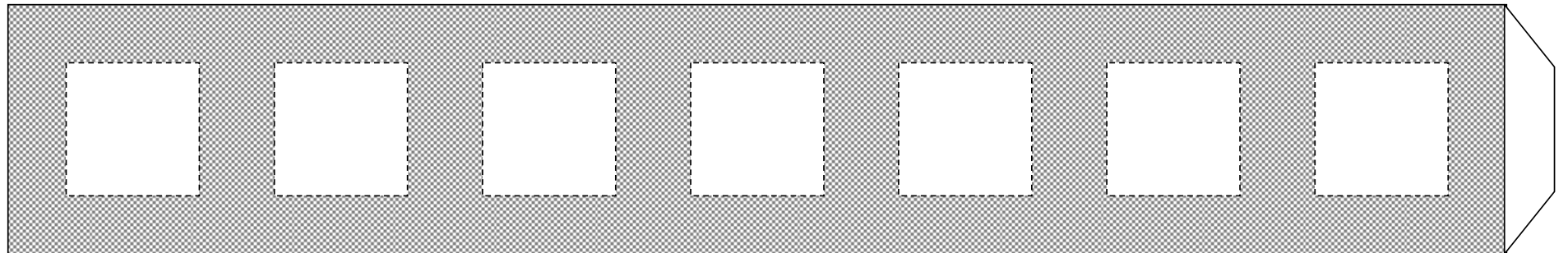
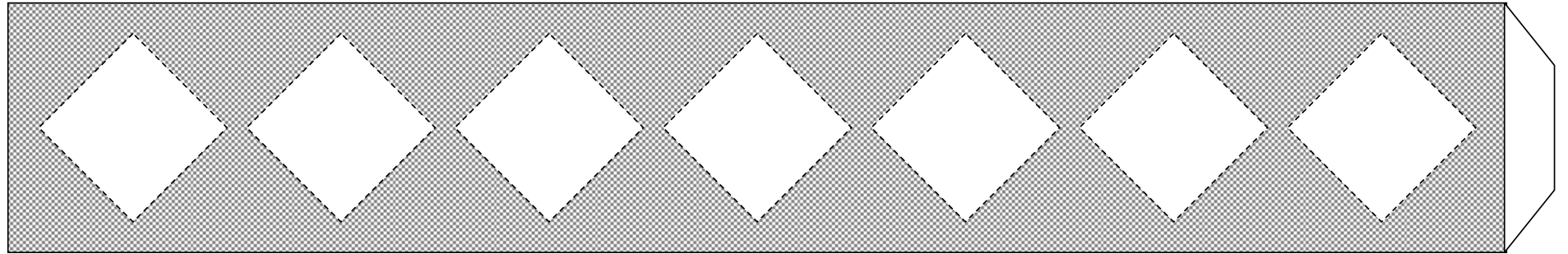
“H- /az/(3,2); H+ /vm/(6,3); V- /am/(4,4); V+ /az/(7,4); H+/pr/(2,5); V- /vm/(5,1); H- /am/(1,3)”

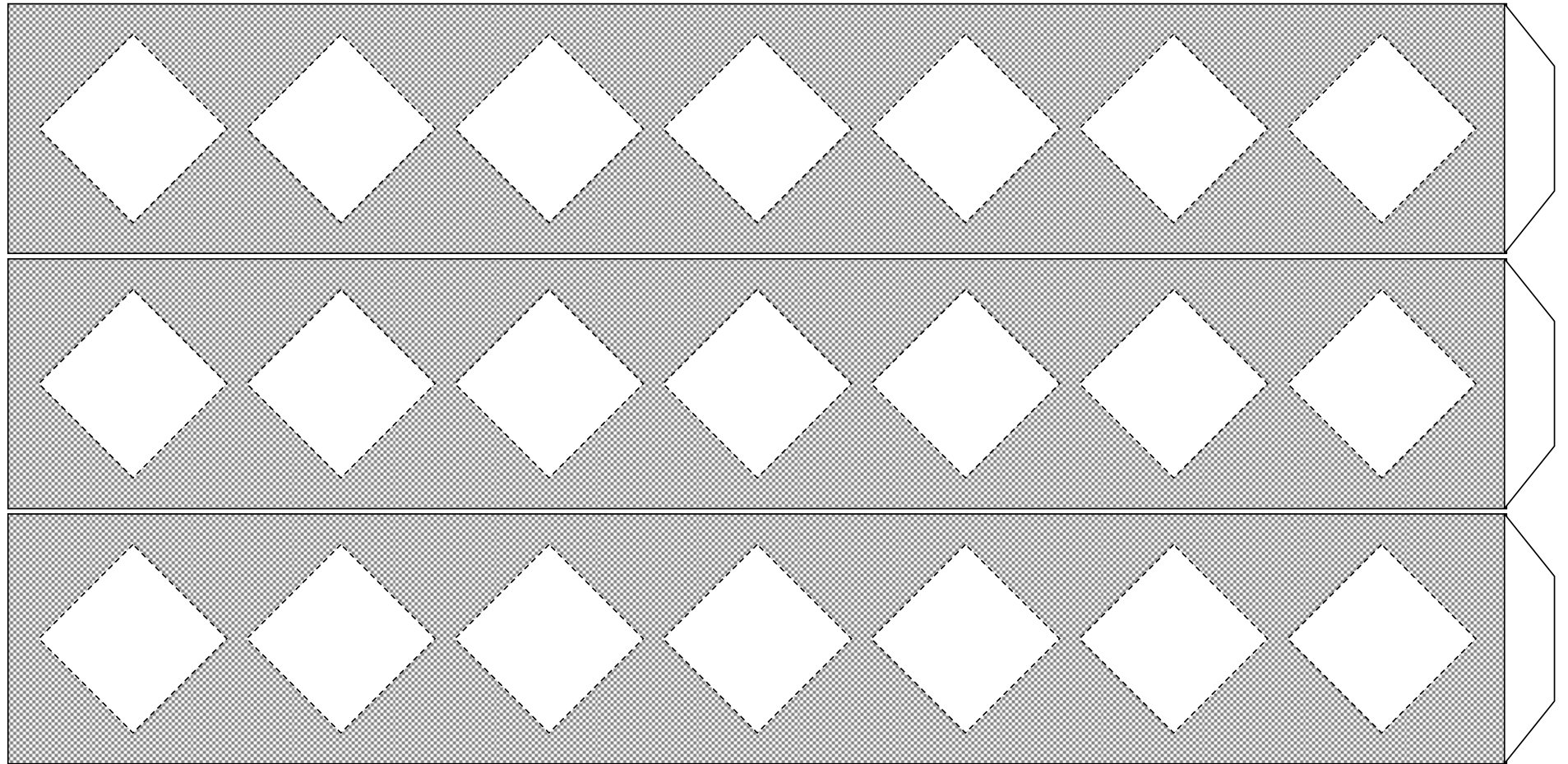
## 20.6.- Observações Importantes

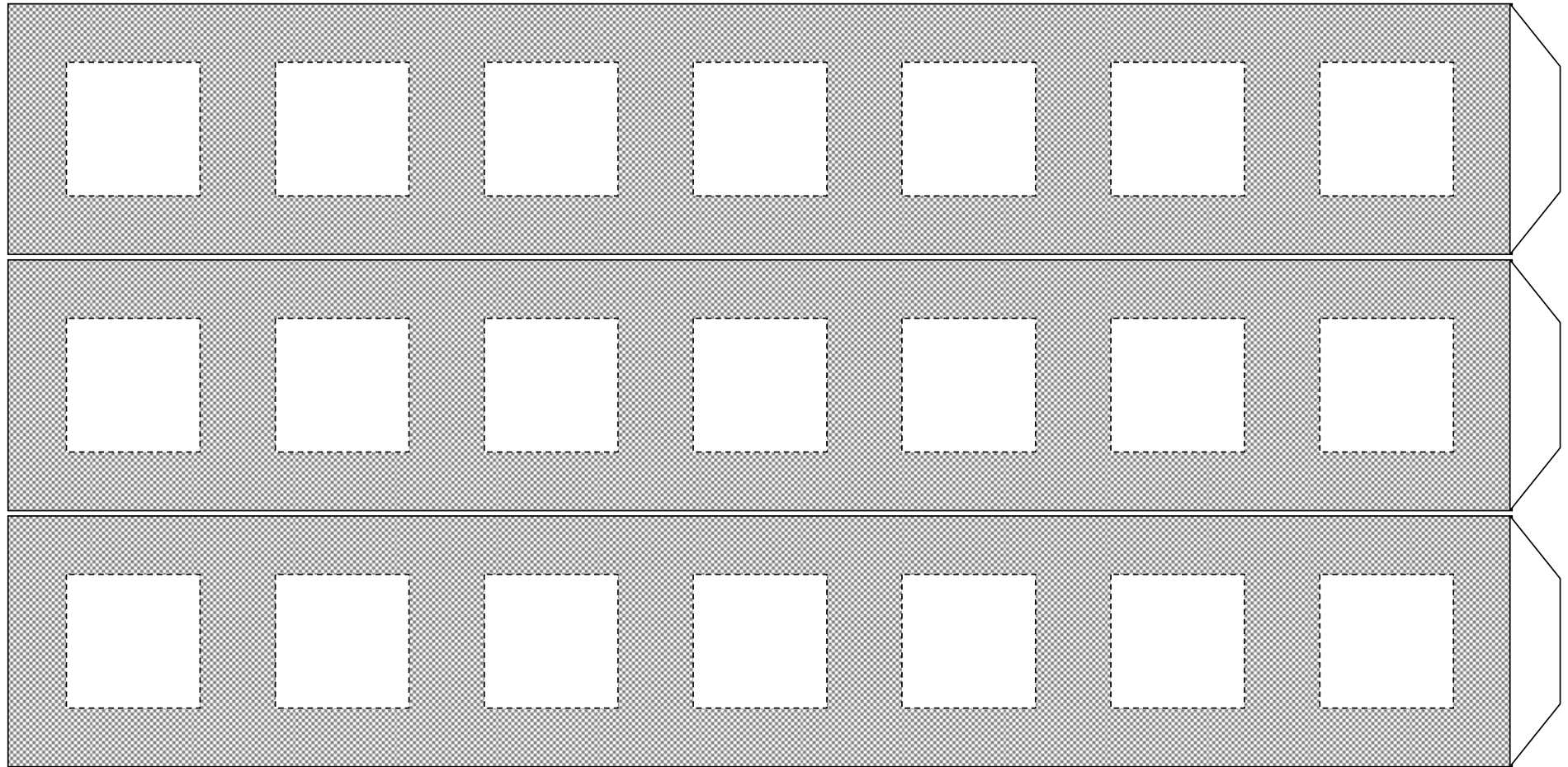
As idéias até aqui introduzidas estão diretamente relacionadas ao estudo do Plano cartesiano e suas coordenadas, onde Ox, o eixo horizontal, é denominado eixo das abscissas e o eixo Oy, o eixo vertical, é denominado eixo das ordenadas. Na figura, o ponto O é denominado origem do plano cartesiano, a partir de O, para a direita estão as abscissas positivas e para baixo as abscissas negativas; da mesma forma, a partir do ponto O, para cima estão as ordenadas positivas e para baixo as ordenadas negativas. Os valores utilizados para a graduação dos dois eixos cartesianos Ox e Oy são os números reais (R) sendo que a origem ‘O’ corresponderá ao par ordenado cuja abscissa e ordenada são dadas por:  $O \equiv (x,y) = (h,v) = (0,0)$ , onde o símbolo ‘ $\equiv$ ’ pode ser lido como ‘corresponde’.



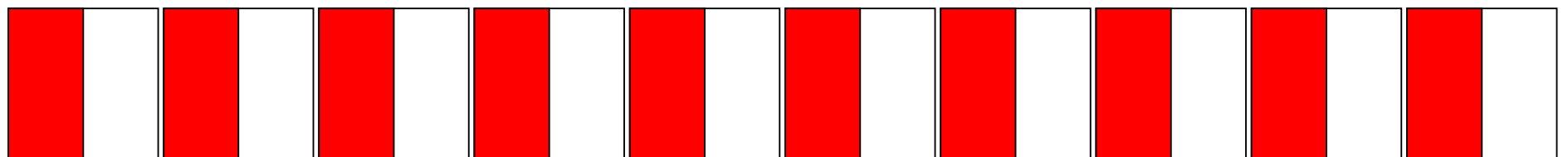
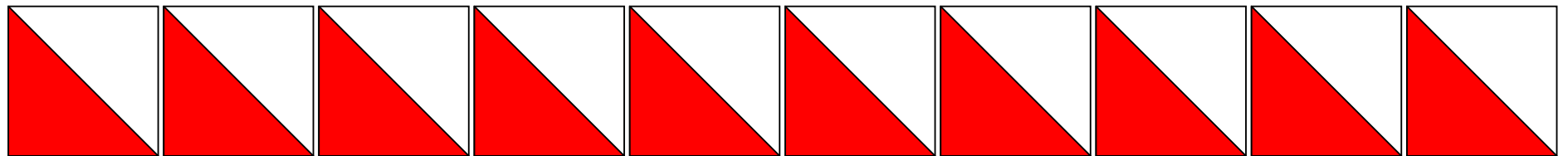
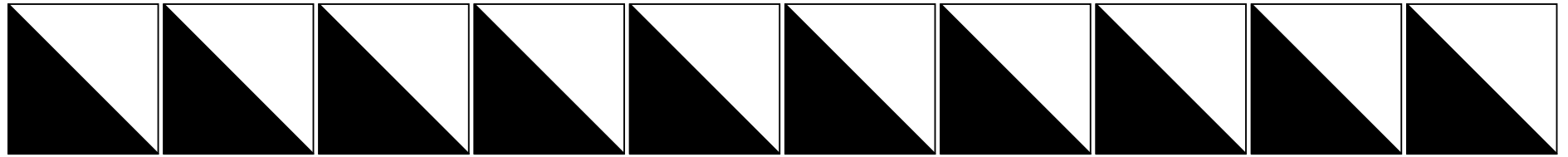


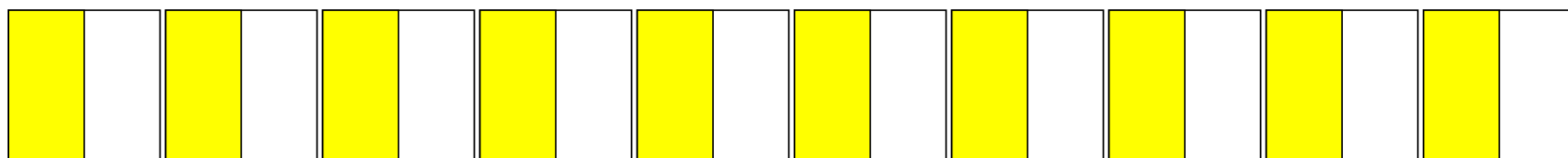
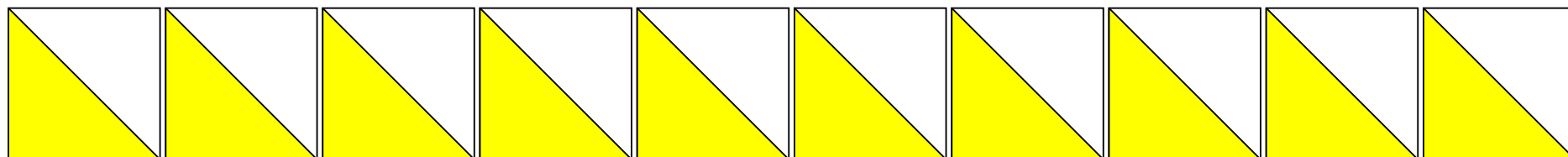
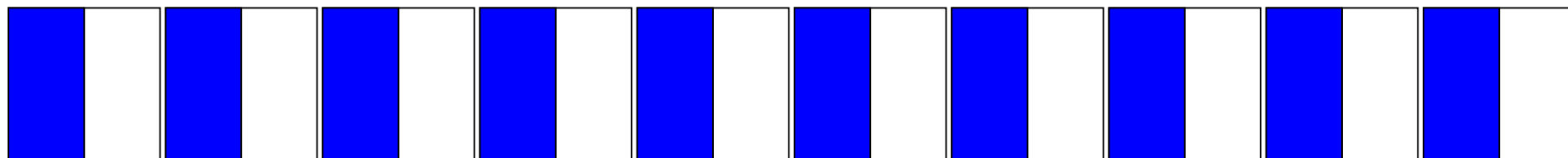
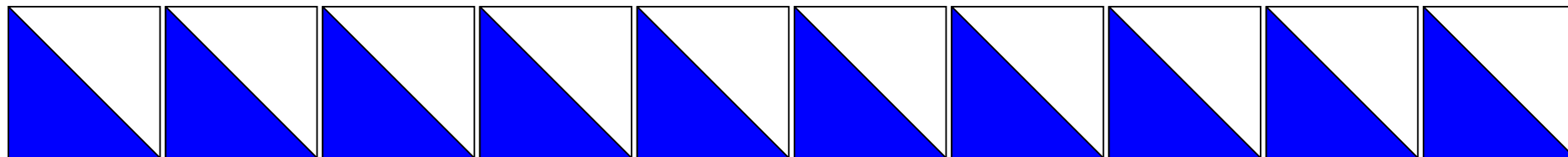












## JLOGC#20 - JOGOS PARA O PENSAMENTO LÓGICO Nº 20

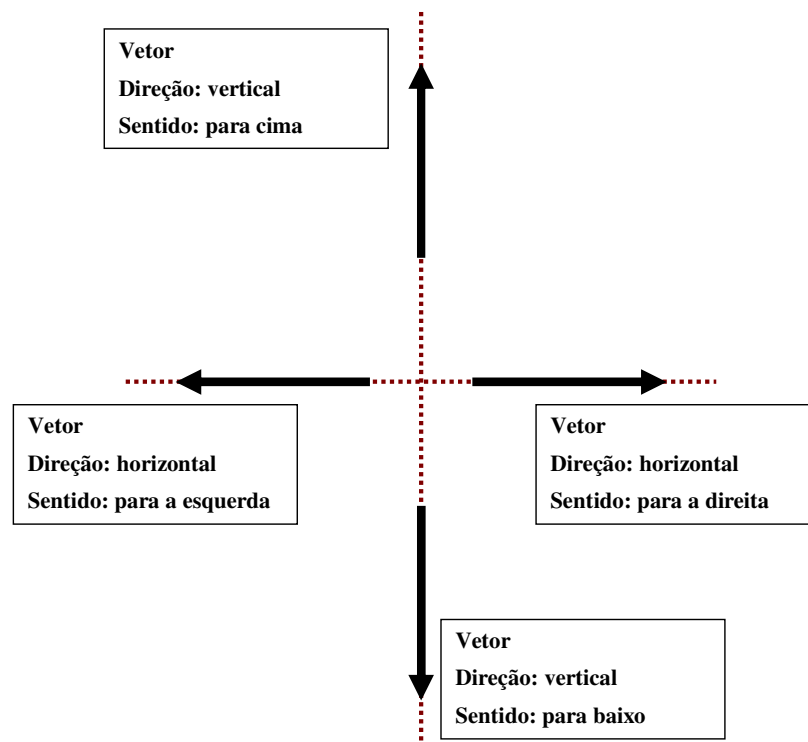
### JOGOS COM CARTÕES VETORIAIS

*Vamos apresentar aqui uma aplicação bastante interessante dos cartões gestálticos. Eles serão utilizados como vetores – indicativos de direção e sentido – a serem utilizados na fase de pré-alfabetização, como será mostrado.*

#### 20.1.- O Que São os Vetores?

Um vetor é uma entidade matemática que representa completamente uma quantidade (ou intensidade) diferente de zero, especificada pela direção e sentido, que é representado por um segmento orientado. No nosso caso, especificamente, os vetores somente terão duas direções, como mostrado na figura a seguir, a saber: horizontal ou vertical.

- Se na direção horizontal, o vetor somente poderá ter um dos dois sentidos: ‘para a direita’ ou ‘para a esquerda’.
- Se na direção vertical, o vetor somente poderá ter um dos dois sentidos: ‘para cima’ ou ‘para baixo’.

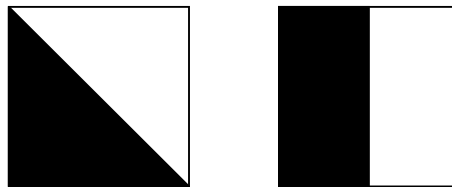


No nosso caso, utilizaremos apenas vetores cuja intensidade é igual à unidade (valem 1), ou seja, vetores unitários.

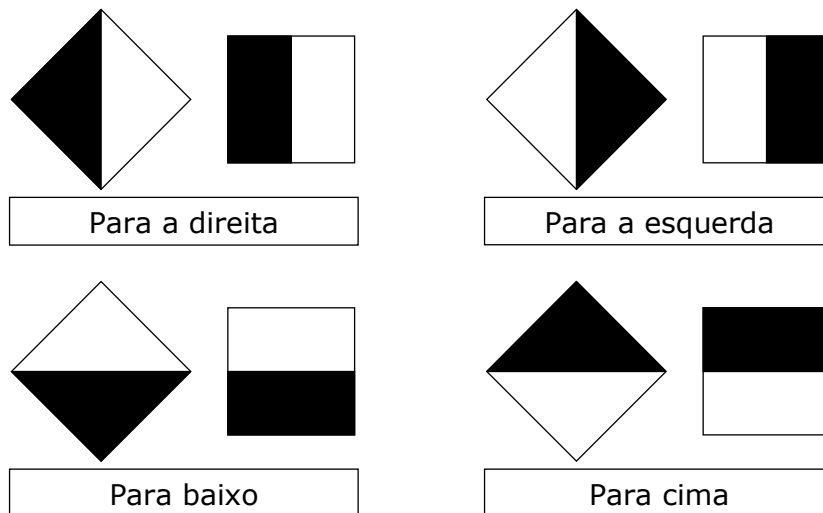
Cabe lembrar aqui, que os vetores podem ocupar quaisquer direções no plano ou no espaço, bem como, nestas direções ocupar dois sentidos.

### 20.1.2.- Modelos de Cartões Vetoriais

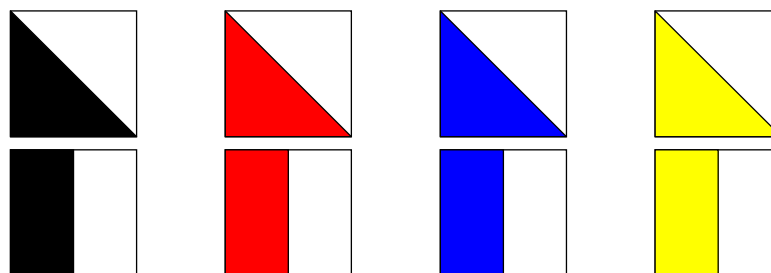
Dois serão os modelos de cartões gestálticos a serem utilizados como vetores (ambos vetores unitários – representados por um quadrado), um cuja a indicação de direção e sentido será determinado por um triângulo pintado de preto e outro cuja direção e sentido será indicado por um retângulo pintado de preto.



Vejamos como isto funciona em termos de direção e sentido para cada um dos casos:



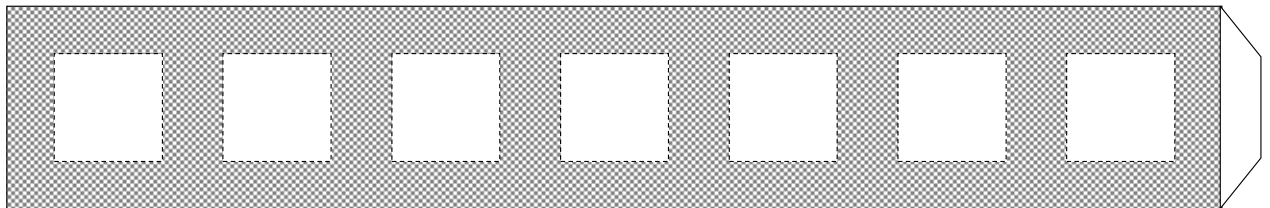
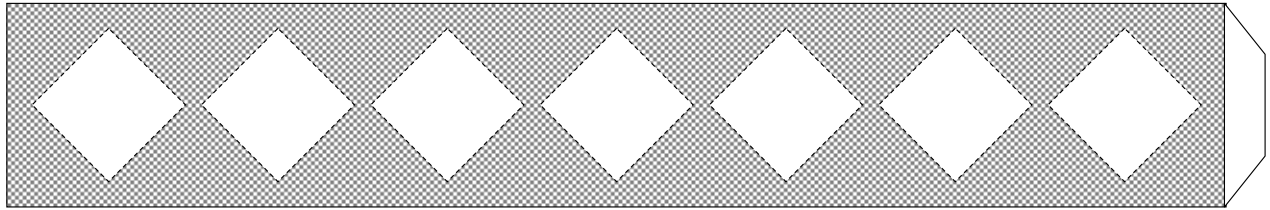
Em alguns casos, como mostraremos a seguir, seria interessante que os nossos ‘vetores’ tivessem a área indicativas de direção pintadas de outras cores: vermelho, amarelo ou azul por exemplo, como mostra a figura a seguir.





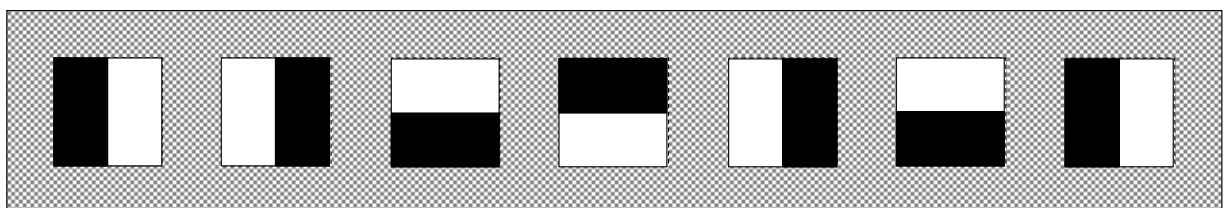
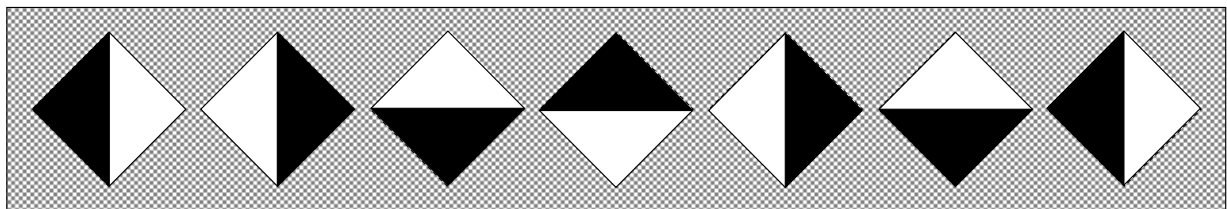
## 20.3.- Mapas Lineares

A seguir apresentamos dois dos mapas a serem utilizados para os ditados, isto é, o aplicador deve indicar verbalmente a direção dos vetores e os ‘jogadores’ deverão preenchê-lo de acordo com estas orientações. A aba à direita do mapa serve para aqueles que queiram ampliar o mapa o cole em outro mapa, dando sequência ao primeiro destes mapas.



### 20.3.1.- Exemplos de Ditados

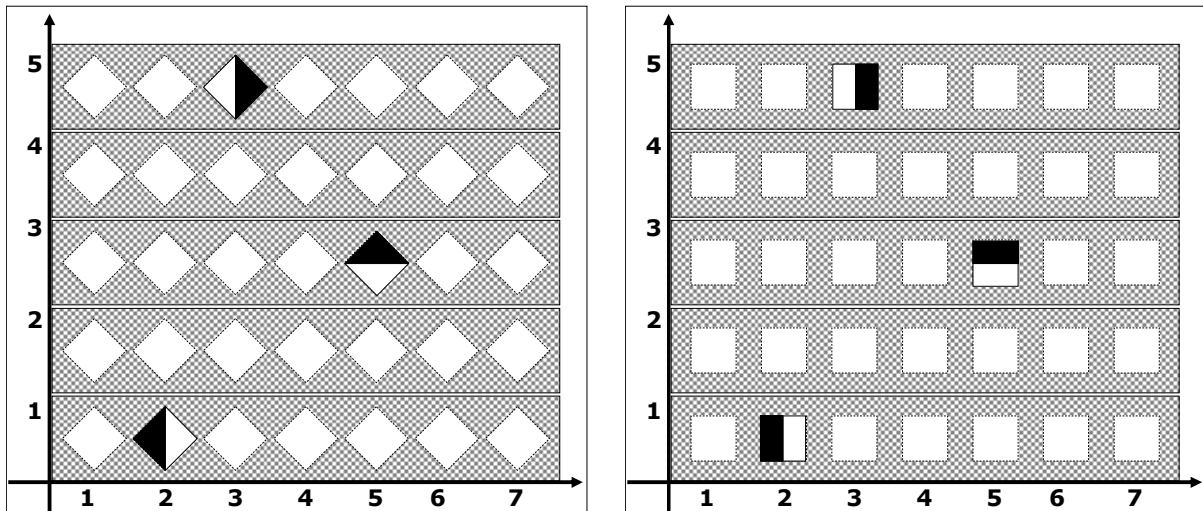
Vamos supor que o aplicador deste jogo vá ditando pausadamente a seguinte sequência de direções: “Para a esquerda; Para a direita; Para baixo; Para cima; Para a direita; Para a baixo; Para a esquerda”, os resultados destas sequências serão mostradas nos mapas a seguir.



Fica claro que à medida que os jogadores compreenderem as regras do jogo a sequência poderia ser simplificada para: “esquerda; direita, para baixo (inferior); para acima (superior); para baixo (inferior); esquerda”.

## 20.4.- Mapas com Coordenadas

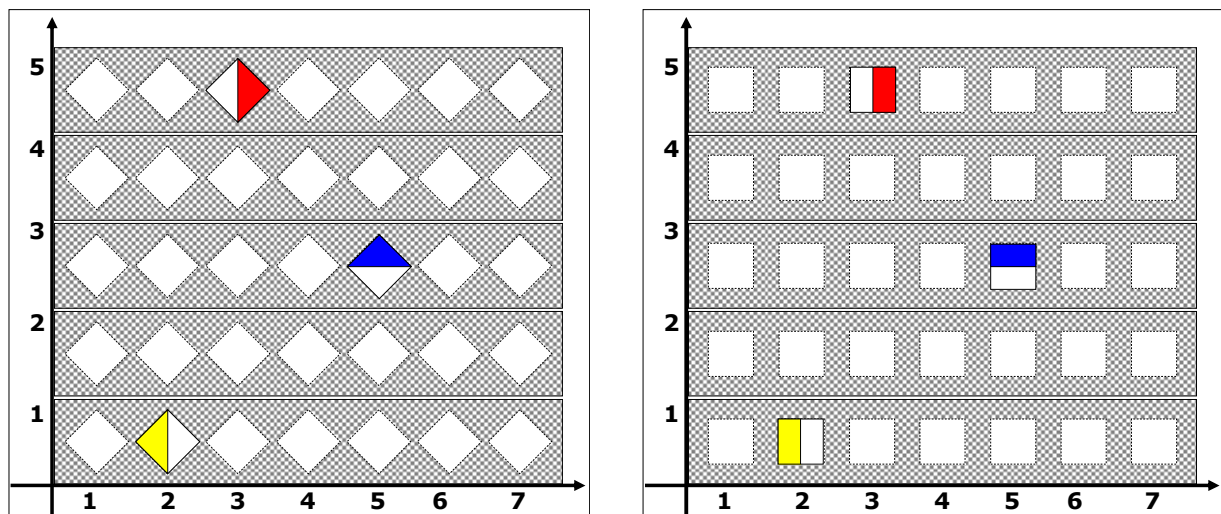
Com o mapa a seguir propomos introduzir a noção de coordenadas cartesianas de uma forma bastante natural, ou seja, o ditado agora irá incluir além dos sentidos o local onde os vetores deverão se posicionados, como por exemplo: “direita, – 3 e 5”, onde 3 será a coordenada a ser selecionada no eixo horizontal e 5 a coordenada a ser selecionado no eixo vertical, como mostrado no mapa a seguir. Há ainda outros dois vetores cujos dados são: “cima, – 5 e 3” e “esquerda, – 2 e 1”.



Os Mapas com Coordenadas devem ser confeccionados pelo aplicador utilizando-se tesoura e cola – antes de plastificá-lo - com o material disponível no CD-R que acompanha este livro. Recomenda-se que o Mapa com Coordenadas possua no máximo sete colunas e sete linhas. Os numerais disponíveis no CD-R vão de 1 até 7. Possivelmente o ideal seria cinco colunas e cinco linhas, o que seria conseguido recortando-se convenientemente o material.

### 20.4.1.- Cores, Direções e Coordenadas

Como se sugeriu anteriormente no item 20.1.2. os cartões poderiam ser coloridos, e isto irá acrescentar no nosso ditado além da direção também a cor, como no exemplo a seguir em que também se levam em conta as coordenadas: : “direita, vermelho – 3 e 5”, “cima, azul – 5 e 3” e “esquerda, amarelo – 2 e 1”.



## 20.5.- Utilizando Códigos

O aplicador poderá combinar com os jogadores códigos de especificação para cada vetor, sendo que as seqüências ou a distribuição dos vetores, que ao invés de serem fornecidos verbalmente, serão fornecidos por escrito. Os códigos a serem adotados podem ser os seguinte:

- Para os sentidos: d , e, c, b respectivamente representando: ‘direita’, ‘esquerda’, ‘para cima’, para baixo.
- Para as cores: vm, az, am, pr, respectivamente: ‘vermelho’, ‘azul’, ‘amarelo’, preto.
- Para as coordenadas: (h,v) onde ‘h’ corresponde a um número selecionado na horizontal – que irá numerar a coluna–, e ‘v’ corresponde a um número selecionado na vertical – que irá numerar a linha–, coluna e linha estas onde deverá ser posicionado o vetor.

A notação genérica para cada posição será dada usando os símbolos acima nas seguintes posições:

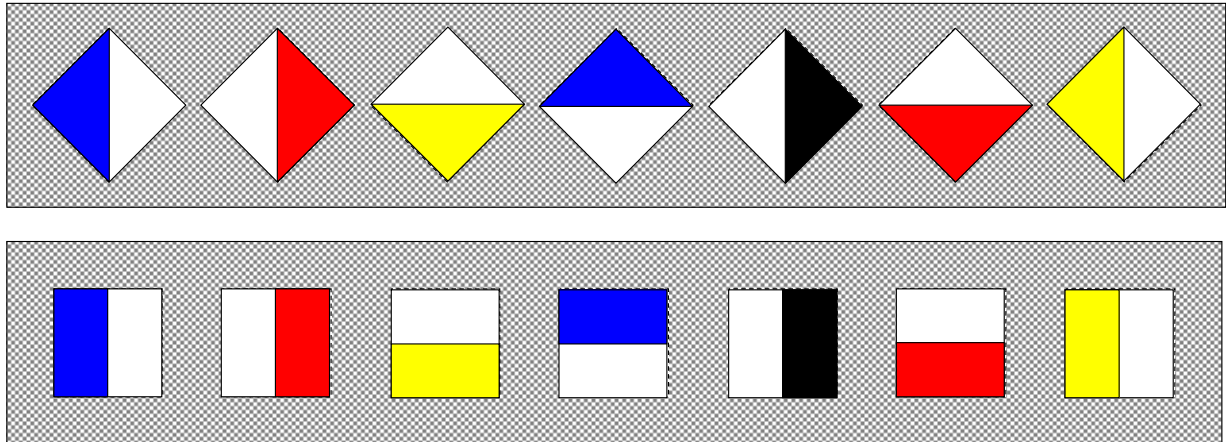
*sentido/cor/(coordenada horizontal, coordenada vertical)*

### 20.5.1.- Alguns Exemplos do Uso dos Códigos

#### 20.5.1.1.- 1º Exemplo- Sequência em um Mapa Linear

Veja na figura a seguir o resultado para a seqüências:

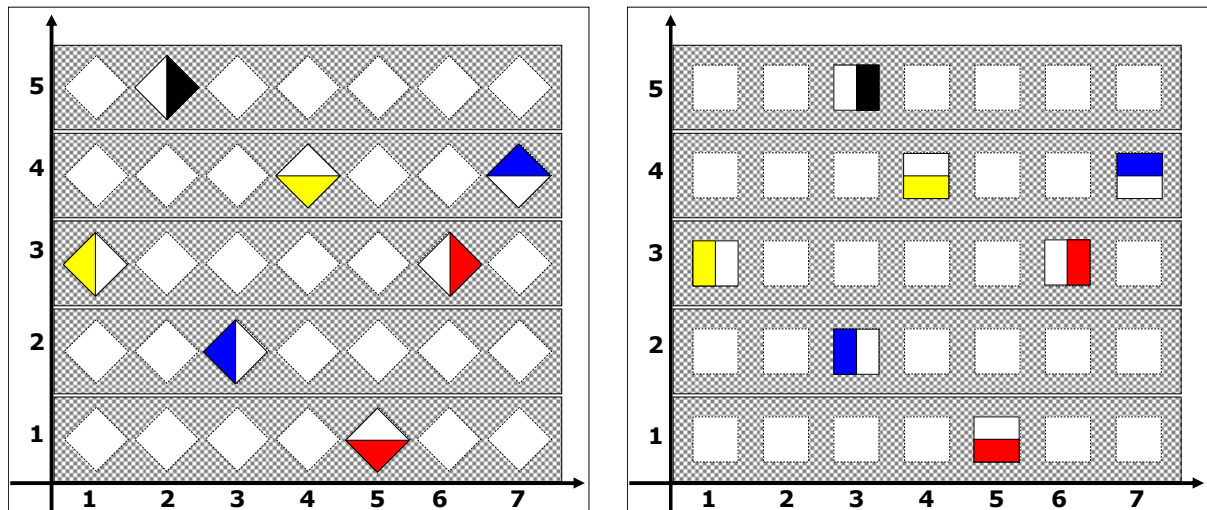
“e/az; d/vm; b/am; c/az; d/pr; b/vm; e/am”



### 20.5.1.2.- 2º Exemplo- Sequência em um Mapa com Coordenadas

Veja na figura a seguir o resultado para a sequências:

“e/az/(3,2); d/vm/(6,3); b/am/(4,4); c/az/(7,4); d/pr/(2,5); b/vm/(5,1); e/am/(1,3)”



### 20.5.1.- Modificando alguns Códigos

Com jogadores mais avançados, o código correspondentes aos sentidos: d, e, c, b poderá ser substituído respectivamente por: H+ (horizontal positivo = direita); H- (horizontal negativo = esquerda); V+ (vertical positivo = para cima); V- (vertical negativo = para baixo).

Compare a seguir a sequência anterior reescrita com este novo código:

“e/az/(3,2); d/vm/(6,3); b/am/(4,4); c/az/(7,4); d/pr/(2,5); b/vm/(5,1); e/am/(1,3)”

“H- /az/(3,2); H+ /vm/(6,3); V- /am/(4,4); V+ /az/(7,4); H+/pr/(2,5); V- /vm/(5,1); H- /am/(1,3)”

## 20.6.- Observações Importantes

As idéias até aqui introduzidas estão diretamente relacionadas ao estudo do Plano cartesiano e suas coordenadas, onde Ox, o eixo horizontal, é denominado eixo das abscissas e o eixo Oy, o eixo vertical, é denominado eixo das ordenadas. Na figura, o ponto O é denominado origem do plano cartesiano, a partir de O, para a direita estão as abscissas positivas e para baixo as abscissas negativas; da mesma forma, a partir do ponto O, para cima estão as ordenadas positivas e para baixo as ordenadas negativas. Os valores utilizados para a graduação dos dois eixos cartesianos Ox e Oy são os números reais (R) sendo que a origem ‘O’ corresponderá ao par ordenado cuja abscissa e ordenada são dadas por:  $O \equiv (x,y) = (h,v) = (0,0)$ , onde o símbolo ‘ $\equiv$ ’ pode ser lido como ‘corresponde’.

